УДК 622.692

ПОРЯДКОВЫЕ СТАТИСТИКИ В СИСТЕМАХ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ

ORDER STATISTICS IN HEAT SYSTEMS

Смородова О.В., Скрипченко А.С.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Российская Федерация

O.V. Smorodova, A.S. Skripchenko

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, the Russian Federation

e-mail: olga_smorodova@mail.ru

Аннотация. В работе предложены аналитические решения для повышения точности определения расходов технологических потоков с помощью стационарных постоянно действующих расходомеров. Числовые примеры выполнены для оценки расходов сетевой воды в тепловых сетях.

Анализ базы исходных данных с помощью коэффициента ранговой корреляции Кендэла показал, что между показаниями рабочих и образцовых расходомеров существует монотонная связь высокого уровня значимости. Для выборок такого типа допустимо применение статистических методов, связанных с упорядочиванием – ранжированием – выборочных данных.

Предложена реализация метода в двух исполнениях. Первый способ – поиск числовой зависимости между независимо упорядоченными показаниями рабочего и образцового расходомеров. В работе показано, что математическая модель, построенная по независимо упорядоченным данным, имеет более высокую точность по сравнению с прямой

обработкой пар исходных данных. Однако, такое решение обоснованно может быть применимо только в случае, когда данные исходной базы подчиняются нормальному закону распределения.

В противном случае необходима реализация метода во втором варианте исполнения – в виде непараметрического метода, в основу которого положен принцип нумерации статистического ряда. Каждой единице совокупности присвоен порядковый номер в ряду, который будет упорядочен по уровню признака. Таким образом, ряд значений показателя ранжируется, а номер каждой отдельной единицы считается ее рангом.

На примере суточных измерений расходов в магистральной тепловой сети реализованы оба метода построения аналитической зависимости истинного значения расхода теплоносителя от показаний рабочих расходомеров.

В работе показано, что реализация метода порядковых статистик позволила увеличить точность определения расхода теплоносителя только по показаниям стационарных приборов до 0,995.

Abstract. In the article the analytical solutions for the increasing of accuracy of technological flows discharge by using stationary flowmeters are proposed. The calculations are realized for determination of heat system water discharge.

The data base analysis by Kendal coefficient using is done. The result has shown the high level of statistical significance of correlation between the measurements of stationary and master flowmeters. For such the data base the measurements ranking methods may be realized.

This method realization is proposed in two variations. The first one is the searching of interrelation between the measurements of stationary and master flowmeters. In the article is shown, that the mathematical model based on independently ranked data, has higher accuracy than data base straight calculations. But this model can be recommended only for data base under normal distribution.

Otherwise the next variant is recommended – as nonparametric method with the principle of statistical series numerating. Every value has the own number. So the statistical series become ranking, and the every value number becomes its rank.

The both methods were realized for creating the model on the data base of heat system. The model describes the interrelation between the measurements of stationary and master flowmeters.

In the article is shown, that the realization of this methods increased the accuracy of discharge determination to 0,995.

Ключевые слова: тепловая сеть, расход, погрешность измерения, образцовый расходомер, ранжирование, порядковые статистики.

Key words: heat system, discharge, error of measurements, master flowmeter, ranking, order statistics.

Одним из необходимых условий эффективной эксплуатации трубопроводов перекачки технологических потоков является знание значений расхода жидкости в тот или иной момент времени [1]. Эта информация позволяет формулировать и решать целый ряд задач, связанных с численным моделированием различных технологических процессов оборудования и трубопроводов, а также управления данными процессами в масштабе реального времени.

Для построения математических моделей теплогидравлических режимов тепловых сетей необходима исходная информация, получаемая в результате прямых или косвенных измерений параметров эксплуатации теплопроводов. Однако используемые рабочие средства измерения обладают известной погрешностью. Уточнить измерения, полученные рабочими расходомерами и манометрами, можно с помощью образцовых средств, погрешность которых, существенно меньше.

