

## НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТА ГАЗА.

Трофимов А.С., Куцев В.А., Кочарян Е.В. (г. Краснодар)

При описании процессов перекачки природного газа по МГ, как правило, рассматриваются отдельно задачи гидравлики и теплообмена. Задачи теплообмена газа с окружающей средой рассматриваются без учета изменения давления во времени. Это объясняется тем, что постоянная времени переходных тепловых процессов в трубопроводных системах ТЭК в десятки раз больше постоянной времени переходных процессов гидродинамики. На первом этапе, продолжительность которого для МГ не превышает 1-3 часов, происходит значительное изменение давления и скорости газа, а температура остается практически неизменной. На втором этапе, продолжительность которого может достигать 100 часов, распределение давления и скорости будет уже установившимся и происходит нестационарный теплообмен между газом и окружающей трубопровод средой (воздух, вода, грунт) до тех пор, пока не установится стационарное температурное поле. Однако, в последнее время исследователи в ряде работ [1, 2] отмечают, что изменение скорости потока газа по длине газопровода может оказывать влияние на характер и интенсивность теплообмена. В свою очередь, изменение температурных полей в окружающей среде, приводит не только к новому распределению скорости, но и к изменению режима течения газа. Поэтому, задача моделирования процессов течения газа в газопроводе должна включать в себя как уравнения неразрывности и движения, так и уравнение энергии, связанные в единую систему [1]. Аналитическое решение системы (1.1) в неизотермической постановке практически невозможно, а применение численных методов потребует создания сложных программ и мощнейших вычислительных комплексов, не позволяющих распространить эту модель в масштабах ОАО «Газпром». В результате мы вынуждены решать упрощенную исходную систему. Нам представляется, что такая постановка целесообразна. Она является общепринятой.

В инженерной практике наиболее широкое применение получил одномерный способ описания процессов перекачки газа по трубопроводу. При этом течение газа рассматривается с постоянной по сечению скоростью, температурой, давлением и плотностью. Изменение данных параметров может происходить только в одном направлении – вдоль оси трубопровода. Естественно, одномерная постановка задачи менее строга, чем двух- или трехмерная, однако в более сложной форме уравнения не поддаются решению и малоперспективны для экспериментального моделирования [1].

Для расчета нестационарных процессов следует использовать упрощенную методику [3], при которой температура грунта представляется неизменной, а теплообмен газа с грунтом учитывается через постоянный коэффициент теплопередачи, определяемый по стационарным зависимостям:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p_0 z}{T_0 S} \left( \frac{Tq}{p} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{Rz}{c_p} \left( \frac{T}{p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\pi k z d R}{c_p S} \left( \frac{T}{p} \right) (T_{zp} - T), \quad (1)$$

где  $0 \leq x \leq L$ ;

$c_p$  – теплоемкость газа;

$S, d$  – сечение и диаметр трубопровода;

$k$  – коэффициент теплопередачи от газа к грунту;

$T_{zp}$  – температура грунта.

Начальным условием для уравнения (1) является зависимость при  $t=0$ :

$$T_n(x,0) = T_{zp} + (T_{0n} - T_{zp}) e^{-\xi x},$$

где  $\xi = \frac{\pi k d R T_0 g}{c_p p_0 q_n}$ .

$T_{1n} = T_n(0,0)$  – температура газа на входе в трубу в исходном стационарном режиме.

Уравнение (1) нелинейное, для определения температуры необходимо в каждый момент времени нестационарного процесса знать давления и расходы в каждой точке газопровода. Следовательно, для точного решения задачи необходимо рассматривать одновременно уравнения движения и неразрывности [1], в которые также входят значения температур:

$$Cp \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial p^2}{\partial \bar{x}} = -Aq^2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + B \frac{\partial q}{\partial \bar{x}} = 0, \quad (3)$$

где  $p$  и  $q$  – давление и расход газа в трубопроводе;  $A, B, C$  – коэффициенты, характеризующие параметры транспортируемого газа и трубы;  $\bar{x}$  и  $t$  – координата пространства и времени.

Для расчета системы уравнений (2, 3), как правило, используют постоянные стационарные средние по длине трубопровода значения температур, и, следовательно, для определения нестационарных температур газа достаточно ограничиться решением только уравнения (1).

