

УДК 621.315.2;550.832

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ  
КАРОТАЖНОГО КАБЕЛЯ**

**SIMULATION OF BOREHOLE CABLE'S ELECTRIC MODES**

**Ишемгужин А. И.**

**Уфимский государственный нефтяной технический университет  
г. Уфа, Российская Федерация**

**A. I. Ishemguzhin**

**Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, the Russian Federation**

**e-mail: [iaiufa@yandex.ru](mailto:iaiufa@yandex.ru)**

**Аннотация.** В статье рассмотрено построение электрической модели каротажного кабеля с использованием последовательного соединения четырехполюсников в цепочную схему замещения.

Моделирование необходимо при исследовании погрешностей токовых измерительных систем, когда датчик и измерительное устройство размещены на значительном удалении друг от друга и электрически связаны каротажным кабелем, находящимся в скважине. Поскольку условия, в которых находятся участки кабеля, по длине различны, параметры цепочной схемы замещения непостоянны, то есть цепочная схема оказывается неоднородной.

В режиме постоянного тока предлагается алгоритм вычисления напряжений и токов в начале и конце каротажного кабеля (цепочной схемы замещения), основанный на рекуррентных соотношениях, получаемых на основе смешанных параметров четырехполюсников. По результатам вычислений строится модель каротажного кабеля в виде одного четырехполюсника с сосредоточенными параметрами.

В нестационарном электрическом режиме каротажный кабель также моделируется цепочной схемой замещения. При этом в продольных ветвях четырехполюсников отсутствуют индуктивности, а в поперечных – активные проводимости. Это объясняется тем, что энергия, запасаемая в распределенных емкостях кабеля значительно больше, чем энергия, запасаемая в распределенных индуктивностях кабеля, в связи с чем последние не будут оказывать заметного влияния на переходной процесс. Не будут оказывать большого влияния на переходной процесс и распределенные активные проводимости утечки, поскольку на переменном токе они заметно меньше, чем реактивные проводимости, обусловленные распределенными емкостями кабеля.

Особенностью полученного решения является то, что вектор начальных условий, определяется независимо от состояния и нагрузки всей цепочной схемы замещения, а исходя только из режимов холостого хода и подключения нагрузки на выходе первого четырехполюсника. Решение для последнего четырехполюсника схемы замещения получается из матричного разностного уравнения, которое описывает цепочную схему замещения.

**Abstract.** The article deals with the construction of the borehole cable's electric model using a serial connection of two-in chain-substitution pattern.

Modeling is necessary in the study of the current measurement systems errors, when the sensor and a measuring device are at a considerable distance from each other and are electrically connected to the borehole cable located down hole. Since the conditions in which there are portions of the cable, are different, the parameters of chain equivalent circuits are unstable, i.e. chained scheme is non-uniform.

In constant current mode it's proposed an algorithm for calculating the voltage and current at the beginning and end of the borehole cable (so called chain-substitution scheme) based on the recurrence relations obtained on the basis of mixed parameters quadrupole. As a result of the calculation the

borehole cable model in the form of a single quadrupole with lumped parameters is obtained.

In non-stationary electric mode the borehole cable is also modeling by chain-modeled equivalent circuit. In this case longitudinal branches of quadrupoles haven't inductances and in cross branches - active conductions. This is because the energy stored in the distributed capacitance of the cable is much greater than the energy stored in the distributed inductance of the cable, in therefore the latter will not have a noticeable effect on the transition process. Distributed leak active conductions also will not have much impact on the transition process as in case of AC they are much smaller than reactive conductivities due to the distributed capacitance of the cable.

A special feature of the solution is that the vector of initial conditions, is determined independently of the state and the entire load of chain equivalent circuits, and based only on idling and load connection at the output of the first. The solution for the last four-pole equivalent circuit is obtained from the matrix difference equation that describes the chain-substitution pattern.

**Ключевые слова:** каротажный кабель, электрический режим, цепочная схема, четырехполюсник, разностное уравнение, схема замещения, моделирование, рекуррентные соотношения, электрическая энергия.