Однако высокая стоимость образцовых расходомеров перекачиваемых жидкостей не позволяет оснастить реальные трубопроводы достаточным количеством эталонных приборов. Кроме высокой стоимости образцовым расходомерам присущи и такие недостатки, как недостаточно высокая надежность, сложность их эксплуатации и пр. Для поддержания их высокого класса точности требуется проведение частых дорогостоящих поверок. Перечисленные недостатки образцовых измерителей обуславливают актуальность задачи создания методов аналитического уточнения показаний рабочих расходомеров. Разработка подобных методов позволит повысить надежность и эффективность эксплуатации систем теплоснабжения.

С целью повышения точности измерения расхода сетевой воды предлагается способ с минимальным использованием образцового прибора [2]. В качестве исходных данных использованы показания стационарного теплового счетчика и соответствующие им измерения переносным образцовым ультразвуковым расходомером. Полученные в результате измерения значения наносятся в виде точек на координатную плоскость с целью обнаружить и описать формально зависимость между ними (рисунок 1).

В таблице 1 приведены показания двух расходомеров. Оба счетчика при помощи технологической обвязки включались последовательно в линию трубопровода. В одни и те же моменты времени (с учетом расстояния между расходомерами) фиксировались показания как рабочего, так и образцового расходомеров: x — результат измерения расхода рабочим расходомером,; y — результат измерения расхода образцовым расходомером.

Таблица 1. Результаты измерения расхода, м^3/сут

№	Исходные данные		Упорядоченные данные		№	Исходные данные		Упорядоченные данные	
	x	y	v	u		x	y	v	u
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
1	644,6	638,0	592,8	592,0	14	661,2	665,0	654,8	651,0
2	629,1	624,0	595,4	596,0	15	664,5	667,0	660,0	662,0
3	674,7	686,0	596,9	600,0	16	628,5	625,0	661,2	664,0
4	685,6	696,0	603,7	601,0	17	609,9	615,0	664,5	665,0
5	700,6	694,0	607,0	607,0	18	612,9	607,0	667,3	667,0
6	702,9	689,0	609,9	610,0	19	612,3	616,0	671,4	671,0
7	698,8	698,0	612,3	615,0	20	595,4	592,0	674,7	679,0
8	680,1	679,0	612,9	616,0	21	639,6	651,0	674,7	686,0
9	671,4	662,0	628,5	624,0	22	674,7	687,0	680,1	687,0
10	667,3	664,0	629,1	625,0	23	603,7	610,0	685,6	689,0
11	660,0	671,0	639,6	635,0	24	607,0	600,0	698,8	694,0
12	644,0	635,0	644,0	638,0	25	596,9	601,0	700,6	696,0
13	654,8	646,0	644,6	646,0	26	592,8	596,0	702,9	698,0

При формировании линии тренда напрямую между показаниями приборов дисперсия степени адекватности составляет R^2=0,9539, среднее отклонение фактического показания и величины, определенной по линии тренда, достигает значений более 2 % (рисунок 1, круглые маркеры).

Предлагается способ, позволяющий построить более точное приближение к линейной закономерности [2]. Для обоснованности его применения необходимо доказательство того, что зависимость одного параметра от другого является монотонной – либо монотонно возрастающей, либо монотонно убывающей. Для идентификации монотонности линейной зависимости между x и y удобно воспользоваться статистикой Кендэла [3].

Будем полагать, что n наблюдений над независимой величиной x пронумерованы по возрастанию $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$ и имеется n соответствующих отсчетов величины y ($y_1, y_2, \ldots, y_n$), по которым нужно сделать суждение о достоверности монотонной связи y с x. Число

$$k = \frac{2s(n)}{n(n-1)} \qquad (1)$$

называется коэффициентом ранговой корреляции Кендэла, где

$$s(n) = \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n}\delta_{ij}. \tag{2}$$

называется статистикой Кендэла. В формуле (2) принято обозначение через δ_{ij} знака разности между y_i и y_j:

$$\delta_{ij} = \{1, \text{если } y_i > y_j; 0, \text{если } y_i = y_j; -1, \text{если } y_i > y_j\} \tag{3}$$

Коэффициент корреляции определяет степень соответствия упорядочения всех пар объектов по двум переменным. Чем ближе значения k к 1 или -1, тем ближе характер роста или убывания $\{y_i\}$ к монотонному. Последовательность действий для проверки гипотезы о монотонном характере зависимости y от x является следующей:

– вычисление величины дисперсии σ_k^2:

$$\sigma_k^2 = \frac{4(n+5)}{9n(n-2)} \tag{4}$$

– определение доверительной вероятности P гипотезы о монотонности зависимости y от x:

$$P = 1 - 2\Phi[-(\frac{|k|}{\sigma_k^2})] \tag{5}$$

– формулирование заключения принять/отвергнуть гипотезу о монотонном характере связи y с x.