Для получения аналитического решения (1) приходится его линеаризовать, принимая комплексы  $\left(\frac{Tq}{p}\right)$  и  $\left(\frac{T}{p}\right)$  постоянными, и определять их из исходных стационарных значений, усредненных по длине. Конечно, данная постановка позволяет получить лишь приближенное решение задачи. Однако, если иметь в виду многие другие неточности в газотранспортной модели – погрешность констант, линеаризацию уравнения движения и др. – то приведенные допущения можно считать приемлемыми для получения приближенной оценки нестационарного изменения температуры газопровода. Таким образом, принятая нами упрощенная температурная модель представляет собой уравнение в частных производных первого порядка, в правой части которого имеются два возмущения: изменения температуры, обусловленные скоростью изменения давления в газопроводе  $\frac{\partial p}{\partial t}$  и оттоком тепла от газа к грунту, что имеет ясную физическую природу. Для расчета неустановившегося неизотермического режима транспорта газа необходимо предварительно определить начальные распределения температур, давления, плотности, расхода, в связи с чем потребуются предварительно найти решение соответствующей изотермической системы (2, 3).

Запишем уравнение (1) в линеаризованной форме, вводя параметры линеаризации

$$\mu = \frac{T}{p} \quad \text{и} \quad b = \frac{Tq}{p} :$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p_0 z}{T_0 S} b \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{Rz}{c_p} \mu \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\pi k z d R}{c_p S} \mu (T_{sp} - T) . \quad (4)$$

С целью обобщения решения приведем (4) к безразмерному виду:

$$\mu_1 \frac{\partial \Theta(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial \Theta(\bar{x}, \tau)}{\partial \bar{x}} + \mu_2 \Theta(\bar{x}, \tau) = \mu_3 \frac{\partial \bar{U}}{\partial \tau} , \quad (5)$$

$$\tau = 0, \quad \Theta(x, 0) = 0; \quad x = 0, \quad \Theta(0, \tau) = \varphi(\tau), \quad (6)$$

где  $\Theta(\bar{x}, \tau) = \frac{T(\bar{x}, \tau) - T_n(\bar{x}, 0)}{T_n - T_{sp}}$  - относительное отклонение температуры газа;

$\bar{U}(\bar{x}, \tau) = \frac{p(\bar{x}, \tau) - p(0, \bar{x})}{P_n}$  - относительное отклонение давления из решения (2, 3);

$\varphi(\tau)$  – изменение температуры на входе в трубопровод;

$0 \leq \bar{x} = \frac{x}{L} \leq 1$  - безразмерная длина трубопровода;

$$\tau = \frac{2t}{La} \sqrt{\frac{zTRgd}{\lambda L \delta}} - \text{безразмерное время};$$

$$\mu_1 = \frac{2T_0 S}{abp_0 z} \sqrt{\frac{zTRdg}{\lambda L \delta}}; \mu_2 = \frac{\pi k d R g T_0 L \mu}{c_p P_0 b}; \mu_3 = \frac{2Rg\mu T_0 S p_{1n}}{c_p ab P_0 (T_{0n} - T_{2p})} \sqrt{\frac{zTRdg}{\lambda L \delta}};$$

$$\frac{T}{p} \cong \left( \frac{T}{p} \right)_{cp} = \mu, \quad \frac{Tq}{p} \cong \left( \frac{Tq}{p} \right)_{cp} = b - \text{коэффициенты линеаризации};$$

Применяя к уравнению (2.166) преобразование Лапласа, получим:

$$\frac{\partial \bar{\Theta}(\bar{x}, s)}{\partial \bar{x}} + (\mu_2 + \mu_1 s) \bar{\Theta}(\bar{x}, s) = \mu_3 s \bar{U}(\bar{x}, s);$$

$$\bar{x} = 0, \quad \bar{\Theta}(0, s) = \bar{\varphi}(s). \quad (7)$$

Решение для искомого изображения температуры  $\bar{\Theta}(s, \bar{x})$  имеет вид:

$$\bar{\Theta}(\bar{x}, s) = \mu_3 s \int_0^{\bar{x}} \bar{U}(x', s) e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)(\bar{x} - x')} dx' + \bar{\varphi}(s) e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)\bar{x}}. \quad (8)$$

В качестве функции  $\bar{U}(\bar{x}, s)$  следует взять решение изотермической задачи для давления [4]:

$$\bar{U}(\bar{x}, s) = -c_1 \frac{\sqrt{ks^2 + s}}{s} e^{-\bar{x}\sqrt{ks^2 + s}} + c_2 \frac{\sqrt{ks^2 + s}}{\sqrt{s}} e^{-\bar{x}\sqrt{ks^2 + s}}.$$

