

УДК 532.546:949.8

**ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ НЕФТИ
НА ПОВЕДЕНИЕ АВТОМОДЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ МОДЕЛИ
ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

**THE EFFECT OF VARIABLE OIL VISCOSITY
ON THE BEHAVIOR OF SELF-SIMILAR SOLUTIONS
FOR TWO-PHASE FILTRATION MODEL**

Бочаров О.Б., Телегин И.Г.

**Новосибирский Технологический Центр, АО «Бейкер Хьюз»,
г. Новосибирск, Российская Федерация
Тюменский индустриальный университет,
г. Тюмень, Российская Федерация**

O.B. Bocharov, I.G. Telegin

**Novosibirsk Technological Center, Baker Hughes JSC,
Novosibirsk, Russian Federation
Tyumen Industrial University,
Tyumen, Russian Federation**

Аннотация. Показано, что физико-химические свойства нефти, добываемой на разных этапах эксплуатации нефтяных месторождений, могут серьезно варьироваться. Одним из важнейших свойств жидкости является вязкость. Для изучения влияния вариации вязкости нефти на решения задач двухфазной фильтрации численно исследовалась модификация модели Баклея-Левретта (БЛ модель), в которой изменение вязкости нефти моделировалось с помощью зависимости отношения вязкостей от динамической водонасыщенности. В данной работе рассматривается модификация двухфазных изотермических моделей

фильтрации: Маскета-Левретта (МЛ модель) и Баклея-Левретта, в которых вязкость нефти связывается со степенью обводненности. Исследуется задача вытеснения в автомодельных переменных. Проводится анализ численных решений модифицированных моделей с разными параметрами.

Расчёты с использованием модифицированной модели Маскета-Левретта качественно соответствуют наблюдаемым на нефтяных месторождениях изменениям в процессе разработки: после прихода воды на добывающие скважины снижаются темпы отбора нефти сильнее, чем по классическим моделям; серьезно осложняется достижение расчетного коэффициента извлечения нефти из-за увеличения вязкости нефти.

Автомодельные переменные, если они существуют для уравнений модели, позволяют упростить и ускорить анализ качественных свойств модели. В некоторых случаях решения в автомодельных переменных позволяют сделать предварительные оценки при разработке месторождений. Настройку данной модели на конкретное месторождение с определенным составом нефти необходимо проводить, используя натурные данные или эксперименты с реальными образцами.

Abstract. It is observed that the physical and chemical properties of oil produced at different stages of oil field operation can vary significantly. One of the most important properties of the liquid is the viscosity. In this paper, we consider the modification of two-phase isothermal filtration models: Muskat-Leverett (ML model) and Buckley-Leverett, in which the viscosity of the oil is associated with the degree of water content. The displacement problem in self-similar variables is investigated. The analysis of numerical solutions of modified models with different parameters is carried out.

Calculations using the modified Muskat-Leverett model are consistent with the changes observed in the development process observed at oil fields: after the arrival of water at production wells, the rate of oil recovery decreases more

strongly than in the case of classical models; achievement of the estimated oil recovery rate is seriously complicated by the increase in oil viscosity.

The auto-model variables, if they exist for the model equations, make it possible to simplify and speed up the analysis of the qualitative properties of the model. In some cases, the solutions in the model variables allow us to make preliminary estimates in the development of deposits. The adjustment of this model to a specific field with a certain composition of oil must be carried out using field data or experiments with real samples.

Ключевые слова: модель Баклея-Левретта, модель Маскета-Левретта, водонасыщенность, капиллярное давление.

Key words: Buckley-Leverett Model, Muskat-Leverett model, water saturation, capillary pressure.

Введение

В работах Сургучева М.Л., Горбунова А.Т., Сорокина А.В., Сорокина В.Д. и других [1-4] показано, что физико-химические свойства нефти, добываемой на разных этапах эксплуатации нефтяных месторождений, могут серьезно варьироваться. Одним из важнейших свойств жидкости является вязкость. Для изучения влияния вариации вязкости нефти на решения задач двухфазной фильтрации в работе [5] численно исследовалась модификация модели Баклея-Левретта (БЛ модель), в которой изменение вязкости нефти моделировалось с помощью зависимости отношения вязкостей от динамической водонасыщенности.

