

КВАЗИЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В ТРУБОПРОВОДЕ

А.С.Трофимов, Е.В.Кочарян, В.А.Василенко

Кубанский государственный технологический университет

Сложности расчета процессов в газопроводе обусловлены значительной нелинейностью уравнения движения и распределенностью параметров, что требует использования громоздких и трудоемких численных методов, неприемлемых для анализа разветвленных систем газопроводов. По этой причине разработаны разнообразные приближенные методы решения системы (1). Классическим подходом следует считать предложенную Чарным И.А. [3] линеаризацию (1) $q/p=\text{const}$ в уравнении движения. Это позволило свести (1) к уравнению теплопроводности с постоянными коэффициентами, решение которого в виде рядов Фурье хорошо известно. Однако модель Чарного И.А. имеет два недостатка: полученные ряды Фурье являются громоздкими, плохо сходятся и нарушается материальный баланс переходного процесса.

Очевидно, что параметр линеаризации $q/p=N(x,t)$ является функцией координаты и времени. Даже в стационарном режиме в связи с изменением давления вдоль трубопровода $p_0(x) = \gamma\sqrt{m-x} = f(x)$ он существенно зависит от x , а тем более в нестационарном режиме. В [4] показано, что модель $q/p=\text{const}$ может давать в ряде случаев значительные ошибки при расчете переходных процессов и ставится задача учета пространственной зависимости параметра линеаризации в квазистационарном виде, т.е. принять, что в переходном режиме q/p зависит от x также, как и в статике, т.е.

$\frac{q}{p} \approx \frac{q_0}{p_0(x)} = \frac{q_0}{f(x)}$, что заметно повышает точность расчета. Аналогичную постановку

в [4] рекомендуется распространить и на пространственную зависимость температуры газа, коэффициента гидравлического сопротивления. Рассмотрим возможность решения задачи в сделанном нами предположении.

Нестационарное течение газа по линейному участку системы длинных магистральных газопроводов с достаточной для практики точностью может быть описано в виде следующей системы нелинейных дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p^2(x,t)}{\partial x} &= -Aq^2(x,t) \\ \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} &= -B \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (1)$$

где p и q - давление и объемный расход газа;

$$0 \leq x \leq L, 0 \leq t$$

A и B – коэффициенты, зависящие от параметров трубы и транспортируемого газа.

Для однозначности решения рассмотрим следующие граничные и начальные условия:

$$P_0(x,0)=f(x) , q(x,0)=q_0=\text{const} , P(0,t)=\eta(t) , q(1,t)=\psi(t) \quad (2)$$

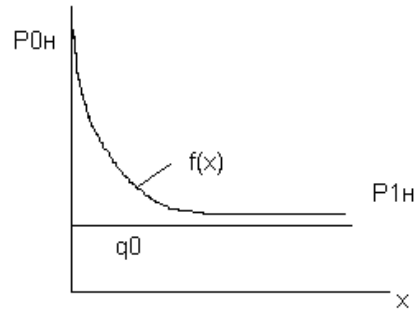


Рис.1 Начальные распределения давления $p_0(0,x)$ и расхода $q_0(0,x)$

После приведения системы (1) к безразмерному виду получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}^2}{\partial \bar{x}} &= -\kappa \cdot \bar{q}^2 \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \tau} &= -\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} \end{aligned} \quad (3)$$

Где \bar{x} - безразмерная длина трубопровода: $0 \leq \bar{x} = \frac{x}{L} \leq 1$

$$\tau - \text{безразмерное время: } \tau = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{zT\kappa DgR}{\lambda L}} \cdot t$$

Безразмерные давление $\bar{p} = p(\bar{x},\tau) / p_{2н}$ и расход $\bar{q} = q(\bar{x},\tau) / q_0$,

D [м] - диаметр трубопровода, T [К] - средняя по длине температура газа,

R [м/К] - газовая постоянная, λ – коэффициент гидравлического сопротивления,

коэффициент $\kappa = \frac{p_{0н}^2}{p_{2н}^2} - 1$, учитывает перепад давлений в трубопроводе в

исходном режиме.