**Key words:** borehole cable, electric mode, chained circuit, quadrupole, four-pole equivalent circuit, differential equation, equivalent circuit modeling, recurrence relations, the electrical energy.

В работе рассматривается моделирование электрических режимов каротажного кабеля, параметры которого изменяются по его длине.

Такое моделирование необходимо, например, при исследовании погрешностей токовых измерительных систем, когда датчик и измерительное устройство размещены на значительном удалении друг от

друга и электрически связаны каротажным кабелем, находящимся в скважине [1].

Моделирование заключается в замене каротажного кабеля схемой с последовательно соединенными четырехполюсниками, анализе полученной цепочной схемы, построении эквивалентной схемы в виде четырехполюсника с сосредоточенными параметрами.

Рассмотрим режим постоянного тока.

Заменим каротажный кабель цепочной электрической схемой. Каждое звено цепочной схемы (всего  $N$  звеньев) представляет симметричный четырехполюсник (рисунок 1). Сопротивление датчика  $R_D$ , ток  $I$ , сопротивление  $R_I$ , являются известными величинами. Предположим также, что нам известны или рассчитаны сопротивления четырехполюсников.

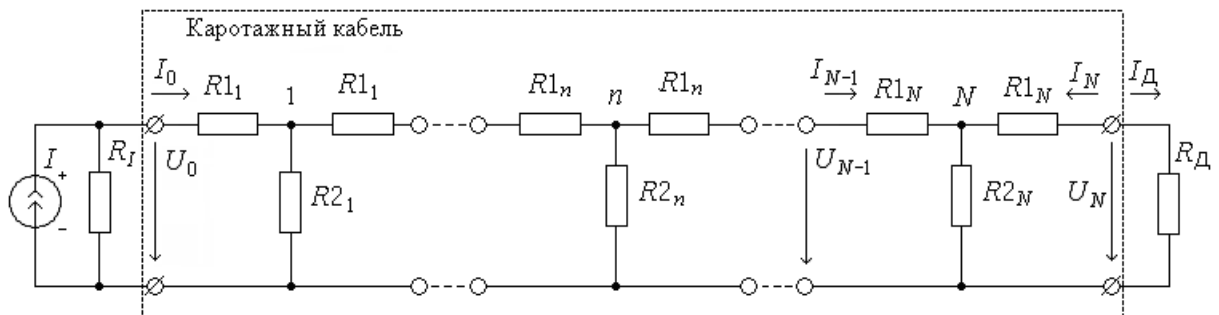


Рисунок 1. Цепочная схема замещения

Уравнение для  $N$ -го, четырехполюсника в смешанных  $A$ -параметрах [2]:

$$\begin{cases} U_{N-1} = a_{11N} \cdot U_N + a_{12N} \cdot I_N \\ I_{N-1} = a_{21N} \cdot U_N + a_{22N} \cdot I_N \end{cases}$$

Отсюда входное сопротивление нагруженного  $N$ -го четырехполюсника

$$\begin{aligned} R_{N-1} &= \frac{a_{11N} \cdot U_N + a_{12N} \cdot I_N}{a_{21N} \cdot U_N + a_{22N} \cdot I_N} = \frac{a_{11N} \cdot (U_N/I_N) + a_{12N}}{a_{21N} \cdot (U_N/I_N) + a_{22N}} \\ &= \frac{a_{11N} \cdot R_N + a_{12N}}{a_{21N} \cdot R_N + a_{22N}} \end{aligned}$$

Для произвольного  $n$  – го четырехполюсника входное сопротивление равно

$$R_{n-1} = \frac{a11_n \cdot R_n + a12_n}{a21_n \cdot R_n + a22_n}. \quad (1)$$

Используя (1) как рекуррентное соотношение определяем:

$$R_0 = \frac{a11_1 \cdot R_1 + a12_1}{a21_1 \cdot R_1 + a22_1}.$$

Зная  $I, R_I, R_0$  можно найти напряжение  $U_0$  и ток  $I_0$  на входе нагруженного каротажного кабеля, а также распределение тока и напряжения по всей длине каротажного кабеля, вплоть до датчика  $R_d$  [3]:

$$\begin{cases} U_n = a22_{n-1} \cdot U_{n-1} + a12_{n-1} \cdot I_{n-1}, \\ I_n = a21_{n-1} \cdot U_{n-1} + a11_{n-1} \cdot I_{n-1}. \end{cases} \quad (2)$$