Для рассматриваемого примера из таблицы 1, где n = 26, вычисления дают:

$$s(n) = 273; \quad k = \frac{2\times 273}{26\times(26\text{-}1)} = 0{,}84; \quad \sigma_k = \sqrt{\frac{4\times(26+5)}{9\times 26(26\text{-}2)}} = 0{,}148; \frac{|k|}{\sigma_k^2} = 5{,}67.$$

Поскольку функция нормального распределения Ф<0,00001, то доверительная вероятность монотонной зависимости y от x в данном случае практически не отличается от 1. Таким образом, предлагаемый метод порядковых статистик обоснованно может быть применен к исходной базе данных эксплуатации тепловой сети.

Реализация метода состоит в том, что минимальному из экспериментальных значений x ставится в соответствие минимальное значение y, второму по величине x — второе по величине значение y, максимальному x — максимальное y. Эти значения x и y записаны в таблице 1 соответственно в графах v, u. Полученные таким способом новые точки последовательно соединяются отрезками прямых. На рисунке 1 изображена кусочно-ломаная линия, построенная по предлагаемому ниже методу. Этот способ дает, как правило, приемлемую для практики точность. Так, в нашем случае различие между гладкой и кусочно-ломаной линиями весьма мало в сравнении с разбросом точек прямых измерений.