Рассмотрим возможность получения более точного аналитического решения системы (3). Для этой цели прежде всего заменим “q/p” вместо константы на:

$$\frac{\kappa \bar{q}}{2 \bar{p}} = a \xi(\bar{x}) \quad (4)$$

где $\xi(x)$ - функция, учитывающая распределение давления по длине трубопровода в исходном стационарном режиме, т.е. $f(x)$.

Следовательно, получим систему:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \bar{x}} &= -a \xi(x) \tilde{q} \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tau} &= -\frac{\partial \tilde{q}}{\partial \bar{x}} \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим отклонения давления и расхода от исходного стационарного значения:

$$u(x, t) = \tilde{p}(x, t) - f(x) / p_{2н} \quad (6)$$

$$w(x, t) = \tilde{q}(x, t) - 1 \quad (7)$$

где $f(x) = \gamma \sqrt{m - x}$

Подставляя уравнения (6) и (7) в систему (5) получим для отклонений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} &= -a \xi(x) w \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} &= -\frac{\partial w}{\partial \bar{x}} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{Где } \xi(x) = -\frac{1}{ap_{1н}} \frac{\partial f(x)}{\partial \bar{x}}$$

Для решения линеаризованной системы уравнений (8), можно использовать преобразование Лапласа, поскольку параметр линеаризации не зависит от времени. В области изображений получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} &= -a \xi(x) \bar{w} \\ s \bar{u} &= -\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \end{aligned} \quad (9)$$

где s - параметр преобразования Лапласа.

Исключая из (9) \bar{u} , получим обыкновенное дифференциальное уравнение для расхода:

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} - G \frac{1}{\sqrt{m - \bar{x}}} \bar{w} = 0 \quad (10)$$

где $G = \frac{\gamma \cdot s}{2p_{1н}}$

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Замена в (10) $z = m - \bar{x}$, дает одну из разновидностей уравнения Бесселя:

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} - Gz^{-\frac{1}{2}} \bar{w}(z) = 0 \quad (11)$$

При $x=1 \quad z=m-1 \quad w(m-1)=\bar{w}(s) - q_0/s$

$x=0 \quad z=m \quad dw/dx = -dw/dz = (f(0)-\eta(s)s)$

решение (11) имеет вид [5]:

$$\bar{w}(z) = A_1 \sqrt{z} \cdot I_{\frac{2}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}) + B_1 \sqrt{z} \cdot K_{\frac{2}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}),$$

где $I_{2/3}, K_{2/3}$ – функции Бесселя мнимого аргумента 1-го и 2-го рода, а $\delta = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{s\gamma}{2p_{2н}}}$

После нахождения констант интегрирования A_1 и B_1 из граничных условий (11) получим:

$$\begin{aligned} \bar{w}(z, s) &= F_1(s) \bar{M}_1(z, s) - F_2(s) \bar{M}_2(z, s) \\ &= F_1 \left(\frac{\Theta_1(z)}{\Theta_1(m-1)} - \frac{\Phi_1(z) \frac{\Theta_2(m-1)}{\Theta_1(m-1)} - \Theta_2(z) \Phi_1(z)}{\Theta_2(m-1) \Phi_1(z) - \Theta_1(m-1) \Phi_2(z)} \right) - F_2 \left(\frac{\Theta_1(z) \Theta_2(m-1) - \Theta_2(z) \Theta_1(m-1)}{\Theta_2(m-1) \Phi_1(z) - \Theta_1(m-1) \Phi_2(z)} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

где $F_1(s) = \bar{w}(s) - \frac{q_0}{s}$, $F_2(s) = f(0) - s \cdot \bar{\eta}(s)$ - изменения расхода и давления на концах трубопровода.

$$\Theta_1(z) = \sqrt{z} \cdot I_{\frac{2}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}), \quad \Theta_2(z) = \sqrt{z} \cdot K_{\frac{2}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}),$$