Для построения эквивалентной схемы замещения всего каротажного кабеля рационально воспользоваться режимом короткого замыкания в месте подключения датчика, то есть найти  $U_{0k}, I_{0k}$  и  $U_{Nk}, I_{Nk}$ , а затем определить смешанные параметры четырехполюсника замещающего каротажный кабель:

$$A_{12} = \frac{U_{0k}}{I_{Nk}}; A_{22} = \frac{I_{0k}}{I_{Nk}}; A_{11} = \frac{U_0 - A_{12} \cdot I_N}{U_N}; A_{21} = \frac{I_0 - A_{22} \cdot I_N}{U_N}. \quad (3)$$

По параметрам (3) могут быть рассчитаны элементы  $T$  или  $\Pi$ -образной схемы замещения.

Сопротивление жилы кабеля, находящегося в скважину, определяется известным соотношением [4]:

$$R_{tж} = LR_{20}[1 + \alpha(t_{cp} - 20^\circ)],$$

где  $R_{20}$  - сопротивление жилы, кабеля при температуре  $20^\circ\text{C}$  на единицу длины;

$\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления жилы кабеля;

$t_{cp}$  - средняя температура в скважине;

$L$  - длина жилы кабеля.

Сопротивление  $n$  -го участка кабеля равно

$$R_{tn} = \frac{LR_{20}}{N} [1 + \alpha(t_{срn} - 20^\circ)], \quad (4)$$

где  $t_{срn}$  - средняя температура в скважине в месте расположения  $n$ -го участка кабеля.

При линейном нарастании температуры в скважине  $t_{срn}$  можно вычислить по следующей зависимости:

$$t_{срn} = t_0 + (2n - 1) \frac{t_k - t_0}{2N}, \quad (5)$$

где  $t_0$  и  $t_k$  - температура соответственно на устье и на забое скважины.

По сопротивлению участка  $R_{tn}$  определяются параметры эквивалентной схемы.

Для  $T$ -образной схемы замещения получаем:

$$R1_n = \frac{R_{tn}}{2}.$$

Сопротивление изоляции одножильного кабеля выражается зависимостью [4]

$$R_{из} = \frac{\rho_V \cdot 10^{-11}}{2\pi} \ln \left( \frac{D}{d} \right), \text{ (МОм} \cdot \text{км)}, \quad (6)$$

где  $\rho_V$  - удельное объемное сопротивление материала изоляции, Ом/см;

$d$  - диаметр жилы кабеля, мм;

$D$  - диаметр жилы кабеля с учетом толщины изоляции, мм.

При помещении кабеля в скважину сопротивление изоляции изменяется по экспоненциальному закону [4]:

$$\rho_{Vt} = \rho_{V0} e^{-\alpha_{из}(t-t_0)}, \quad (7)$$

где  $\rho_{Vt}$  и  $\rho_{V0}$  - удельное сопротивление материала изоляции при температуре соответственно  $t$  и  $t_0$ ;

$\alpha_{из}$  - температурный коэффициент материала изоляции.

Используя соотношения (6) и (7), можно получить зависимость сопротивления изоляции от температуры:

$$R_{изt} = R_{изt_0} e^{-\alpha_{из}(t-t_0)}. \quad (8)$$

Интегрируя это выражение на участке  $t_{n-1}$ ,  $t_n$ , можно найти сопротивление изоляции  $n$  – го участка кабеля

$$R_{изп} = \frac{R_{изт_0} e^{-\alpha_{из} t_0}}{\alpha_{из} (t_n - t_{n-1})} \cdot (e^{-\alpha_{из} t_{n-1}} - e^{-\alpha_{из} t_n}) \cdot \frac{N}{L} \quad (9)$$

где  $t_{n-1}$ ,  $t_n$  - температура на концах  $n$  – го участка.