Постановка задачи в автомоделных переменных

Уравнение для водонасыщенности $s(x,t)$ МЛ модели в одномерном случае, при заданном суммарном расходе $Q(t)$ без учета гравитации, можно записать в следующем виде [6]:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_0 a_0(s) \frac{\partial(-p_c(s))}{\partial x} - Q(t)b(s)), \quad (1)$$

где x – пространственная переменная, $0 \leq x \leq L_0$, t – время, s – динамическая насыщенность порового пространства, определяемая по формуле $s = (s_1 - S_1^0)/(1 - S_1^0 - S_2^0)$, s_i – истинная насыщенность флюидом порового пространства (индекс $i = 1$ соответствует воде, а $i = 2$ – нефти), S_i^0 – остаточная насыщенность i -ой фазы, $m = m_0(1 - S_1^0 - S_2^0)$, m_0 – пористость, K_0 – тензор проницаемости, $a_0(s) = k_2(s)b(s)/\mu_2$, $b(s) = k_1(s)/(k_1(s) + \mu k_2(s))$ – доля водяной фазы в потоке, $\mu = \mu_1/\mu_2$, μ_i – вязкость i -ой фазы, $k_i(s)$ – относительные фазовые проницаемости, $p_c(s) = (m_0/K_0)^{1/2} \sigma j(s)$ – капиллярное давление, $j(s)$ – функция Леверетта, σ – коэффициент поверхностного натяжения. Свойства функциональных параметров МЛ модели, а также качественные свойства её решений описаны в работах [6, 7]. Отметим, что $k_1(0) = k_2(1) = j(1) = 0$; $k_i(s) > 0$, $j(s) > 0$, $dj/ds \leq 0$, $0 \leq s < 1$. В данной работе изучаются решения в условиях не сжимаемости жидкостей, несжимаемом и однородном нефтяном пласте ($m_0 = \text{const}$, $K_0 = \text{const}$).

Главная расчетная характеристика при разработке нефтяных месторождений – водонасыщенность (нефтенасыщенность). Поэтому для моделирования эффекта увеличения вязкости нефти можно использовать следующую зависимость μ_2 от $s(x, t)$:

$$\mu_2(s) = \mu_2^0 + (\mu_E - \mu_2^0) \cdot s^\alpha, \quad \alpha > 0. \quad (2)$$

где μ_2^0 – значение вязкости нефти при $s = 0$, μ_E – значение вязкости нефти при $s = 1$. При $\mu_E = \mu_2^0$ получаем классическую МЛ модель.

Положив $Q(t) = Q_0 q(t)$, введем безразмерные переменные: $\tilde{x} = x/L_0$, $\tilde{t} = tQ_0/(mL_0)$, $\tilde{\mu}_2 = \mu_2/\mu_2^0$, $\tilde{\mu}_1 = \mu_1/\mu_2^0$, $\tilde{\mu}_E = \mu_E/\mu_2^0$. Волна над безразмерными переменными далее опускается и уравнение (1) запишется в виде:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon a(s) \frac{\partial s}{\partial x} - q(t)b(s)), \quad (3)$$

где $a(s) = k_2(s)b(s) / \mu_2(s) \left| \frac{dj(s)}{ds} \right|$, $\varepsilon = \sigma(m_0 K_0)^{1/2} / (Q_0 L_0 \mu_2^0)$ – капиллярный параметр. При $\varepsilon = 0$ будем иметь модель Баклея-Левретта. Отметим, что μ_E после обезразмеривания выражает, во сколько раз конечная вязкость нефти $\mu_2(1)$ больше начальной вязкости $\mu_2(0)$, а $\mu(0) \equiv \mu_0$ характеризует начальное состояние системы. Формула (2) приводится к виду:

$$\mu_2(s) = 1 + (\mu_E - 1) \cdot s^\alpha.$$

Уравнение (3) в предположении $q(t) = (2t + 1)^{-1/2}$ допускает автомодельные решения вида $s = s(y)$, где $y = x / (2t + 1)^{1/2}$ – автомодельная переменная параболического типа. После преобразований по аналогии с [8] получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение для s с одной независимой переменной y :

$$(\varepsilon a s_y - b + y s)_y - s = 0. \quad (4a)$$

Для уравнения (4a) рассмотрим краевую задачу:

$$s(0) = 1; s(\infty) = 0. \quad (4б)$$

Построение численных методов решения задачи (4) осложняется следующими особенностями:

- уравнение для водонасыщенности при $s = 0$ и $s = 1$ вырождается, так как $k_1(0) = k_2(1) = a(0) = a(1) = 0$;
- относительно малый коэффициент при s_{yy} обуславливает возможное появление внутренних пограничных слоев (областей больших градиентов насыщенности);
- область изменения переменной y неограниченна.

Описание алгоритма получения автомоделных решений

Неограниченность области изменения переменной y преодолевается использованием факта конечности скорости распространения возмущений для s , обоснованного для подобных задач в [8], а именно, $s(y) \equiv 0$ начиная с определенного $y = y_s$. В результате краевая задача (4) сводится с полубесконечного промежутка $y \in [0, \infty)$ к конечному отрезку $y \in [0, L]$, где L приближение сверху для y_s . В численных расчетах в качестве начального приближения для L использовалась априорная оценка сверху для y_s приведенная в [8] и адаптированная к данному случаю:

$$y_s \leq \tilde{y}_s = \left[\varepsilon \min_s \frac{a}{2k_1 k_2} \cdot \int_0^1 \frac{k_1(z)k_2(z)}{z} dz + (\max_s (b/s))^2 \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Постоянной \tilde{y}_s , как правило, оказывается достаточно для оценки L для обеих (МЛ, БЛ) моделей. После нормировки $y^* = y/L$ (далее звездочка при y^* опускается) приходим к следующей задаче:

$$\left(\frac{\varepsilon}{L} a s_y - b + L y s \right)_y - L s = 0; \quad s(0) = 1, \quad s(1) = 0. \quad (6)$$

Отметим, что параметр нормировки теперь входит в коэффициенты уравнения и может варьироваться для оптимизации расчётов.

