

УДК 532.517.4

**МОДЕЛЬ АНИЗОТРОПНОЙ ЖИДКОСТИ ДЛЯ ПЛОСКОГО  
ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА**

**ANISOTROPIC LIQUID MODEL FOR COUETTE PLANE FLOW**

**Колосов Б. В., Ларин П. А.**

**ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический  
университет», филиал в г. Октябрьский, Российская Федерация**

**B. V. Kolosov, P. A. Larin**

**FSBEI NPE “Ufa State Petroleum Technological University”, Branch in  
Oktyabrsky, the Russian Federation**

**Аннотация.** На основе модели анизотропной жидкости, предложенной в предыдущих работах авторов данной статьи, рассмотрено плоское течение Куэтта (чистый сдвиг).

Изучено распределение скоростей анизотропной жидкости. Показано, что в этом случае надо ввести два логарифмических закона для скорости. Теоретически найдены константы для этих законов. В результате расчетов найдено, что всю область пространства, занятую анизотропной жидкостью, можно разделить на две части. В первой (большей) направлении движения молекул совпадает с вектором скорости для изотропной жидкости. Во второй (меньшей) движение происходит в обратном направлении. Такое противоположное направление скоростей делает эту область неустойчивой и склонной к образованию вихря. Таким образом, появляется новое представление о природе возникновения вихревого движения, что существенно для теории турбулентности.

Теоретически показано, что плотность анизотропной жидкости в 1, 4 раза больше плотности изотропной.

Надо отметить, что теоретическое значение константы перед логарифмом скорости для основной области пространства, занятой течением получилось  $c_1 = e$ . Обратное значение этой величины, называемое константой Кармана (Прандтля-Кармана) равно  $k = 0,368$ . Для многих случаев (течение в круглой трубе, возле плоскости и других) известные опытные данные близки к этому значению. Так как все эти течения содержат элементы чистого сдвига (касательное напряжение является постоянным), то согласие теории и эксперимента можно считать удовлетворительным. Надо отметить, что это дает новое представление о проявлении анизотропных свойств в реальных турбулентных потоках. Рассмотрена аналогия между вихрями и элементарными частицами. Сделана количественная оценка.

**Abstract** .The paper presents Couette plane flow (pure shear) based on the model of anisotropic liquid that was proposed in the previous works by the authors. There has been studied velocity distribution of anisotropic liquid. The paper demonstrates that in this case two logarithmic laws velocity should be introduced. There have been derived constants for these laws. The calculations show that the whole area occupied with anisotropic liquid can be divided into two parts. In the first part (larger part) the direction of the movement of molecules coincides with the velocity vector for isotropic liquid. In the second part (the less part) there takes place the movement in the opposite direction. The opposite direction of velocities makes that area unsteady and apt to vortex formation. That leads to a new concept of vortex formation that is essential to the theory of turbulence. It has been theoretically demonstrated that the specific gravity of anisotropic liquid is 1.4 times greater than the specific gravity of isotropic liquid.

It should be noted that the ideal value of the constant ahead of the velocity logarithm for the fundamental domain of the area occupied with flow is expressible as  $c_1 = e$ .

The reciprocal value of the magnitude called value of Karman (Karman constant) is expressed as  $k = 0.368$ . For many cases (the flow in the circular pipe, next to the subspace etc.) the known experimental results are close to this value. Since all these flows contain the elements of pure shift (the shearing stress is constant) the accord between the theory and the observation can be considered satisfactory.

It should be added that the results give a new concept of appearance of anisotropic properties in real turbulent flows.

There has been considered the analogy between vortex points and elementary particles. The quantitative estimation has also been made.

**Ключевые слова:** изотропная, анизотропная жидкость; закон Ньютона; напряжение сдвига; логарифмический закон скорости; образование вихря; плотность анизотропной жидкости.

**Key words:** isotropic, anisotropic liquid; Newton's law; shear stress; logarithmic law of velocity; vortex formation; specific gravity of anisotropic liquid.