Для  $T$ -образной схемы замещения получаем:

$$R_{2n} = R_{изп}.$$

Рассмотрим нестационарные электрические режимы.

Переходные процессы в каротажном кабеле возникают, например, при подаче на него измерительных или тестовых сигналов в виде скачков тока.

Каротажный кабель представляет собой электрическую цепь с распределенными параметрами (длинную линию), которую можно представить  $T$  - или  $\Pi$  - образной схемой замещения, как пассивный четырехполюсник [5].

Формулы для расчета элементов  $T$ - и  $\Pi$ -образных схем замещения [2]:

$T$  - образная схема замещения:

$$Z = Z_0 \cdot L \cdot K_1, \quad Y = Y_0 \cdot L \cdot K_2;$$

$\Pi$  - образная схема замещения:

$$Z = Z_0 \cdot L \cdot K_2, \quad Y = Y_0 \cdot L \cdot K_1,$$

где  $Z$  - продольные сопротивления четырехполюсников;  $Y$  - проводимости утечки четырехполюсников;  $Z_0, Y_0$  - комплексные погонные параметры длинной линии;  $K_1, K_2$  - коэффициенты, зависящие от частоты.

Коэффициенты  $K_1, K_2$  можно представить в виде ряда [2]:

$$K_1 = 1 - \frac{(\gamma \cdot L)^2}{12} + \frac{(\gamma \cdot L)^4}{120} - \dots; \quad K_2 = 1 + \frac{(\gamma \cdot L)^2}{6} + \frac{(\gamma \cdot L)^4}{120} + \dots,$$

где  $\gamma = \sqrt{Z_0 \cdot Y_0}$  - коэффициент распространения,  $L$  - длина кабеля.

Поскольку  $K_1$  и  $K_2$  зависят от частоты, то и параметры  $Z$  и  $Y$  схем замещения также зависят от частоты. Однако, если длину замещаемого участка  $L_i$  длинной линии выбрать такой, что  $(\gamma \cdot L_i)^2 / 6 \ll 1$ , то эквивалентный четырехполюсник будет заменять участок  $L_i$  длинной

линии для всей области частот от 0 до  $\omega$ , при которых соблюдается данное неравенство.

Выбирая число эквивалентных четырехполюсников равным  $(L/L_i)$ , получаем цепочную схему замещения длинной линии. Переходные процессы в ней могут быть рассчитаны методами теории цепей с сосредоточенными параметрами [6].

Рассмотрим эквивалент каротажного кабеля, состоящего из последовательно соединенных T - образных четырехполюсников (рисунок 2).

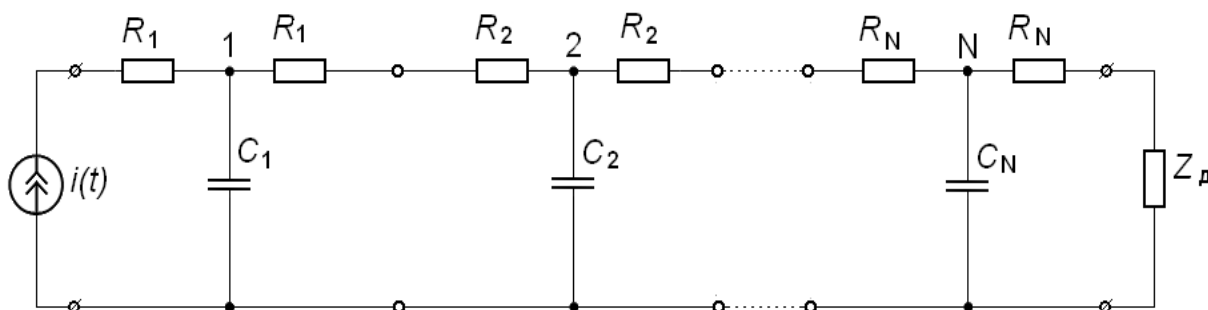


Рисунок 2. Эквивалентная схема замещения каротажного кабеля

На схеме (рисунок 2) в продольных ветвях четырехполюсников отсутствуют индуктивности, а в поперечных ветвях - активные проводимости, ввиду их малого влияния на переходной процесс в каротажном кабеле в измерительных схемах [7].