Введем сетку E с распределенными узлами $\{y_i = ih, i=0, \dots, N\}$, $h=1/N$ – шаг по пространственной координате. Расчёты проводились при $h=0.002$, ($N=500$). Переход к конечно-разностной задаче в уравнении (6) осуществлялся с помощью интегро-интерполяционного метода. В обозначениях работы [9] уравнение (6) аппроксимировалось схемой первого порядка:

$$\begin{aligned} & \frac{\varepsilon}{hL^k} (a_{i+1/2}^n s_{y,i}^{n+1} - a_{i-1/2}^n s_{y,i}^{n+1}) - b_{\bar{\sigma},i}^{n+1} + L^k ((ys)_{y,i}^{n+1} - s_i^{n+1}) = 0, \\ & i = \overline{1, N-1}, n = \overline{0, 1}, \dots, k = \overline{0, 1}, \dots; \\ & s_0 = 1; s_N = 0; L^0 = \tilde{y}_s; s_i^0 = 1 - y_i, i = \overline{1, N-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

где k – номер внешней итерации по L , n – номер внутренней итерации по нелинейностям коэффициентов a и b по s , $f_{y,i} = \frac{f_{i+1} - f_i}{h}$,

$f_{y,i} = \frac{f_i - f_{i-1}}{h}$. В уравнении (7) использовалась линеаризация члена $b(s)$

относительно s^{n+1} с помощью метода Ньютона:

$$b(s_i^{n+1}) = b(s_i^n) + \frac{db(s_i^n)}{ds}(s_i^{n+1} - s_i^n),$$

для линеаризации $a(s)$ применялся метод простой итерации. В качестве начального приближения использовалась функция $s_0(y)=1-y$. Для численного решения полученных систем линейных уравнений применялся метод правой прогонки.

На каждом $n+1$ -ом шаге итерационного процесса по нелинейности решение \tilde{s} в i -ом узле сетки взвешивалось с весом σ_1 с решением на n -ом шаге по следующей формуле:

$$s_i^{n+1} = \sigma_1 \tilde{s}_i^{n+1} + (1 - \sigma_1) s_i^n.$$

Условие окончания итерационного процесса бралось в виде:

$$\max_i |s_i^{n+1} - s_i^n| < \varepsilon_1.$$

Найденные решения $s(y)$ сравнивались с решениями, полученными в работе [8]. Сравнения показали хорошее совпадение результатов расчетов (при использовании параметров из [8]).

В данной работе были использованы следующие функции и параметры:

$$k_1 = s^2, k_2 = (1 - s)^2, j = (1 - s)/(0.9 + s), h = 0.002, \sigma_1 = 0.5, \varepsilon_1 = 10^{-6}.$$

Результаты численных экспериментов и обсуждения

По сравнению с классической МЛ моделью, в данном случае решение зависит ещё от двух параметров – α и μ_E .

А) Общая характеристика особенностей решений

Увеличение или уменьшение вязкости нефти с ростом водонасыщенности задается параметром μ_E . Из литературных источников [1, 3] известны случаи, когда вязкость нефти в процессе разработки снижается. Снижение вязкости нефти моделируется заданием параметра μ_E в диапазоне (0,1).

На рисунке 1 приведены решения для МЛ модели при разных α и μ_E . Из графиков видно, что изменение μ_E существенно влияет на профиль решения:

- с ростом μ_E понижается водонасыщенность в головной части водяного фронта;
- с уменьшением μ_E падает скорость продвижения фронта обводненности;
- при росте μ_E снижается обводнение вблизи нагнетательной скважины $y = 0$.