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2\sqrt{z}} I_{\frac{2}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}) + \frac{1}{2} \delta \cdot z^{\frac{1}{4}} \cdot I_{\frac{1}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}) + \frac{1}{2} \delta \cdot z^{\frac{1}{4}} \cdot I_{\frac{5}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}),$$

$$\Phi_2(z) = \frac{1}{2\sqrt{z}} K_{\frac{2}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}) - \frac{1}{2} \delta \cdot z^{\frac{1}{4}} \cdot K_{\frac{1}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}}) - \frac{1}{2} \delta \cdot z^{\frac{1}{4}} \cdot K_{\frac{5}{3}}(\delta \cdot z^{\frac{3}{4}})$$

Крайне сложный вид решения (12) не дает возможности найти оригинал через табличные формы преобразования Лапласа. Как показал опыт [6], [7] практических

расчетов целесообразно воспользоваться весьма эффективным способом получения оригиналов от сложных передаточных функций $M_i(s)$ путем их аппроксимации дробно-рациональным выражением:

$$M_{np_i}(s) = \frac{1 + cs}{b_0 + b_1s + b_2s^2} \quad (13)$$

где коэффициенты c, b_0, b_1, b_2 подбираются из анализа характеристик мнимых частот функции $M(s=y)$, где $0 \leq y$ – действительные числа.

В этом случае имеем простую расчетную формулу во временной области для импульсной переходной функции:

$$M_{np}(\tau) = V_1 e^{-s_1\tau} + V_2 e^{-s_2\tau} \quad (14)$$

где

$$s_{1,2} = \frac{b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2}$$

$$V_1 = \frac{1 - cs_1}{b_2(s_2 - s_1)}$$

$$V_2 = \frac{cs_2 - 1}{b_2(s_2 - s_1)}$$

Первый член (14) описывает низкочастотную область передаточной функции (регулярные режимы), а второй – средние и высокие частоты. Расчет переходного процесса при любом возмущении $F(\tau)$ сводится к взятию интеграла Дюамеля:

$$w(\tau) = \int_0^{\tau} F(\tau') M_{np_i}(\tau - \tau') d\tau'$$

что можно выполнить либо аналитически, либо численно.

Изложенная методика позволяет выполнять расчеты с высокой точностью (погрешности в переходных кривых составляют $\leq 5\%$). В [4] приведено решение подобной задачи в виде рядов Фурье, полученных после преобразования и упрощения (10) за счет отбрасывания малых членов. Как решение [4], так и наше решение (12) трудно использовать в теоретических исследованиях и в практических расчетах ввиду их громоздкости.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим более простой способ решения уравнения (10) с переменными коэффициентами. Представим искомую функцию в виде параболической зависимости по координате:

$$\bar{w}(x) = b_0 + b_1x + b_2x^n \quad (15)$$

Коэффициенты $b_i(t)$ зависят от времени и их необходимо найти из граничных условий и из решения уравнения (10). Кроме того возможно варьирование показателя параболы n с целью повышения точности решения задачи.

Удовлетворить уравнению (10) во всех точках переменной $0 \leq x \leq 1$ ограниченным полиномом (15) невозможно, поэтому можно говорить об удовлетворении (10) только в одной точке $x = x_1$ (метод избранных точек [8] или коллокаций).

Для граничных условий:

$$x=0 \quad \bar{w}(s,0) = \bar{\psi}(s) - \frac{q_0}{s} = \bar{w}_0(s) \quad (16)$$

$$x=1 \quad \frac{\partial \bar{w}(s,1)}{\partial x} = [f(1) - s\eta(s)] = \bar{g}(s)$$