В работах [1-3] рассматривалась модель анизотропной жидкости. Сущность этой модели состоит в том, что дополнительно к традиционному представлению о жидкости как изотропной среде вводится положение, что в короткие промежутки времени (порядка  $10^{-13}$  с) в ограниченных объемах возникает коррелированное движение молекул. Это приводит к появлению анизотропии как оптических, так и механических свойств жидкости. Закон трения Ньютона

$$\tau = \mu \frac{dw}{dy}, \quad (1)$$

применяемый для изотропных сред, перестает быть справедливым. Вместо него используется соотношение

$$\tau = \text{const}, \quad (2)$$

характерное для твердых тел. Такая жидкость – это, по существу, динамический жидкий кристалл. Этим он принципиально отличается от обычных жидких кристаллов, свойства которых определяются асимметрией молекул [4]. Такой кристалл может существовать только в движении. В области пространства, которую он занимает, устанавливается свое распределение скоростей. Как показано в [2], оно является логарифмическим. Модель динамического жидкого кристалла позволила дать новое определение турбулентности, объяснить её возникновение и теоретически получить значение одной из констант логарифмического закона, которое оказалось близким к известным экспериментальным данным [2, 5, 6].

Если в [2] такая модель была применена к течению в прямой круглой трубе, то сейчас рассматривается плоское течение Куэтта (чистый сдвиг). Общий вид такого течения представлен на рисунке 1.

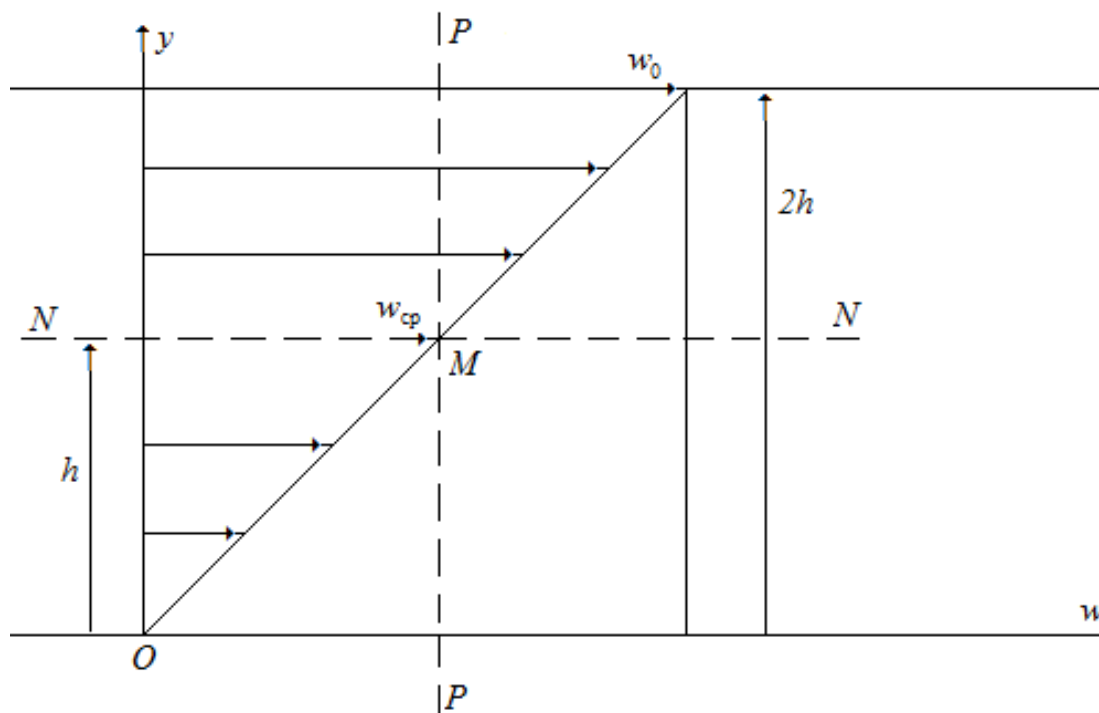


Рисунок 1. Распределение скоростей в плоском течении Куэтта:  $h$ -половина расстояния между верхней и нижней плоскостями, N-N и P-P –плоскости симметрии, проходящие через центральную точку M

Верхняя плоскость движется относительно нижней со скоростью  $w_0$ . Как известно в таком случае распределение скоростей для изотропной жидкости является линейным в соответствии с законом (1).