Для расчета можно воспользоваться методом переменных состояния, в качестве которых принять потенциалы  $\varphi_i$  в узлах  $1, 2, \dots, N$ . Такой метод вполне применим, особенно при небольшом числе замещающих четырехполюсников [8].

Здесь подробнее рассмотрен подход к расчету переходного процесса в каротажном кабеле путем использования разностных уравнений [6], [7].

В схеме замещения выделяется  $n$  - й четырехполюсник. Все четырехполюсники с номером до  $(n - 1)$  - го включительно заменяются эквивалентной схемой, состоящей из источника тока,  $I_{n-1}(s)$  с внутренним сопротивлением  $Z_{In-1}$ , четырехполюсники, начиная с  $(n + 1)$  - го



отключаются от схемы замещения (рисунок 3). К выходу  $n$  – го четырехполюсника подключается нагрузка - сопротивление датчика  $Z_d$ .

Выделенный четырехполюсник анализируется в трёх режимах:

- 1) при коротком замыкании на выходе четырехполюсника;
- 2) при холостом ходе на выходе четырехполюсника;
- 3) при подключении к выходу четырехполюсника нагрузки  $Z_d$ .

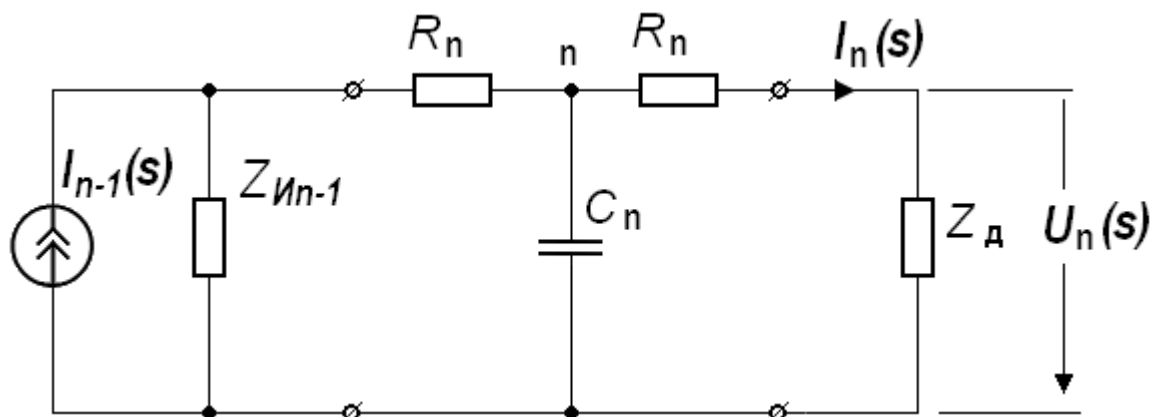


Рисунок 3. Схема замещения для  $n$  – го четырехполюсника

Для первого режима ток короткого замыкания  $I_n(s)$  на выходе четырехполюсника будет равен:

$$I_n(s) = \frac{I_{n-1}(s)}{a_{12n}/Z_{In-1} + a_{22n}} \quad (10)$$

Для второго режима напряжение холостого хода на выходе четырехполюсника:

$$U_n(s) = \frac{I_{n-1}(s) \cdot Z_{In-1}}{a_{11n} + a_{21n} \cdot Z_{In-1}} \quad (11)$$