После интегрирования в (8) получим:

$$\bar{\Theta}(\bar{x}, s) = \frac{\mu_3 m}{sh(m) \cdot (\eta^2 - m^2)} \cdot [\bar{F}_1(s)(\eta \cdot ch(m(\bar{x} - 1)) - m sh(m(\bar{x} - 1))) - \bar{F}_2(s)(\eta \cdot ch(\bar{x}m) - m sh(\bar{x}m))] -$$

$$- e^{-\bar{x}\eta} \cdot (\bar{F}_1(s)(\eta \cdot ch(m) + m sh(m)) - \bar{F}_2(s)\eta) + \bar{\varphi}(s) e^{-\bar{x}\eta} \quad (9)$$

$$\text{где } \eta = \mu_2 + \mu_1 s, \quad m = \sqrt{ks^2 + s}.$$

Здесь  $\bar{F}_i(s)$  – заданные безразмерные возмущения давления и расхода на концах газопровода.

Полученное операторное уравнение (9) характеризует изменение температуры, позволяет построить частотные характеристики в любой точке  $\bar{x} = x/L$  участка газопровода, а также после нахождения оригинала передаточной функции  $\bar{\Theta}(\bar{x}, s)$  рассчитать переходный процесс.

Подставляя граничные условия, записанные в отклонениях от установившегося режима в уравнение (9) для определения отклонения температуры на конце газопровода, получим ряд операторных решений для:

давлений на концах трубопровода  $\bar{U}(0,s) = \bar{F}_1(s)$  и  $\bar{U}(1,s) = \bar{F}_2(s)$  :

$$\bar{\Theta}(1,s) = \bar{F}_1(s)G_1(s) + \bar{F}_2(s)G_2(s) + \bar{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1s)}, \quad (10)$$

$$\text{где } \bar{G}_1(s) = \frac{\mu_3 s}{(\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s)} \cdot \left( \frac{\sqrt{ks^2 + s}}{\text{sh}(\sqrt{ks^2 + s})} + e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)} \cdot \left( \sqrt{ks^2 + s} \text{cth}(\sqrt{ks^2 + s}) - (\mu_2 + \mu_1 s) \right) \right);$$

$$\bar{G}_2(s) = \frac{\mu_3 s}{(\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s)} \cdot \left( (\mu_2 + \mu_1 s) - \sqrt{ks^2 + s} \text{cth}(\sqrt{ks^2 + s}) + \frac{\sqrt{ks^2 + s}}{\text{sh}(\sqrt{ks^2 + s})} \cdot e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)} \right).$$

давления в начале  $\bar{U}(0,s) = \bar{F}_3(s)$  и расхода в конце  $\bar{W}(1,s) = \bar{F}_4(s)$  :

$$\bar{\Theta}(1,s) = \bar{F}_3(s)\bar{G}_3(s) + \bar{F}_4(s)\bar{G}_4(s) + \bar{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1s)}, \quad (11)$$

$$\text{где } \bar{G}_3(s) = \frac{\mu_3 s}{(\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s)} \cdot \left( \frac{\mu_2 + \mu_1 s}{\text{ch}(\sqrt{ks^2 + s})} - e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)} \cdot \left( (\mu_2 + \mu_1 s) + \sqrt{ks^2 + s} \text{th}(\sqrt{ks^2 + s}) \right) \right);$$

$$\bar{G}_4(s) = \frac{\mu_3 \sqrt{ks^2 + s}}{(\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s)} \cdot \left( \left( (\mu_2 + \mu_1 s) \text{th}(\sqrt{ks^2 + s}) - \sqrt{ks^2 + s} \right) + \frac{\sqrt{ks^2 + s}}{\text{ch}(\sqrt{ks^2 + s})} \cdot e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)} \right).$$

расхода в начале  $\bar{W}(0,s) = \bar{F}_5(s)$  и в конце  $\bar{W}(1,s) = \bar{F}_6(s)$  :

$$\bar{\Theta}(1,s) = \bar{F}_5(s)\bar{G}_5(s) + \bar{F}_6(s)\bar{G}_6(s) + \bar{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1s)}, \quad (12)$$