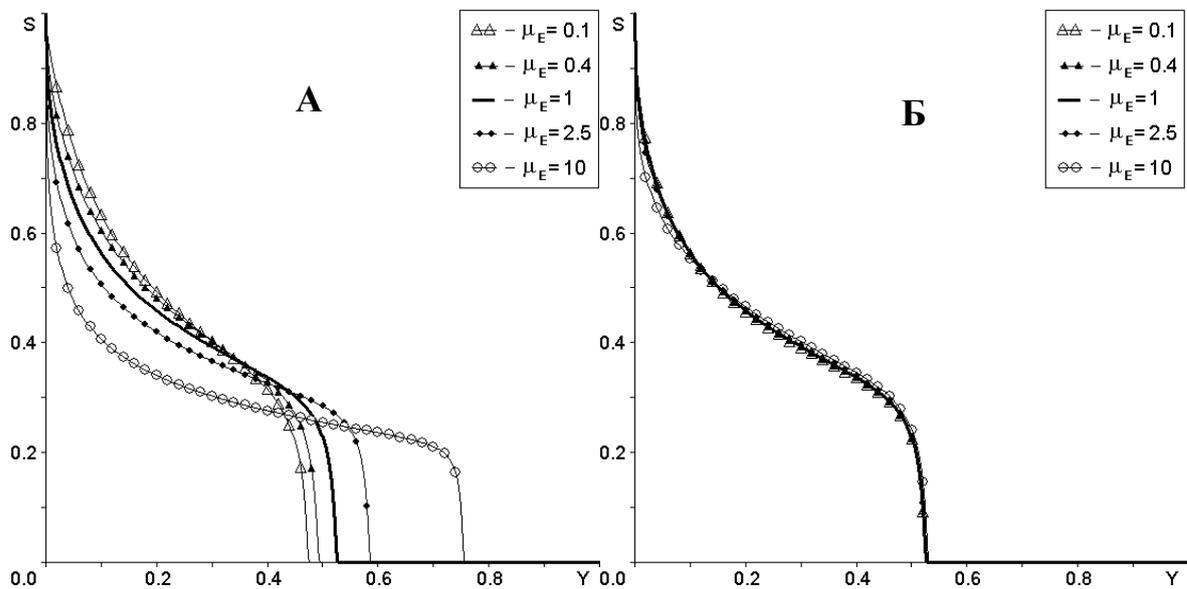


Рисунок 1. Решения при $\mu_0 = 0.1$, $\varepsilon = 0.1$: А) $\alpha = 1$; Б) $\alpha = 5$

На рисунке 1, б приведены решения при тех же параметрах, что и на рисунке 1, а, но при $\alpha = 5$. Из сравнения видно, что увеличение α

уменьшает отличия от классической МЛ модели. При $\alpha = 5$ решения практически сливаются. Разница между моделями становится заметной лишь вблизи нагнетательной скважины ($y = 0$) (рисунок 1, б).

Б) Модифицированная модель Баклея-Левретта

Параметр ε определяет величину капиллярных сил в задаче (4). При $\varepsilon = 0$ будем иметь модель конвективного переноса Баклея-Левретта без учёта капиллярных сил. Эта модель проще и чаще употребляется при проектировании схем разработки месторождений. В данном случае, с вязкостью нефти, зависящей от $s(y)$, она несколько усложняется, но все равно допускает точное разрывное решение задачи (6), которое можно построить, используя методологию [10]. Уравнение (6) принимает вид:

$$\left(\frac{db(s(y))}{ds} - Ly\right) \frac{ds}{dy} = 0.$$

Для значений $y < y_c$, где y_c – положение скачка водонасыщенности, решение $s(y)$ задачи Баклея-Левретта находится явно, как решение нелинейного уравнения:

$$-\frac{db(s(y))}{ds} + Ly = 0, y \in (0, y_c], \quad (8)$$

с помощью метода секущих. Фронтальная насыщенность s_c является решением нелинейного уравнения:

$$\frac{db(s_c)}{ds} = \frac{b(s_c)}{s_c},$$

а положение скачка y_c определяется соотношением:

$$y_c = \frac{db(s_c)}{L ds}.$$

В классической БЛ модели, при фиксированных относительных фазовых проницаемостях $k_i(s)$, s_c определялась отношением

вязкостей μ_o . В данном случае фронтовая насыщенность зависит ещё и от α , μ_E . Как видно из решения, фронтовая насыщенность определяет $\frac{db(s_c)}{ds}$ – скорость продвижения фронта y_c . На рисунках 2, 3 представлено поведение s_c от α , μ_o и μ_E . При $\mu_E > 1$ чувствительность s_c к изменениям вязкости существенно повышается. Параметр α моделирует, на какой стадии заводнения (ранней или поздней) вязкость изменяется быстрее, рисунок 4. При больших $\alpha > 1$, фронтовая насыщенность слабо реагирует на изменения конечной вязкости (рисунок 3).

В целом же, с ростом μ_E фронтовая насыщенность падает, а продвижение фронта увеличивается, что хорошо видно на рисунке 5, где представлена динамика структуры решений.