Для третьего режима ток  $I_n^*(s)$  в сопротивлении  $Z_d$ :

$$I_n^*(s) = \frac{U_n(s)}{U_n(s)/I_n(s) + Z_d} \quad (12)$$

Обращение выражений (10...12) дает:

$$\begin{cases} \frac{1}{I_n(s)} = \frac{1}{I_{n-1}(s)} \cdot \frac{a_{12n}}{Z_{\text{И}n-1}} + \frac{a_{22n}}{I_{n-1}(s)}, \\ \frac{1}{U_n(s)} = \frac{1}{I_{n-1}(s)} \cdot \frac{a_{11n}}{Z_{\text{И}n-1}} + \frac{a_{21n}}{I_{n-1}(s)}, \\ \frac{1}{I_n^*(s)} = \frac{1}{I_n(s)} + \frac{Z_d}{U_n(s)}. \end{cases} \quad (13)$$

Если обозначить  $1/I_n(s) = h_n(s)$ ,  $1/U_n(s) = y_n(s)$ ,  $1/I_n^*(s) = x_n(s)$  и учесть, что  $Z_{\text{И}n-1} = U_n(s)/I_n(s)$ , то выражения (13) можно записать следующим образом

$$\begin{cases} h_n(s) = a_{22n} \cdot h_{n-1}(s) + a_{12n} \cdot y_{n-1}(s), \\ y_n(s) = a_{21n} \cdot h_{n-1}(s) + a_{11n} \cdot y_{n-1}(s), \\ x_n(s) = h_n(s) + Z_d y_n(s). \end{cases} \quad (14)$$

Система уравнений (14) путем подстановки

$$h_n(s) = x_n(s) - Z_d \cdot y_n(s)$$

приводится к системе двух уравнений с двумя неизвестными  $x_n(s)$  и  $y_n(s)$ :

$$\begin{cases} x_n(s) = (a_{22n} + Z_d a_{21n}) \cdot x_{n-1}(s) + [a_{12n} + Z_d(a_{11n} - Z_d a_{21n})] \cdot y_{n-1}(s), \\ y_n(s) = a_{21n} \cdot x_{n-1}(s) + (a_{11n} - Z_d a_{21n}) \cdot y_{n-1}(s). \end{cases} \quad (15)$$

В матричном виде система (15) будет выглядеть следующим образом

$$[\mathcal{X}_{n+1}(s)] = [A_{n+1}(s)] \cdot [\mathcal{X}_n(s)] \quad (16)$$

где:

$$[\mathcal{X}_n(s)] = \begin{bmatrix} x_n(s) \\ y_n(s) \end{bmatrix},$$

$$[A_n(s)] = \begin{bmatrix} a_{22n} + Z_d a_{21n} & a_{12n} + Z_d(a_{11n} - Z_d a_{21n}) \\ a_{21n} & a_{11n} - Z_d a_{21n} \end{bmatrix}.$$

Решение матричного, разностного уравнения (16) можно записать в виде

$$[\mathcal{X}_N(s)] = \left\{ \prod_{n=1}^{N-1} [A_{n+1}(s)] \right\} \cdot [\mathcal{X}_1(s)] \quad (17)$$

Таким образом, вектор выходных переменных  $[\mathcal{X}_N(s)]$  последнего  $N$ -го четырехполюсника с подключенной нагрузкой можно найти при известном векторе начальных условиях  $[\mathcal{X}_1(s)]$ .

Особенностью решения в форме (17) является то, что вектор начальных условий,  $[X_1(s)]$ , определяются независимо от состояния и нагрузки всей цепочной схемы замещения, а исходя только из режимов холостого хода и подключения нагрузки к выходу первого четырехполюсника.

Рассмотренные методы моделирования стационарного и переходного электрического режимов каротажного кабеля позволяет достаточно просто решить задачу по учету влияния параметров каротажного кабеля, неравномерно распределенных по его длине, на результаты измерения скважинными приборами, у которых каротажный кабель используется как электрическая линия связи.

В качестве математического аппарата используются разностные уравнения и рекуррентные соотношения, а также теория четырехполюсников и интегральные преобразования.