где

$$\bar{G}_5(s) = \frac{\mu_3 \sqrt{ks^2 + s}}{\text{sh}(\sqrt{ks^2 + s}) \left( (\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s) \right)} \cdot \left[ (\mu_2 + \mu_1 s) \left( 1 - e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)} \text{ch}(\sqrt{ks^2 + s}) \right) - \sqrt{ks^2 + s} e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)} \text{sh}(\sqrt{ks^2 + s}) \right]$$

$$\bar{G}_6(s) = \frac{\mu_3 \sqrt{ks^2 + s}}{\text{sh}(\sqrt{ks^2 + s}) \left( (\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s) \right)} \cdot \left[ (\mu_2 + \mu_1 s) \left( e^{-(\mu_2 + \mu_1 s)} - \text{ch}(\sqrt{ks^2 + s}) \right) + \sqrt{ks^2 + s} \text{sh}(\sqrt{ks^2 + s}) \right]$$

расхода в начале  $\bar{W}(0,s) = \bar{F}_7(s)$  и давления в конце  $\bar{U}(1,s) = \bar{F}_8(s)$  :

$$\bar{\Theta}(1,s) = \bar{F}_7(s)\bar{G}_7(s) + \bar{F}_8(s)\bar{G}_8(s) + \bar{\varphi}(s)e^{-(\mu_2+\mu_1s)}, \quad (13)$$

где

$$\bar{G}_7(s) = \frac{\mu_3 \sqrt{ks^2 + s}}{((\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s)) \operatorname{ch}(\sqrt{ks^2 + s})} \left( \frac{(\mu_2 + \mu_1 s) \operatorname{sh}(\sqrt{ks^2 + s})}{e^{\mu_2 + \mu_1 s}} + \frac{\sqrt{ks^2 + s} \operatorname{ch}(\sqrt{ks^2 + s})}{e^{\mu_2 + \mu_1 s}} - \sqrt{ks^2 + s} \right),$$

$$\bar{G}_8(s) = \frac{\mu_3 s}{((\mu_2 + \mu_1 s)^2 - (ks^2 + s)) \operatorname{ch}(\sqrt{ks^2 + s})} \left( (\mu_2 + \mu_1 s) \operatorname{ch}(\sqrt{ks^2 + s}) - \sqrt{ks^2 + s} \operatorname{sh}(\sqrt{ks^2 + s}) - \frac{\mu_2 + \mu_1 s}{e^{\mu_2 + \mu_1 s}} \right).$$

Переход во временную область осуществляется посредством методики, апробированной в работе [4].

На основании выражения (9) нетрудно получить формулы для вычисления средней температуры по длине газопровода. Для этого интегрируем (9) по переменной  $\bar{x}$  от 0 до 1 для определения средней температуры по длине трубопровода для следующих граничных условий:

давлений на концах трубопровода  $\bar{U}(0, s) = \bar{F}_1(s)$  и  $\bar{U}(1, s) = \bar{F}_2(s)$  :

$$\bar{\Theta}_{cp}(s) = \frac{\mu_3 s}{\operatorname{sh}(m)(\eta^2 - m^2)} \left[ \bar{F}_2(s) \left( \frac{\eta}{m} (\operatorname{ch}(m) - 1) - \operatorname{sh}(m) + \frac{m}{\eta} (1 - e^{-\eta}) \right) - \bar{F}_1(s) \left( \frac{\eta}{m} (1 - \operatorname{ch}(m)) - \operatorname{sh}(m) - (m \operatorname{ch}(m) - \eta \operatorname{sh}(m)) \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \right) \right] + \bar{\varphi} \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \quad (14)$$

давления в начале  $\bar{U}(0, s) = \bar{F}_3(s)$  и расхода в конце  $\bar{W}(1, s) = \bar{F}_4(s)$  :

$$\bar{\Theta}_{cp}(s) = \frac{\mu_3 s}{\operatorname{ch}(m)(\eta^2 - m^2)} \left[ \bar{F}_1(s) \left( \frac{\eta}{m} \operatorname{sh}(m) - (1 - \operatorname{ch}(m)) - (\eta \operatorname{ch}(m) + m \operatorname{sh}(m)) \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \right) - \bar{F}_2(s) \left( \frac{\eta}{m} (\operatorname{ch}(m) - 1) - \operatorname{sh}(m) + m \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \right) \right] + \bar{\varphi} \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \quad (15)$$