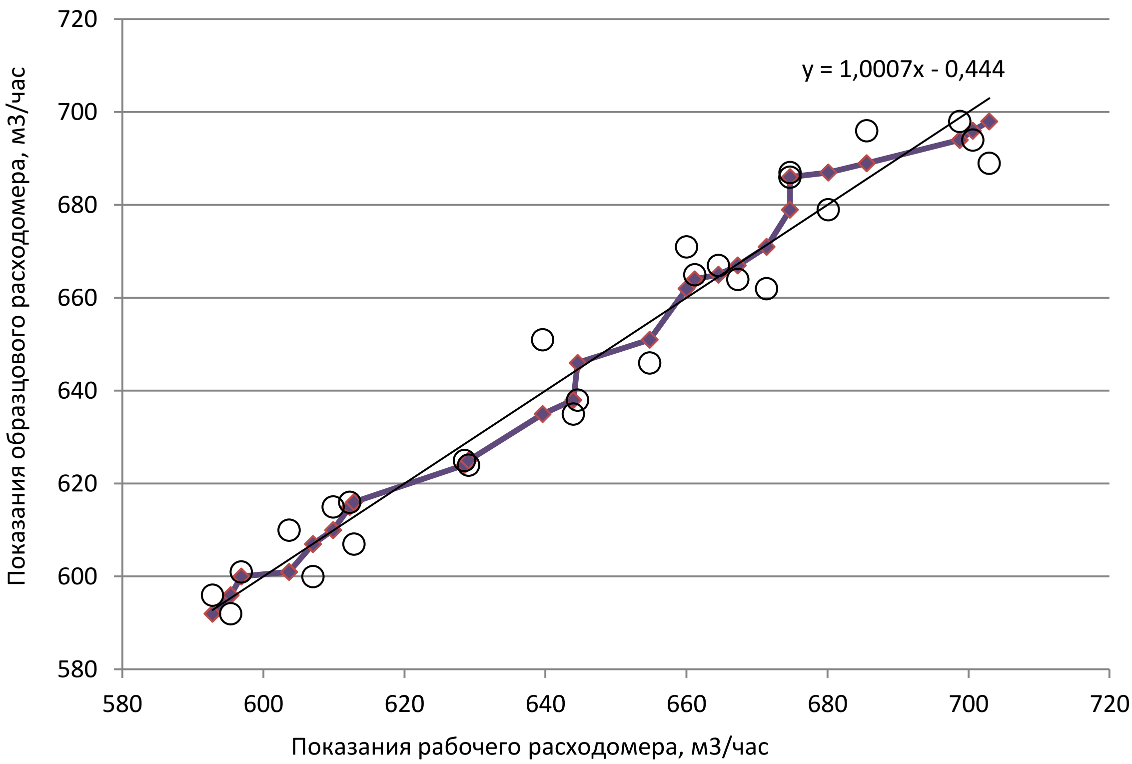

Рисунок 1. Порядковое приближение (кусочно-линейный график)

Данные, полученные в результате экспериментов, подвержены тем или иным случайностям, в результате которых y не является детерминированной функцией аргумента x, а есть случайная величина, значения которой разбросаны вокруг некоторой неизвестной детерминированной функции от x:

$$y(x) = f(x) + \xi, \quad (6)$$

где f — истина, а ξ — случайное отклонение, или шум.

В рассматриваемом примере хорошее приближение к f можно было бы получить функцией, отражающей внутреннюю природу изучаемого явления. График функции изображен на рисунке 1 гладкой линией, имеющей уравнение:

$$y(x) = 1{,}0007x - 0{,}444.$$

Расчеты показали, что полученная математическая модель соответствует исходным данным на уровне дисперсии адекватности R^2=0,9661. Причиной столь несущественного повышения дисперсии адекватности является вид закона распределения исходной базы данных измеренных расходов. Как показало построение полигона частот распределения данных (рисунок 2), закон распределения не соответствует нормальному.

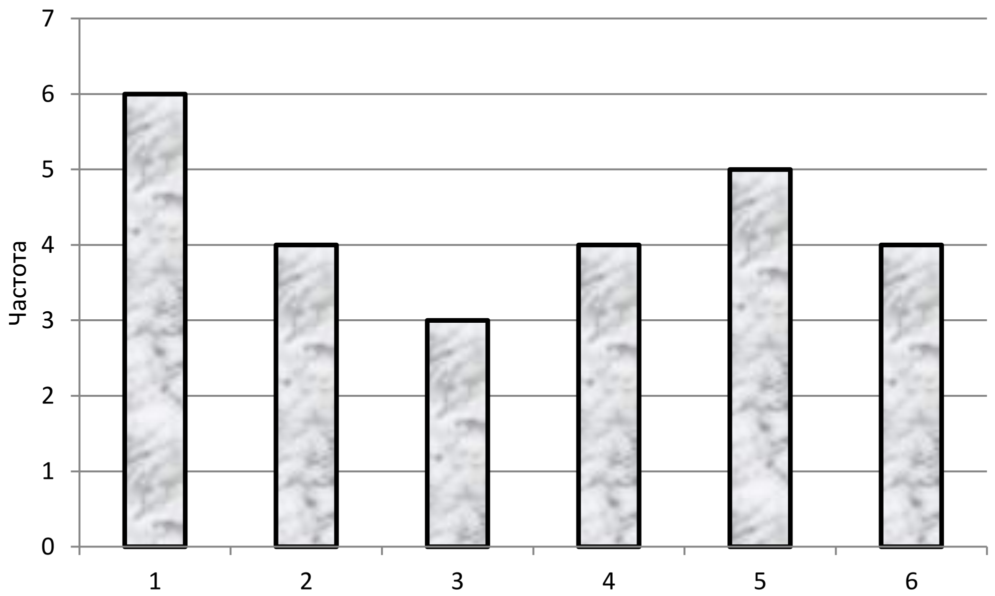

Рисунок 2. Полигон частот распределения показаний рабочего расходомера

Это обстоятельство заставляет прибегать к использованию так называемых непараметрических методов, позволяющих оценить интенсивность связи между такими показателями [4]. В основу непараметрических методов положен принцип нумерации статистического ряда. Каждой единице совокупности присваивается порядковый номер в ряду, который будет упорядочен по уровню признака. Таким образом, ряд значений показателя ранжируется, а номер каждой отдельной единицы считается ее рангом: рангом наблюдения y_i называется номер $R(y_i)$, который получает это наблюдение в упорядоченном ряду значений $y_{(i)}$.