Изложенная процедура дает следующую систему уравнений:

$$x=0 \quad b_0 = \bar{w}_0(s) \quad (17)$$

$$x=1 \quad b_1 + nb_2 = \bar{g}(s)$$

$$x = x_1 \quad nb_2 - \frac{G}{\sqrt{m-x_1}}(b_0 + b_1x_1 + b_2x_1^n) = x_1$$

откуда находим коэффициенты:

$$b_0 = \bar{w}_0(s);$$

$$b_1 = \bar{g}(s) - n \frac{\bar{w}_0(s) \frac{G}{\sqrt{m-x_1}} + \bar{g}(s) \frac{G}{\sqrt{m-x_1}} x_1}{n(n-1)x_1^{n-2} + \frac{G}{\sqrt{m-x_1}}(nx_1 - x_1^n)};$$

$$b_2 = \frac{\bar{w}_0(s) \frac{G}{\sqrt{m-x_1}} + \bar{g}(s) \frac{G}{\sqrt{m-x_1}} x_1}{n(n-1)x_1^{n-2} + \frac{G}{\sqrt{m-x_1}}(nx_1 - x_1^n)}$$

Подставляя значения b_i в (15), получим выражение для расхода:

$$\begin{aligned} \bar{w}(s,x) = & \bar{w}_0(s) \left[1 - \frac{G(nx - x^n)}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} + G(nx_1 - x_1^n)} \right] + \\ & + \bar{g}(s) \left[x - \frac{G(nx - x^n)}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-3} + G(n - x_1^{n-1})} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

и давления:

$$\begin{aligned} \bar{u}(s, x) = & -\frac{1}{s} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = -\frac{1}{s} (b_1 + nb_2 x^{n-1}) = \frac{\bar{w}_0(s)}{s} \frac{nG(1-x^{n-1})}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} + G(nx_1 - x_1^n)} + \\ & + \frac{\bar{g}(s)}{s} \left[\frac{nG(1-x^{n-1})}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-3} + G(n-x_1^{n-1})} - 1 \right] \end{aligned} \quad (19)$$

В (18,19) можно получить передаточные функции в любой точке $0 \leq x \leq 1$. Поскольку работа газопровода контролируется на его входе и выходе, то получим соответствующие соотношения для:

расхода на выходе из газопровода $x=1$

$$\begin{aligned} \bar{w}(s, 1) = & \bar{w}_0(s) \left[1 - \frac{G(n-1)}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} + G(nx_1 - x_1^n)} \right] + \\ & + \bar{g}(s) \left[x - \frac{G(n-1)}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-3} + G(n-x_1^{n-1})} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

и давления на входе в газопровод $x=0$

$$\begin{aligned} \bar{u}(s, 0) = & \frac{\bar{w}_0(s)}{s} \frac{nG}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} + G(nx_1 - x_1^n)} + \\ & + \frac{\bar{g}(s)}{s} \left[\frac{nG}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} + G(n-x_1^{n-1})} - 1 \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Передаточные функции полученных выражений (20,21) имеют простейшую форму (звенья 1-го порядка) и их оригиналами являются экспоненты. Расчеты расходов и давлений во временной области следует выполнять по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{q}(1, \tau) = & \frac{Q(1, \tau)}{Q_0} = 1 + w(1, \tau) = 1 + (1 - C_1)[\tilde{q}(0, \tau) - 1] + C_1 C_2 \int_0^\tau [\tilde{q}(0, \tau') - 1] e^{-C_2(\tau-\tau')} d\tau' + \\ & + \mu_1 [\delta_0(\tau) - \frac{\partial \eta(\tau)}{\partial \tau}] - \mu_2 [\eta(\tau) - 1] + \mu_3 \int_0^\tau [\eta(\tau') - 1] e^{-C_3(\tau-\tau')} d\tau' \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}(0, \tau) = & \frac{p_1(x=0, \tau)}{p_{2n}(x=1, 0)} = \frac{p_{1n}}{p_{2n}} - d_2 [\eta(\tau) - 1] + d_1 \int_0^\tau [\tilde{q}(0, \tau') - 1] e^{-C_2(\tau-\tau')} d\tau' + \\ & + d_3 \int_0^\tau [\eta(\tau') - 1] e^{-C_2(\tau-\tau')} d\tau' \end{aligned} \quad (23)$$