расхода в начале  $\bar{W}(0, s) = \bar{F}_5(s)$  и в конце  $\bar{W}(1, s) = \bar{F}_6(s)$  :

$$\bar{\Theta}_{cp}(s) = \frac{\mu_3 m}{\operatorname{sh}(m)(\eta^2 - m^2)} \left[ \left( \bar{F}_1(s) \left( \frac{\eta}{m} \operatorname{sh}(m) + \operatorname{ch}(m) - 1 \right) - \bar{F}_2(s) \left( \frac{\eta}{m} \operatorname{sh}(m) - \operatorname{ch}(m) + 1 \right) \right) - (\bar{F}_1(s)(\eta \operatorname{ch}(m) + m \operatorname{sh}(m) + \bar{F}_2(s)\eta)) \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \right] + \bar{\varphi} \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \quad (16)$$

в начале  $\bar{W}(0, s) = \bar{F}_7(s)$  и давления в конце  $\bar{U}(1, s) = \bar{F}_8(s)$  :

$$\bar{\Theta}_{cp}(s) = \frac{\mu_3 s}{\operatorname{ch}(m)} \left[ \bar{F}_2(s) \frac{m}{s(\eta^2 - m^2)} \left( \frac{\eta}{m} (1 - \operatorname{ch}(m)) - \operatorname{sh}(m) + \eta \operatorname{sh}(m) \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} + m \operatorname{ch}(m) \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \right) + \bar{F}_1(s) \frac{1}{\eta^2 - m^2} \left( \frac{\eta}{m} \operatorname{sh}(m) - (\operatorname{ch}(m) - 1) - (1 - e^{-\eta}) \right) \right] + \bar{\varphi} \frac{1 - e^{-\eta}}{\eta} \quad (17)$$

Для полученных сложных операторных выражений температуры газа не удается получить обобщенных зависимостей ввиду наличия нескольких безразмерных параметров. Поэтому в

каждом конкретном случае следует выполнять аппроксимацию и находить решения. Пример расчета практического примера по данной методике рассмотрен ниже.

В качестве примера рассмотрено решение неизоэтермической задачи для газопровода «Некрасовская – Березанская». Исходные данные: диаметр  $d=0,998$  м, длина  $L=79287$  м, коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda=0.0135$ , коэффициент сжимаемости  $z=0.93$ , средняя температура газа  $T_{cp}=298$  К, удельная теплоемкость газа  $C_p=2,512$  Дж/кг К, коэффициент теплопередачи от газа к грунту  $K=1,74$  Вт/м<sup>2</sup> К, температура грунта  $T_{гр}=286$  К. Граничные условия:  $q(0,t)=const=35$  м<sup>3</sup>/с,  $q(1,t)=71,94$  м<sup>3</sup>/с,  $T(0,t)=const=363$  К, начальные условия:  $T_n(x,0)=T_{cp} + (T_{0н} - T_{cp})e^{-\frac{\pi k d R T_{0г} x}{c_p p_0 q_n}}$ ,  $T_{0н}=310$  К,  $T_{1н}=286$  К  $q_n(x,0)=71,94$  м<sup>3</sup>/с,  $p(0,0)=38,7$  кгс/см<sup>2</sup>,  $p(1,0)=37,3$  кгс/см<sup>2</sup>.

Графическая иллюстрация изменения температуры на выходе газопровода  $T(1,t)$  показана на рис. 1. Из графика видно, процесс изменения температуры можно условно разбить на две фазы. Первая фаза характеризуется плавным падением температуры от 286 К до 279,4 К менее 1,5 ч. Данное обстоятельство вызвано скачкообразным снижением пропускной способности газопровода и обусловлено оттоком тепла через стенку трубы, а через нее – с окружающим трубопроводом грунтом. Далее происходит скачок по температуре, который вызван запаздывающим влиянием теплового возмущения  $T(0,t)$ , поскольку постоянная времени протекания тепловых процессов, как правило, значительно превышает постоянную времени гидравлических процессов. Длительность же всего процесса стабилизации температуры в газопроводе в данном случае составляет примерно 4 часов.

Идеализованность тепловой модели приводит к тому, что входной скачок температуры не видоизменяется по форме, но меняется по величине в связи с теплообменом газа с грунтом.

В заключение отметим, что, несмотря на имеющийся прогресс в решении уравнений неустановившихся неизоэтермических режимов транспорта газа, требуется дальнейшее развитие исследований по этим вопросам [1].