В силу симметрии профиля скоростей относительно одновременного отражения в плоскостях  $N-N$  и  $P-P$ , перпендикулярных плоскости (рисунок 1), далее будем рассматривать течение в области  $0 \leq y \leq h$  (рисунок 2).

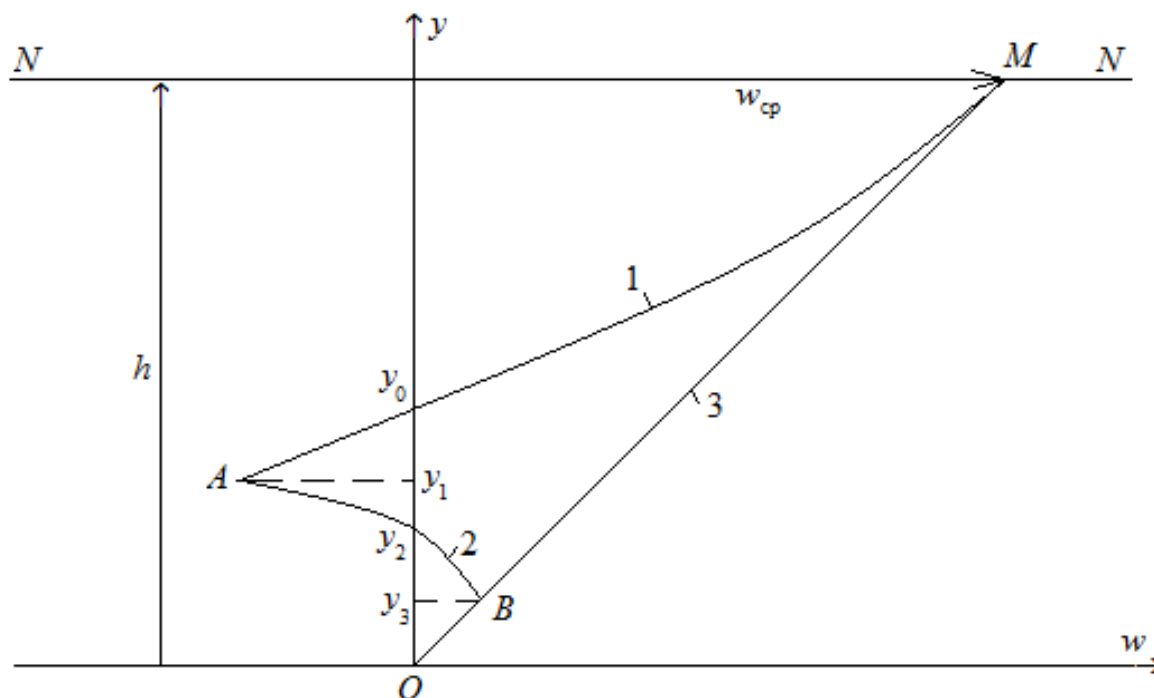


Рисунок 2. Распределение скоростей для изотропной и анизотропной жидкости:

- 1 – первый логарифмический закон анизотропной жидкости
- 2 – второй логарифмический закон для анизотропной жидкости
- 3 – линейный закон изотропной жидкости

Интерпретация линий на этом рисунке следующая. Согласно [3] изотропное движение жидкости превращается в анизотропное при вполне определенных, конечных значениях скоростей сдвига ( $dw/dy$ ). Поэтому при достижении изотропным движением (линия 3) такой скорости сдвига, может возникнуть первое, основное анизотропное движение (линия 1), которое заполняет большую часть пространства. Уравнение этого закона записывается в виде [2].

$$\frac{w_{ан1}}{w_{ан*}} = c_1 \ln \frac{y}{y_0}, \quad (3)$$

или

$$\frac{w_{ан1}}{w_{ан*}} = c_1 \ln \frac{y w_{ан*}}{a} + c'_1, \quad (4)$$

где  $w_{ан1}$  – скорость анизотропной жидкости;

$$w_{ан*} = \sqrt{\frac{\tau_{ан}}{\rho_{ан}}} \text{ – динамическая скорость;}$$

$\tau_{ан}$ ,  $\rho_{ан}$ ,  $a$  – напряжение сдвига, плотность и температуропроводность анизотропной жидкости;

$c_1$ ,  $c'_1$  – безразмерные константы;

$y_0$  – расстояние, на котором  $w_{ан1} = 0$ .