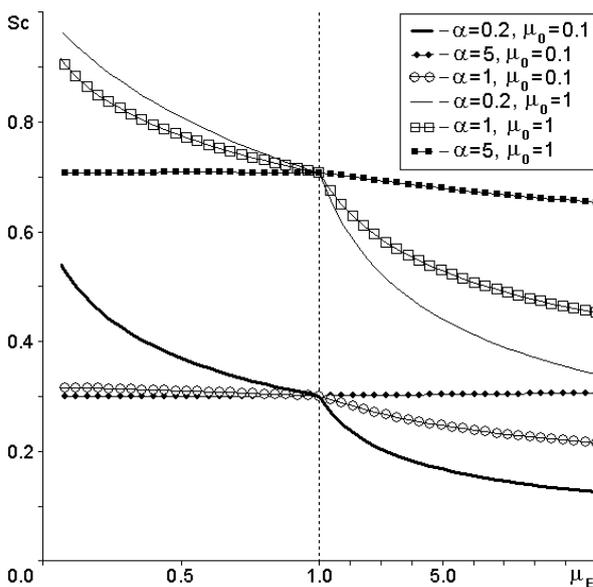


Рисунок 2. Зависимость s_c от μ_E для разных μ_0 и α

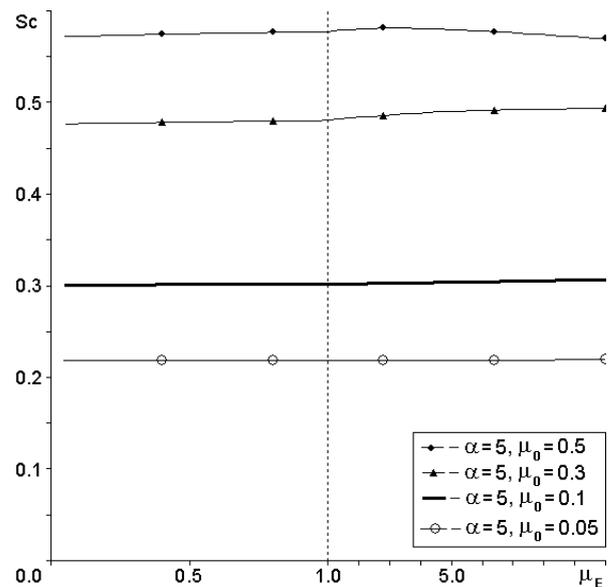


Рисунок 3. Зависимость s_c от μ_E для разных μ_0 и $\alpha = 5$

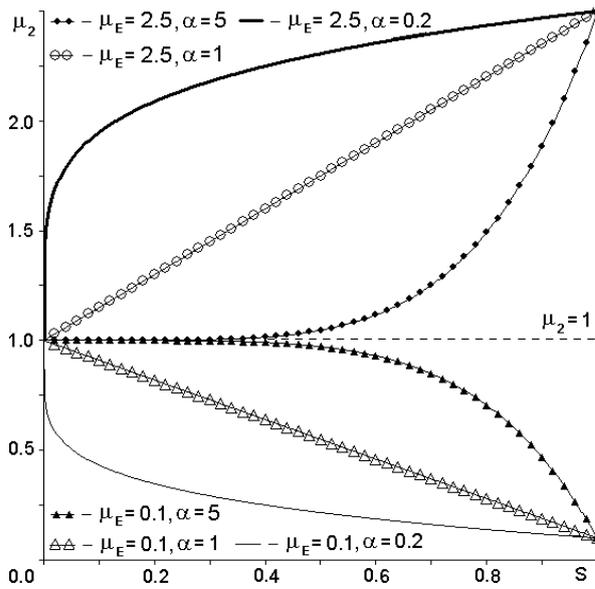


Рисунок 4. Функция $\mu_2(s)$ при разных α и μ_E

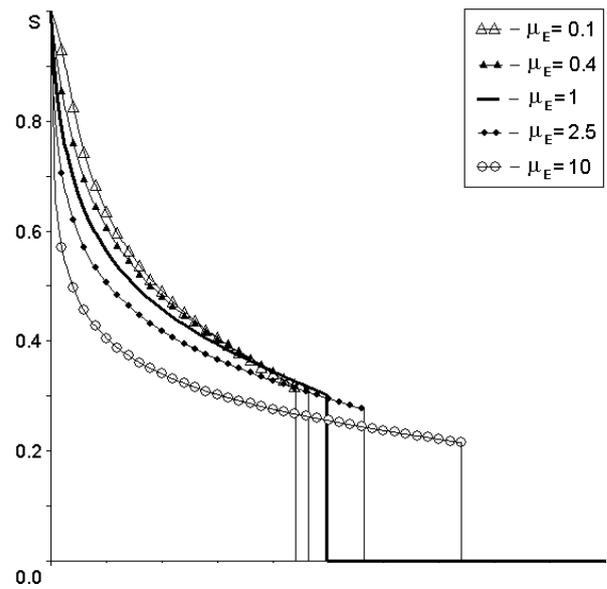


Рисунок 5. Решения для БЛ модели при $\alpha = 1, \mu_0 = 0.1$

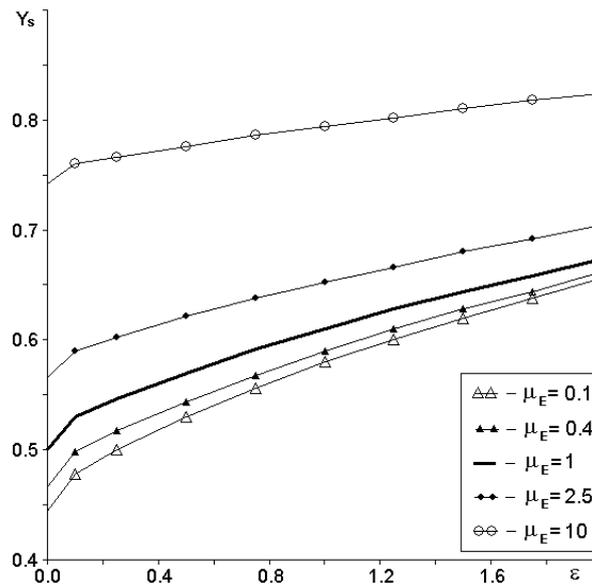


Рисунок 6. Зависимость y_s от параметров ϵ и μ_E при $\mu_0 = 0.1$

Влияние изменений вязкости на фоне капиллярных сил

Основной вклад в продвижение фронта обводнения дает величина фронтальной насыщенности. Увеличение капиллярного параметра ϵ приводит к сглаживанию и размазыванию фронта. Это несколько увеличивает зону заводнения. Поведение положения фронта