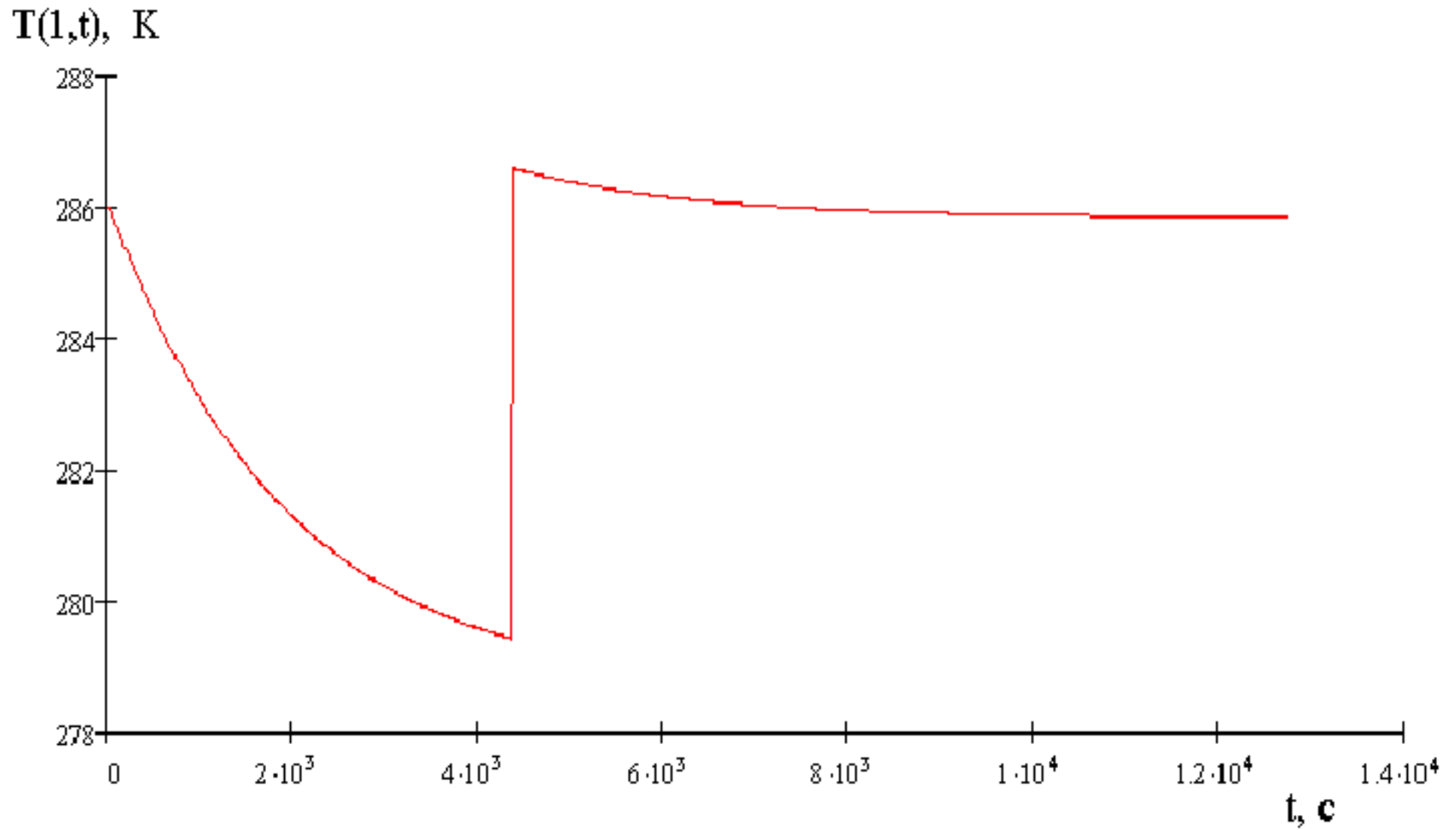


Рисунок 1. Изменение температуры  $T(1,t)$  во времени.



### Список литературы

1. Грачев В.В., Щербаков С.Г., Яковлев Е.И. Динамика трубопроводных систем. - М.: Наука, 1987. – 434 с.
2. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Клишин Г.С. Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем. М.: Едиториал УРСС, 2002. – 448 с.
3. Поляков Г.Н., Яковлев Е.И., Пиотровский А.С. Моделирование и управление газотранспортными системами. – СПб.: Недра, 1992. – 256 с.
4. Куцев В.А., Трофимов А.С., Кочарян Е.В., Терещенко И.В. Аналитическое решение задачи нестационарного процесса транспорта газа, Сб. трудов С-К отделения Российской инж. академии вып.9, Краснодар, 2000, с. 278 - 284.