Если все наблюдения имеют несовпадающие между собой значения, то их ранги как натуральные числа всегда распределены равномерно, независимо от того, каким было распределение исходных наблюдений. Если f(x) — монотонная функция, то ранги выборочных значений аргумента и функции просто совпадают:

$$R(f(x_i)) = R(x_i). \tag{7}$$

Ранги реальных наблюдений должны хорошо приближаться линейной функцией, если y_i есть «зашумленные» значения монотонной функции f(x):

$$R(y_i) \approx a + bR(x_i) \tag{8}$$

Тогда порядковый прогноз для монотонной зависимости можно найти следующим образом:

1) ранжировать значения x_i и y_i;

2) найти линейное приближение рангов y_i рангами x_i;

3) находить приближенные значения f(x) из (1) путем интерполяции между значениями y_i соответствующими целым значениям рангов.

В таблице 2 приведены результаты соответствующих этому способу действий. После исходных значений x и y из таблицы 1 в графе R(x) и R(y) приведены соответственно ранги значений x и y.

Таблица 2. Значения порядковых приближений, использующих ранги

№	x	y	v	u	R(x)	R(y)	r(y)	z
1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***
1	645	638	593	592	1	2	623	586
2	629	624	595	596	2	1	608	590
3	675	686	597	600	3	4	653	594
4	686	696	604	601	4	6	663	599
5	701	694	607	607	5	3	678	603
6	703	689	610	610	6	7	680	607
7	699	698	612	615	7	8	676	611
8	680	679	613	616	8	5	658	613
9	671	662	629	624	9	10	649	619
10	667	664	629	625	10	9	645	624
11	660	671	640	635	11	14	638	628
12	644	635	644	638	12	11	623	632
13	655	646	645	646	13	12	633	636
14	661	665	655	651	14	13	639	642
15	665	667	660	662	15	19	643	645
16	629	625	661	664	16	17	608	649
17	610	615	665	665	17	18	590	653
18	613	607	667	667	18	16	593	658
19	612	616	671	671	19	15	592	662
20	595	592	675	679	20	21	576	666
21	640	651	675	686	21	22	619	669
22	675	687	680	687	22	20	653	674
23	604	610	686	689	23	25	584	678
24	607	600	699	694	24	26	587	682
25	597	601	701	696	25	24	577	687
26	593	596	703	698	26	23	573	691

В графе r(y) приведены значения, найденные по формуле

$$r(y_i) = 0{,}9665x + 0{,}4523,$$

которая соответствует среднеквадратичному приближению рангов R(y) рангами R(x). На рисунке 3 этой формуле соответствует прямая. В графе z таблицы 2 приведены искомые приближенные значения.