обводненности y_s в рамках новой модели показано на рисунке 6. Видно, что зона обводненности растёт с ростом μ_E . Однако следует иметь в виду, что водонасыщенность в головной зоне при этом уменьшается (рисунки 5, 7). На рисунке 7 представлено сравнение динамики поведения решений при вариациях параметра μ_E при разных проявлениях капиллярных сил $\varepsilon = 0.01$ и 2. Сравнивая рисунки 7, а, б, можно прийти к выводу, что увеличение ε сглаживает решения и уменьшает разницу между ними при изменениях μ_E . Различие между решениями будет наибольшим в случае БЛ модели. Аналогичная картина наблюдается и при больших фронтowych насыщениях. На рисунке 8 представлен пример при $s_c(\text{БЛ}) = 0.707$. Из сравнения графиков, представленных на рисунках 1, 7, 8, видно, что увеличение μ_0 , то есть s_c , усиливает различие между вариантами при вариациях μ_E .

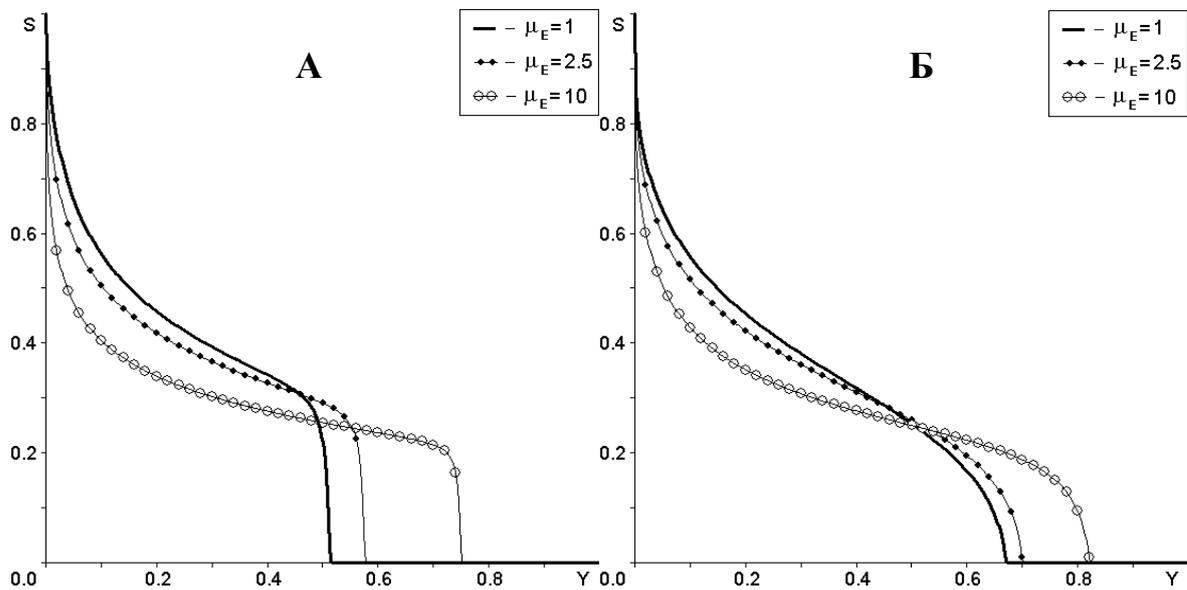


Рисунок 7. Решения при $\alpha = 1$, $\mu_0 = 0.1$: А) $\varepsilon = 0.01$, Б) $\varepsilon = 2$