Для сохранения контакта области, занятой анизотропным движением, с областью изотропного движения (ведь они превращаются друг в друга) необходимо второе логарифмическое распределение (линия 2). Запишем его в виде

$$\frac{w_{ан2}}{w_{ан*}} = c_2 \ln \frac{2y_2 - y}{y_2}, \quad (5)$$

где  $y_2$  – расстояние, при котором  $w_{ан2} = 0$

Из рисунка 2 видно, что для сохранения баланса массы плотность анизотропной жидкости должна быть больше изотропной. Это согласуется с выводом [1], где сама величина напряжения  $\tau_{ан}$  связана с изменением плотности.

Для проведения количественных оценок воспользуемся условием равенства скоростей анизотропного и изотропного движений при  $y = h$

$$w_{ан1} = w_{ср}, \quad (6)$$

а также их градиентов

$$\frac{\partial w_{ан1}}{\partial y} = \frac{w_{ср}}{h} \quad (7)$$

(точка  $M$  на рисунке 2). Используя для этого уравнение (3), получим

$w_{ср} = c_1 w_{ан*}$ , а затем

$$\frac{h}{y_0} = e. \quad (8)$$

Введем для изотропного движения (рисунок 1) обычное в гидродинамике соотношение:

$$\tau_{из} = \lambda_{из} \rho_{из} \frac{w_0^2}{2}, \quad (9)$$

где  $\lambda_{из}$  – коэффициент гидродинамического сопротивления для изотропного движения. Аналогичную запись можно сделать для анизотропного движения.

В дальнейшем будем использовать следующую систему индексов: для изотропного движения будем писать индекс  $v$  (этот же символ далее будет обозначать кинематическую вязкость), для анизотропного – индекс  $a$  (такие обозначения приняты в [2]).

Учитывая, что  $w_0 = 2w_{ср}$ , по формуле (9) получим для изотропного движения

$$\tau_v = 2\lambda_v \rho_v w_{ср}^2, \quad (10)$$

и для анизотропного

$$\tau_a = 2\lambda_a \rho_a w_{a,ср}^2, \quad (11)$$

то есть средние скорости для изотропного и анизотропного движения отличаются друг от друга.

Далее делаем преобразования:

$$\lambda_v = \frac{\tau_v}{2\rho_v w_{cp}^2} = \frac{\nu\rho_v w_{cp}}{2h\rho_v w_{cp}^2} = \frac{\nu}{2hw_{cp}} = \frac{1}{\text{Re}}, \quad (12)$$

где  $\text{Re} = \frac{2hw_{cp}}{\nu}$  – число Рейнольдса,

$$\frac{\tau_v}{\rho_v} = w_{v*}^2 = 2\lambda_v w_{cp}^2,$$

$$\frac{w_{v*}}{w_{cp}} = \sqrt{2\lambda_v}, \quad (13)$$

$$\frac{\tau_a}{\rho_a} = w_{a*}^2 = 2\lambda_a w_{a,cp}^2.$$

Так как напряжение сдвига жидкости линейно связано с изменением ее плотности [1], то динамические скорости для изотропной и анизотропной жидкости равны.

$$w_{v*} = w_{a*}.$$

Поэтому в дальнейшем используем одно обозначение  $w_*$ . Используя (4), запишем:

$$w_a = c_1 w_* \ln \frac{yw_*}{\nu_0}, \quad (14)$$

где  $\nu_0$  – вязкость в точке перехода. При  $y = y_0$  из (14) следует

$$\frac{y_0 w_*}{\nu_0} = 1.$$

Отсюда

$$y_0 = \frac{\nu_0}{w_*}, \quad \frac{y_0}{h} = \frac{\nu_0}{hw_*} = \frac{2}{\text{Re}} \cdot \frac{w_{cp}}{w_*}.$$

Воспользуемся равенствами (12) и (13):



$$\frac{y_0}{h} = 2\lambda_v \frac{1}{\sqrt{2\lambda_v}} = \sqrt{2\lambda_v} = \frac{w_*}{w_{cp}} = \frac{1}{e}. \quad (15)$$

Так как из соотношений (6), (7) следует,  $c_1 w_* = w_{cp}$ , то в итоге получаем

$$c_1 = e. \quad (16)$$

Таким образом, значение постоянной в логарифмическом законе (3) найдено теоретически. В работе [2] показано, что значение  $c_1$  должно быть близко к соответствующей постоянной в реальном турбулентном движении. Действительно, значение  $c_1$  в (16) удовлетворительно соответствует опытным данным для плоских течений [5, 6].