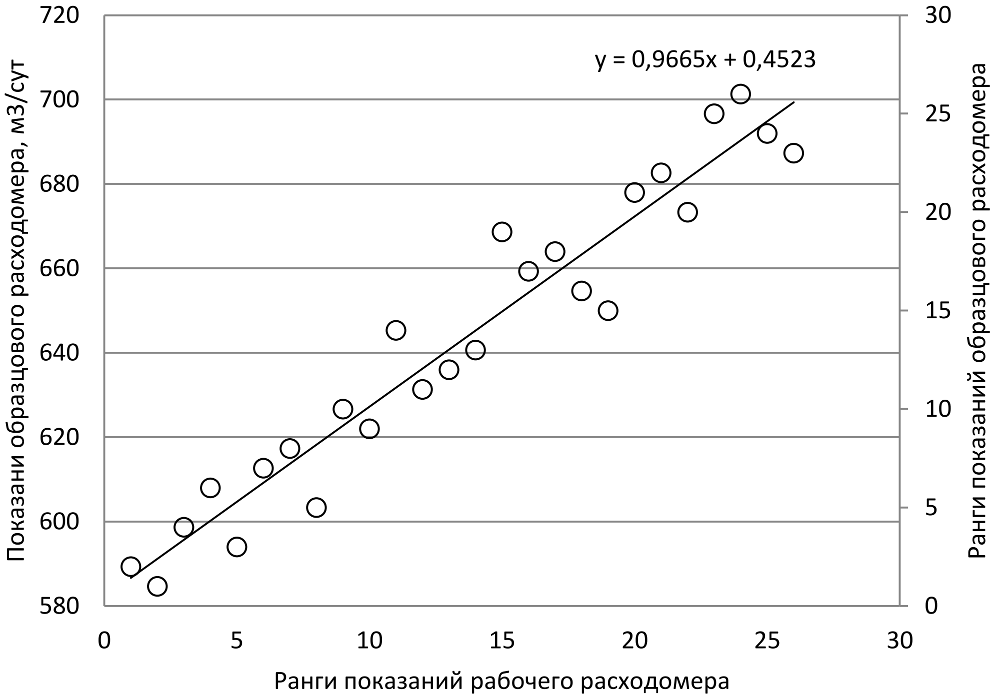

Рисунок 3. Линейное приближение рангов

Так как случайная величина y определена моделью (6), то структуру порядковых статистик для выборки объема n можно записать в виде

$$y_i = f(x_i) + G_i + \eta_i, \tag{9}$$

где η_i — случайная величина, не зависящая от f(x) (остаточный шум), а G_i — функция, зависящая от i, x_i, f, а также от функции распределения ξ и имеющая смысл математического ожидания уклонения y_i от f_i.

Реализация построенной модели приводит к некоторому смещению смоделированных значений расхода относительно фактических значений. На графике (рисунок 1) смещение проявляется в тенденции порядкового приближения быть выше линии модели на правой границе области построения и ниже – на левой границе. Способ компенсации смещения состоит в том, чтобы несколько повернуть всю кривую, определяющую ПП (рисунок 1), по часовой стрелке вокруг ее центра тяжести так, чтобы минимизировать сумму квадратов отклонений от нее экспериментальных точек. Делается это с помощью метода наименьших квадратов МНК следующим образом.

Пусть значения u_i есть ПП для f(x). Вычтем из них среднее значение $\bar{u}$ и обозначим центрированные значения u_i через $\tilde{u}_i$:

$$\tilde{u}_i = u_i - \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} u_i \qquad (10)$$

Вычислим значение

$$a = \frac{(\tilde{u}, y)}{(\tilde{u}, \tilde{u})} \qquad (11)$$

и n чисел φ_i по формуле

$$\varphi_i = a\tilde{u} + \bar{u} \qquad (12)$$

Обратившись к рисунку 3 можно заметить, что график ПП, использующего ранги, сразу же оказался повернут в нужную сторону. Причина этого в том, что при построении этого ПП как раз используется МНК на этапе аппроксимации рангов R(y) рангами R(x). Однако, поскольку значения y_i заметно отличаются от значений рангов, это ПП можно несколько улучшить, еще раз применив МНК (рисунок 4).