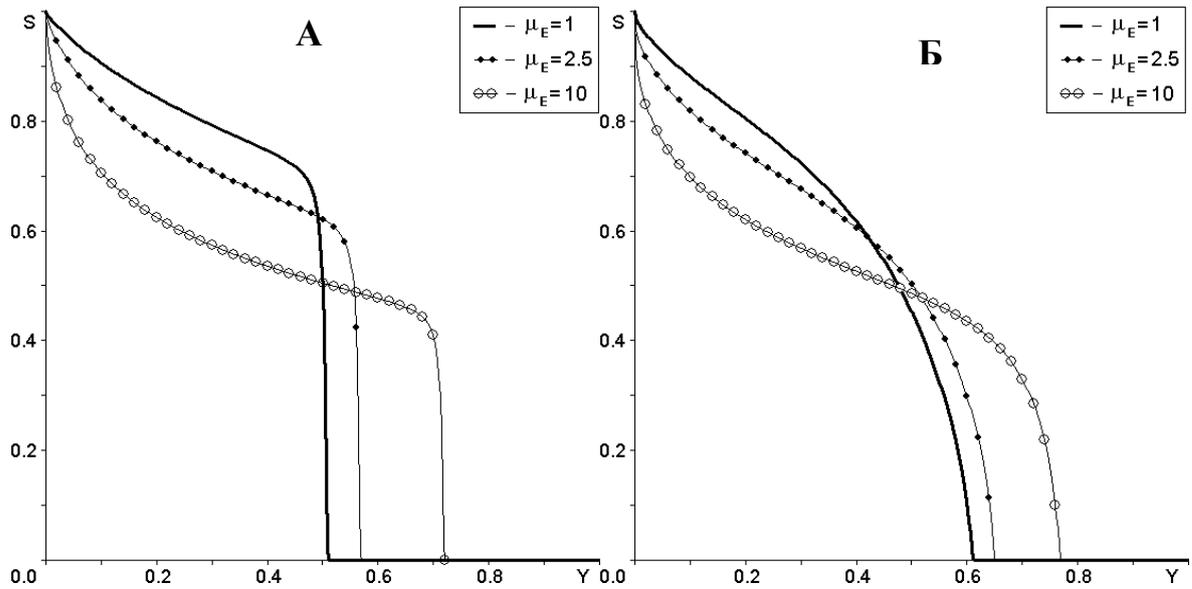


Рисунок 8. Решения при $\alpha = 1$, $\mu_0 = 1$: А) $\varepsilon = 0.01$; Б) $\varepsilon = 2$

Вывод

Расчёты с использованием модифицированной модели Маскета-Леверетта качественно соответствуют наблюдаемым на нефтяных месторождениях изменениям в процессе разработки: после прихода воды на добывающие скважины снижаются темпы отбора нефти сильнее, чем по классическим моделям; серьезно осложняется достижение расчетного коэффициента извлечения нефти из-за увеличения вязкости нефти.

Автомодельные переменные, если они существуют для уравнений модели, позволяют упростить и ускорить анализ качественных свойств модели. В некоторых случаях решения в автомодельных переменных позволяют сделать предварительные оценки при разработке месторождений. Настройку данной модели на конкретное месторождение с определенным составом нефти необходимо проводить, используя натурные данные или эксперименты с реальными образцами.

Список используемых источников

1. Сургучев М.Л., Горбунов А.Т., Забродин Д.П. и др. Методы извлечения остаточной нефти. М: Недра, 1991. 348 с.
2. Сорокин А.В., Сорокин В.Д. Исследование процесса изменчивости физико-химических свойств пластовой нефти при разработке месторождений Западной Сибири. Тюмень: Вектор-Бук, 2004. 237 с.
3. Ковда Д.А., Мастобаев Б.Н. Изменение физико-химических свойств нефти при добыче (на примере месторождений РФ) и влияние их на процессы подготовки и транспорта // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. 2013. № 1. С. 9-12.
4. Чуйкина Д.И. Влияние физико-химических методов повышения нефтеотдачи в промысловых условиях на состав нефтей многопластового месторождения Усинское: дисс. ... канд. хим. наук. Томск, 2018. 133 с.
5. Бочаров О.Б., Телегин И.Г. Один из подходов к учёту влияния изменения свойств нефти на процесс нефтедобычи // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2011. № 1. С. 37-40.
6. Бочаров О.Б., Пеньковский В.И. Введение в теорию фильтрации жидкостей и газов в пористых средах. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2005. 132 с.
7. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. Новосибирск: СО АН СССР, Наука, 1983. 316 с.
8. Бочаров О.Б., Осокин А.Е. Численное исследование автомодельных задач неизотермической двухфазной фильтрации // Сибирский журнал промышленной математики. 2002. Т. 5. № 1. С. 8-20.
9. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 552 с.

10. Бочаров О.Б., Телегин И.Г. Построение точных разрывных решений уравнения Баклея-Левретта и их применение для тестирования разностных схем в задачах фильтрации // Состояние, тенденции и проблемы развития нефтегазового потенциала Западной Сибири: матер. Междунар. академ. конф. Тюмень, 2009. С. 339-343.