### Список используемых источников

1 Моисеенко А.С., Егорова И.В. Исследование характеристик лабораторного эквивалента бронированного каротажного кабеля: методические указания. М.: РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2008. 76 с.

2 Новгородцев А.Б. Теоретические основы электротехники. 2-е изд. СПб.: Питер, 2006. 576 с.

3 Ишемгужин А.И. Основы электротехники: учебное пособие. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2005. 71 с.

4 Горбенко Л. А. Каротажные кабели и их эксплуатация. М.: Недра, 1978. 160 с.

5 К расчету влияния параметров геофизического кабеля на точность глубинных измерительных преобразователей для нефтяных скважин /Ишемгужин А.И., Азина О.А., Коловертнов Ю.Д., Хамзин Н.Н. // Актуальные проблемы нефти и газа: тез. докл. респ. науч. – техн. конф. Уфа, 1984. С. 94.

6 Ишемгузин А.И., Азина О.А., Коловертнов Ю.Д. Применение численных методов для расчета установившихся и переходных процессов в каротажном кабеле // Автоматизация и метрологическое обеспечение измерений в нефтяной и газовой промышленности. Уфа, 1984. С. 69-73.

7 Ишемгузин А.И., Коловертнов Ю.Д. Стационарные и переходные электрические режимы каротажного кабеля // Известия вузов. Нефть и газ, 1986. №10. С. 74-77.

8 Фидлер Д. К., Найтингейл К. Машинное проектирование электронных схем. М.: Высшая школа, 1985. 216 с.

### References

1 Moiseenko A.S., Egorova I.V. Issledovanie harakteristik laboratornogo jekvivalenta bronirovannogo karotazhnogo kabelja: metodicheskie ukazanija. M.: RGU nefti i gaza im. I. M. Gubkina, 2008. 76 с. [in Russian].

2 Novgorodcev A.B. Teoreticheskie osnovy jelektrotehniki. 2-e izd. SPb.: Piter, 2006. 576 s. [in Russian].

3 Ishemguzhin A.I. Osnovy jelektrotehniki: uchebnoe posobie. Ufa: Izdatel'stvo UGNTU, 2005. 71 s. [in Russian].

4 Gorbenko L. A. Karotazhnye kabeli i ih jekspluatacija. M.: Nedra, 1978. 160 s. [in Russian].

5 K raschetu vlijanija parametrov geofizicheskogo kabelja na tochnost' glubinyh izmeritel'nyh preobrazovatelej dlja neftjanyh skvazhin /Ishemguzhin A.I., Azina O.A., Kolovertnov Ju.D., Hamzin N.N. // Aktual'nye problemy nefti i gaza: tez. dokl. resp. nauch. – tehn. konf. Ufa, 1984. S. 94. [in Russian].

6 Ishemguzhin A.I., Azina O.A., Kolovertnov Ju.D. Primenenie chislennyh metodov dlja rascheta ustanovivshihsja i perehodnyh processov v karotazhnom kabele // Avtomatizacija i metrologicheskoe obespechenie izmerenij v neftjanoj i gazovoj promyshlennosti. Ufa, 1984. S. 69-73. [in Russian].

7 Ishemguzhin A.I., Kolovertnov Ju.D. Stacionarnye i perehodnye jelektricheskie rezhimy karotazhnogo kabelja // Izvestija vuzov. Neft' i gaz. 1986. №10. S. 74-77. [in Russian].

8 Fidler D. K., Najtingejl K. Mashinnoe proektirovanie jelektronnyh shem. M.: Vysshaja shkola, 1985. 216 s. [in Russian].

### **Сведения об авторе**

#### **About the author**

Ишемгузин А. И., канд. техн. наук, доцент кафедры автоматизации технологических процессов и производств, ФГБОУ ВО УГНТУ, г. Уфа, Российская Федерация

A. I. Ishemguzhin, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor of the Chair automation of technological processes and production, FSBEI HE USPTU, Ufa, the Russian Federation

e-mail: [iaiufa@yandex.ru](mailto:iaiufa@yandex.ru)