Теперь рассмотрим условие равенства скоростей и их производных по переменной  $y$  для изотропного и анизотропного движений в точках  $A$  и

$B$  (рисунок 2). При этом введем обозначения  $\frac{y_1}{y_0} = k$ ,  $\frac{y_2}{y_0} = m$ ,  $\frac{y_3}{y_0} = n$ , где

$y_1$  – координата точки  $A$  на оси  $y$ ,  $y_2$  – расстояние, при котором скорость для второго логарифмического распределения (5) равна нулю,  $y_3$  – координата точки  $B$  на оси  $y$ .

Точка  $A$ .

1.1. Запишем равенство скоростей для двух логарифмических распределений (3) и (5)

$$c_1 w_* \ln \frac{y_1}{y_0} = c_2 w_* \ln \frac{2y_2 - y_1}{y_2}. \quad (17)$$

Используя указанные обозначения, будем иметь

$$c_1 \ln k = c_2 \ln \left( 2 - \frac{k}{m} \right). \quad (18)$$

1.2. Запишем равенство производных для этих распределений (по абсолютной величине)

$$c_1 w_* \frac{1}{y_1} = c_2 w_* \frac{1}{2y_2 - y_1}. \quad (19)$$

Отсюда получим

$$\frac{c_2}{c_1} = 2 \frac{m}{k} - 1. \quad (20)$$

Точка *B*.

2.1. Запишем равенство скорости для второго логарифмического закона движения анизотропной жидкости и линейного закона движения изотропной жидкости.

$$c_2 w_* \ln \frac{2y_2 - y_3}{y_2} = \frac{w_{cp}}{h} y_3. \quad (21)$$

Преобразуем это выражение к виду

$$c_2 \ln \left( 2 - \frac{n}{m} \right) = \frac{w_{cp}}{w_*} \frac{y_3}{y_0} \frac{y_0}{h}.$$

Учитывая (15) получим

$$c_2 \ln \left( 2 - \frac{n}{m} \right) = n. \quad (22)$$

2.2. Запишем равенство производных для этих скоростей (по абсолютной величине)

$$\frac{c_2 w_*}{2y_2 - y_3} = \frac{w_{cp}}{h}. \quad (23)$$

Или преобразуя аналогично предыдущему

$$c_2 = 2m - n. \quad (24)$$

Таким образом, имеем четыре уравнения: (18), (20), (22), (24) и четыре неизвестных:  $c_2$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $k$ , учитывая, что  $c_1 = e$  было найдено раньше.

Решение этой системы дает:  $c_2 = 0,73313577$ ,  $k = 0,79383094$ ,  
 $m = 0,50396579$ ,  $n = 0,2747958$ .

Значение величины  $k$  говорит о том, что точка  $A$  находится в зоне отрицательных скоростей. Это означает, что в области пространства, занятой анизотропной жидкостью, часть векторов скорости молекул (точнее любых материальных объектов) имеет одно преобладающее направление, а другая (меньшая часть) противоположное. Это уточняет свойства этой области, ранее названной анизотропом [3]. Важно, что это противоположное направление скоростей делает эту область неустойчивой и склонной к образованию вихря. Таким образом, мы получаем новое представление о природе возникновения вихревого движения, что существенно для теории турбулентности.