References

1. Surguchev M.L., Gorbunov A.T., Zabrodin D.P. e.a. *Metody izvlecheniya ostatochnoi nefiti* [Methods for Residual Oil Recovering]. Moscow, Nedra Publ., 1991. 348 p. [in Russian].

2. Sorokin A.V., Sorokin V.D. *Issledovanie protsessa izmenchivosti fiziko-khimicheskikh svoistv plastovoi nefiti pri razrabotke mestorozhdenii Zapadnoi Sibiri* [Investigation of Variability Process of Reservoir Oil Physical and Chemical Properties during Deposits Development in Western Siberia]. Tyumen, Vektor-Buk Publ., 2004. 237 p. [in Russian].

3. Kovda D.A., Mastobaev B.N. *Izmenenie fiziko-khimicheskikh svoistv nefiti pri dobyche (na primere mestorozhdenii RF) i vliyanie ikh na protsessy podgotovki i transporta* [Changes in the Physical and Chemical Properties in the Extraction of Oil (for Example RF Fields) and Their Influence on the Process of Preparation and Transportation]. *Transport i khranenie nefteproduktov i uglevodorodnogo syr'ya – Transport and Storage of Oil Products and Hydrocarbons*, 2013, No. 1, pp. 9-12. [in Russian].

4. Chuikina D.I. *Vliyanie fiziko-khimicheskikh metodov povysheniya nefteotdachi v promyslovykh usloviyakh na sostav neftei mnogoplastovogo mestorozhdeniya Usinskoe: diss. kand. khim. nauk* [Influence of Physicochemical Methods of Increasing Oil Recovery in Field Conditions on the Composition of Oils of the Multi-Layer Usinskoe Deposit: Cand. Chem. Sci. Diss.]. Tomsk, 2018. 133 p. [in Russian].

5. Bocharov O.B., Telegin I.G. Odin iz podkhodov k uchetu vliyaniya izmeneniya svoistv nefti na protsess neftedobychi [One of the Approaches towards Accounting for the Crude Oil Properties Varying Influence on Oil Recovery Process]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Neft' i gaz – Higher Educational Institutions News. Neft' i gaz*, 2011, No. 1, pp. 37-40. [in Russian].

6. Bocharov O.B., Pen'kovskii V.I. *Vvedenie v teoriyu fil'tratsii zhidkosti i gazov v poristyykh sredakh* [Introduction to the Theory of Liquids and Gases Filtration in Porous Media]. Novosibirsk, Izd-vo NGU, 2005. 132 p. [in Russian].

7. Antontsev S.N., Kazhikhov A.V., Monakhov V.N. *Kraevye zadachi mekhaniki neodnorodnykh zhidkosti* [Boundary Value Problems for the Mechanics of Inhomogeneous Liquids]. Novosibirsk, SO AN SSSR, Nauka Publ., 1983. 316 p. [in Russian].

8. Bocharov O.B., Osokin A.E. Chislennoe issledovanie avtomodel'nykh zadach neizotermicheskoi dvukhfaznoi fil'tratsii [Numerical Investigation of Self-Similar Problems of Non-Isothermal Two-Phase Filtration]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2002, Vol. 5, No. 1, pp. 8-20. [in Russian].

9. Samarskii A.A. *Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem* [Introduction to the Theory of Difference Schemes]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 552 p. [in Russian].

10. Bocharov O.B., Telegin I.G. Postroenie tochnykh razryvnykh reshenii uravneniya Bakleya-Leveretta i ikh primenenie dlya testirovaniya raznostnykh skhem v zadachakh fil'tratsii [Construction of Exact Discontinuous Solutions of the Buckley-Leverett Equation and Their Application for Testing Difference Schemes in Filtration Problems]. *Materialy Mezhdunarodnoi akademicheskoi konferentsii «Sostoyanie, tendentsii i problemy razvitiya neftegazovogo potentsiala Zapadnoi Sibiri»* [Proceedings of the International Academic Conference «The State, Trends and Problems of Development of the Oil and Gas Potential of Western Siberia»]. Tyumen, 2009, pp. 339-343. [in Russian].

Сведения об авторах

About the authors

Бочаров О.Б., канд. физ.-мат. наук, доцент, Новосибирский Технологический Центр, АО «Бейкер Хьюз», г. Новосибирск, Российская Федерация

O.B. Bocharov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Novosibirsk Technological Center, Baker Hughes JSC, Novosibirsk, Russian Federation

e-mail: oleg.bocharov@bakerhughes.com

Телегин И.Г., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтегазовых месторождений, ФГБОУ ВО «ТИУ», г. Тюмень, Российская Федерация

I.G. Telegin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor of Development and Operation of Oil and Gas Fields Department, FSBEI HE «TIU», Tyumen, Russian Federation

e-mail: igtelegin@yandex.ru