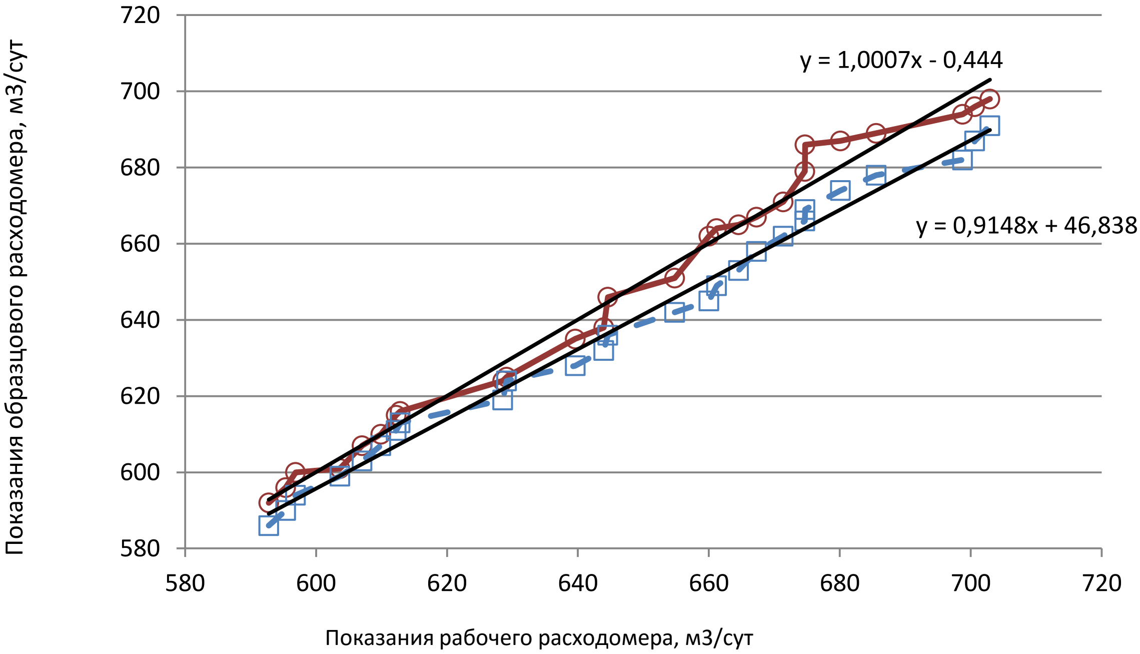

Рисунок 4. Порядковое приближение с использованием рангов

Выводы

1. Установлено, что между показаниями рабочего и образцового расходомеров существует монотонная связь на высоком уровне значимости. Это позволяет обоснованно применить способ порядкового приближения монотонной зависимости.

2. Получены аналитические зависимости для определения истинного значения расхода по показаниям стационарного расходомера сглаживанием кусочно-линейного графика и порядковым приближением рангов измерений со значением дисперсии адекватности R^2=0,9661 и R^2=0,9902 соответственно.

3. Применение метода позволило повысить точность определения расхода до значения 0,995.

Список используемых источников

1 Байков И.Р., Жданова Т.Г., Гареев Э.А. Моделирование технологических процессов трубопроводного транспорта нефти и газа. Уфа: УНИ, 1994.128 с.

2 Кукинов А.М. Применение порядковых статистик и ранговых критериев для обработки наблюдений// Поиск зависимости и оценка погрешности. М.: Наука, 1985. С.97-110.

3 Кендэл М. Ранговые корреляции. М.: Статистика, 1975.216 с.

4 Майстренко А.В., Светлаков А.А. Косвенное измерение расхода жидкости, перекачиваемой насосными агрегатами// Доклады ТУСУРа. (Томск). 2014. № 4 (34).

References

1 Bajkov I.R., Zhdanova T.G., Gareev Je.A. Modelirovanie tehnologicheskih processov truboprovodnogo transporta nefti i gaza. Ufa: UNI, 1994.128 s. [in Russian].

2 Kukinov A.M. Primenenie porjadkovyh statistik i rangovyh kriteriev dlja obrabotki nabljudenij// Poisk zavisimosti i ocenka pogreshnosti. M.: Nauka, 1985. S.97-110. [in Russian].

3 Kendjel M. Rangovye korreljacii. M.: Statistika, 1975.216 s. [in Russian].

4 Majstrenko A.V., Svetlakov A.A. Kosvennoe izmerenie rashoda zhidkosti, perekachivaemoj nasosnymi agregatami// Doklady TUSURa. (Tomsk). 2014. № 4 (34). [in Russian].

Сведения об авторах

About the authors

Смородова О.В., канд. техн. наук, доцент кафедры «Промышленная теплоэнергетика», ФГБОУ ВО УГНТУ, г. Уфа, Российская Федерация

O.V. Smorodova, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor of the Chair «Industrial Heat Powering» FSBEI HPE USPTU, Ufa, the Russian Federation

e-mail: olga_smorodova@mail.ru

Скрипченко А.С., магистр кафедры «Промышленная теплоэнергетика», ФГБОУ ВО УГНТУ, г. Уфа, Российская Федерация

A.S. Skripchenko, Master of Engineering Sciences of the Chair «Industrial Heat Powering» FSBEI HE USPTU, Ufa, the Russian Federation