Чтобы решить вопросы о плотности анизотропной жидкости, составим уравнение сокращений массового расхода жидкости при фазовом переходе изотропия-анизотропия. Массовый расход, определяемый как произведение плотности на площадь сечения потока и на среднюю скорость жидкости. При записи не используем ширину канала, так как она одинакова в левой и правой части уравнения.

$$\frac{1}{2} w_{cp} h \rho_v = \rho_a \int_{y_1}^h c_1 w_* \ln \frac{y}{y_0} dy + \rho_a \int_{y_3}^{y_1} c_2 w_* \ln \frac{2y_2 - y}{y_2} dy + \frac{1}{2} w_{cp} \frac{y_3^2}{h} \rho_v. \quad (25)$$

Левая часть этого уравнения представляет собой полный массовый расход изотропной жидкости при  $0 \leq y \leq h$  (рисунок 2), а последнее слагаемое в правой части – расход этой же жидкости в нижнем треугольнике (т.е. при  $0 \leq y \leq y_3$ ).

Первое и второе слагаемое в правой части это соответственно расходы анизотропной жидкости при первом и втором логарифмических законах.

Введем обозначение: отношение плотностей  $\rho_a$  и  $\rho_v$ :  $\frac{\rho_a}{\rho_v} = Z$ , а

также  $\frac{y_0}{h} = \frac{w_*}{w_{cp}} = \frac{1}{e} = x$ .

После интегрирования уравнения (25) получим:

$$\frac{1}{2x} = -c_1 Z k x (\ln k - 1) - c_2 Z x \left\{ (2m - k) \left[ \ln \left( 2 - \frac{k}{m} \right) - 1 \right] - (2m - n) \left[ \ln \left( 2 - \frac{n}{m} \right) - 1 \right] \right\} + \frac{n^2 x}{2}. \quad (26)$$

Решение (26) дает  $Z = 1,40031972$ , т.е. плотность анизотропной жидкости больше, чем изотропной.

Рассмотрим одно из свойств области анизотропной жидкости (анизона). Она ограничена линиями  $AM$  и  $AB$  (рисунок 2). На линии  $AM$  действует первый логарифмический закон, на линии  $AB$  – второй.

Найдем отношение кинетических энергий потоков жидкости, соответствующим этим законам. Для первого закона эта энергия равна

$$U_1 = \rho_a c_1^3 w_*^3 \int_{y_1}^h \left( \ln \frac{y}{y_0} \right)^3 dy, \quad (27)$$

для второго

$$U_2 = \rho_a c_2^3 w_*^3 \int_{y_3}^{y_1} \left( \ln \frac{2y_2 - y}{y_2} \right)^3 dy. \quad (28)$$

Отношение этих энергий равно

$$\frac{U_1}{U_2} = -922,37970172.$$

Важно абсолютное значение этой величины. Отрицательный знак просто учитывает влияние отрицательной скорости при  $y_2 \leq y \leq y_1$

(рисунок 2). Это большое число (922) вынуждает нас обратиться от теории турбулентности к электромагнитной теории. В последние десятилетия появились теории (например, польский физик М. Грызинский), которые предполагают считать элементарные заряженные частицы (электрон, протон) вихрями некоторой (первичной) материи. Аналогию между вихревым и электромагнитным движением развивал также русский физик Н. Кастерин. Если электрон – это вихрь то, как он возникает? Указанные теории на этот вопрос не отвечают. Известно, что исторически первыми были заряды, получаемые за счет трения. Да и при современной генерации, при вращении ротора относительно статора происходит чистый сдвиг, которым является, рассмотренное нами, течение Куэтта.

Из рисунка 2 ясно, что образование анизотропной среды (ранее мы говорили о жидкости, что, то же самое) приводит к условиям, способствующим появлению вихрей. Область под кривой 2 на рисунке 2 склонна к образованию вихрей, но еще не вихрь. Переходя к зарядам можно предположить, что это нейтральная частица – позитроний, которая может превратиться в пару противоположных зарядов – электрон и позитрон. Известно, что существуют четыре состояния пары электрон – позитрон за счет комбинаций спинов [7, 8]. Тогда область под кривой 1 должна содержать оставшиеся три пары электрон – позитрон и некий нейтральный объект (частицу), так как в движении на рисунке 2 нет пока вращательного движения (есть только склонность к его образованию). Тогда энергия этого объекта (частицы) будет в  $922,3797 - 3 = 919,3797$  раз превышать энергию пары электрон-позитрон. Используя принцип эквивалентности энергии и массы, и учитывая, что массы электрона и позитрона равны, получим отношение массы нейтрального объекта к массе электрона  $919,3797 \cdot 2 = 1838,7594$ . По справочным данным [9] отношение массы нейтрона к массе электрона равно 1838,6827. Следует отметить близость этих чисел, полученных разными способами.

Таким образом, модель анизотропной жидкости в настоящей статье получила дальнейшее развитие по сравнению с работами [1-3]. Введен новый логарифмический закон и рассмотрен случай различной плотности изотропной и анизотропных фаз.

### **Выводы**

1. Использование модели анизотропной жидкости для течения чистого сдвига (течение Куэтта) позволило выяснить природу возникновения вихревого движения.

2. Теоретически найдена константа в логарифмическом законе анизотропного движения, которая близка к опытному значению для турбулентного движения.

3. Показано, что плотность анизотропной жидкости примерно в 1,4 раза больше плотности изотропной.

4. Даны некоторые оценки связи вихревого и электромагнитного движений.

### **Список используемых источников**

1 Колосов Б. В., Ларин П. А. Моделирование неньютоновских свойств жидкости // Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. 2013. № 2. С. 450 – 460.

2 Колосов Б. В. Применение термодинамики к задачам трубопроводного транспорта // Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. 2014. № 1. С. 534 – 654.

3 Колосов Б. В. О механизме неньютоновского поведения жидкостей // Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. 2015. № 1. С. 382 – 405.

4 Де Жен П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977. 400 с.

5 Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Мир, 1974. 711 с.

6 Хинце И. О. Турбулентность. М.: Гос. изд-во физ.-мат. л-ры, 1963. 680 с.

7 Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1967. Т.8. 271 с.

8 Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1967. Т. 9. 259 с.

9 Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. М.: Сов. Энциклопедия, 1984. 944 с.

## References

1 Kolosov B.V., Larin P.A. Modelirovanie nen'ytonovskikh svoystv zhidkosti // Neftegasovoe delo: electron. nauch. zhur. 2013. № 2. S. 450 – 460 [in Russian].

2 Kolosov B. V. Primenenie termodinamiki k zadatham truboprovodnogo transporta // Neftegasovoe delo: electron. nauch. zhur. 2014. № 1. S. 534 – 564 [in Russian].

3 Kolosov B. V. O mechanizme nen'ytonovskogo povedeniya zhidkosti // Neftegasovoe delo: electron. nauch. zhur. 2015. № 1. S. 382 – 405 [in Russian].

4 De Gen P. Fizika gidkix kristallov. M.: Mir, 1977. 400 s. [in Russian].

5 Shlihting G. Teoriya pogranichnjgo sloya. M.: Mir, 1974. 711 s. [in Russian].

6 Xinse I. O. Turbulentnost. M.: Gos. Isd. Fis. Mat. I-ri. 1963. 680 s. [in Russian].

7 Feinman R., Leiton R., Sends M. Feinmanovskie lekcii po fizike. M.: Mir, 1967. Т.8. 271 s. [in Russian].

8 Feinman R., Leiton R., Sends M. Feinmanovskie lekcii po fizike. M.: Mir, 1967. Т. 9. 259 s. [in Russian].

9 Fizicheskiy antsiklopedicheskiy slovar /Gl. Red. A.M.Proxorov M.; Sov. Antsiklopedia. 1984. 944s. [in Russian].

## **Сведения об авторах**

### **About the authors**

Колосов Б. В., старший преподаватель кафедры «Механика и технология машиностроения» ФГБОУ ВПО УГНТУ, филиал в г. Октябрьский, Российская Федерация

B.V. Kolosov, Senior Lecturer of the Chair “Mechanics and Mechanical Engineering” FSBEI NPE USPTU, Branch in Oktyabrsky, the Russian Federation

e-mail: [bvkolosov@mail.ru](mailto:bvkolosov@mail.ru)

Ларин П. А., старший преподаватель кафедры «Информационных технологий» ФГБОУ ВПО УГНТУ, филиал в г. Октябрьский, Российская Федерация

P. A. Larin, Senior Lecturer of the Chair “Information Technology” FSBEI NPE USPTU, Branch in Oktyabrsky, the Russian Federation

e-mail: [larinpa@mail.ru](mailto:larinpa@mail.ru)