где $Q_0, Q(0, \tau), Q(1, \tau)$ - объемные расходы газа в исходном Q_0 и переходных режимах на входе $Q(0, \tau)$ и на выходе $Q(1, \tau)$ трубопровода;

p_{1n}, p_{2n} - исходные давления на входе p_{1n} и выходе p_{2n} трубопровода;

$\tilde{p} = \frac{p(x, \tau)}{p_{2n}}, \tilde{q} = \frac{Q(x, \tau)}{Q_0}$ - относительные давления и расход в трубопроводе;

$\tilde{q}(0, \tau) = \frac{Q(0, \tau)}{Q_0}, \eta(\tau) = \frac{p(1, \tau)}{p_{2n}}$ - относительный расход на входе и относительное

давление на выходе трубопровода соответственно;

$$C_1 = \frac{n-1}{nx_1 - x_1^n} \quad C_2 = \frac{2p_{2n}n(n-1)x_1^{n-2}\sqrt{m-x_1}}{\sqrt{p_{1n}^2 - p_{2n}^2}(nx_1 - x_1^n)}, \quad C_3 = \frac{2p_{2n}n(n-1)x_1^{n-2}\sqrt{m-x_1}}{\sqrt{p_{1n}^2 - p_{2n}^2}(nx_1 - x_1^n)},$$

$$C_1 C_2 = \frac{2p_{2n}n(n-1)^2 x_1^{n-2} \sqrt{m-x_1}}{\sqrt{p_{1n}^2 - p_{2n}^2} (nx_1 - x_1^n)^2}, \quad \mu_1 = 1 - \frac{n-1}{nx_1 - x_1^n}, \quad m = \frac{p_{1n}^2}{p_{1n}^2 - p_{2n}^2},$$

$$\mu_2 = \frac{2p_{2n}n(n-1)x_1^{n-2}\sqrt{m-x_1}}{\sqrt{p_{1n}^2 - p_{2n}^2}(nx_1 - x_1^n)^2}, \quad \mu_3 = \frac{4p_{2n}^2 n^2 (n-1)^3 (m-x_1) x_1^{2(n-2)}}{(p_{1n}^2 - p_{2n}^2)(nx_1 - x_1^n)^3}$$

$$d_1 = \frac{n}{nx_1 - x_1^n}, \quad d_2 = \frac{nx_1}{nx_1 - x_1^n}, \quad d_3 = \frac{2p_{2n}n^2(n-1)x_1^{n-1}}{\sqrt{p_{1n}^2 - p_{2n}^2} \cdot (nx_1 - x_1^n)^2 \sqrt{m-x_1}}$$

-безразмерные коэффициенты.

$\delta_0(\tau)$ - дельта-функция Дирака.

Четвертый член в (22) является типичным для квазистационарных моделей типа (15) (например, регулярные режимы в теории теплопроводности) и при практических расчетах его не следует учитывать ввиду отсутствия физического смысла.

Аналогично получим зависимости расхода и давления для следующих граничных условий:

$$x=0 \quad \bar{w}(s,0) = \bar{\psi}(s) - \frac{q_0}{s} = \bar{w}_0(s)$$

$$x=1 \quad \bar{w}(s,1) = \bar{\gamma}(s) - \frac{q_1}{s} = \bar{w}_1(s)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(s,x) = & -\frac{1}{s} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = \frac{-\bar{w}_0(s)}{s} \left[1 + \frac{G(x_1-1)(1-nx^{n-1})}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} - G(x_1-x_1^n)} \right] - \\ & - \frac{\bar{w}_1(s)}{s} \left[1 + \frac{Gx_1(1-nx^{n-1})}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-3} - G(x_1-x_1^n)} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$x=0 \quad \frac{\partial \bar{w}(s,0)}{\partial x} = [f(0) - s\eta(s)] = \bar{g}(s)$$

$$x=1 \quad \bar{w}(s,1) = \bar{\psi}(s) - \frac{q_1}{s} = \bar{w}_1(s)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}(s,x) = & \bar{w}_1(s) \left[1 - \frac{G(1-x^n)}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} - G(1-x_1^n)} \right] + \\ & + \bar{g}(s) \left[x - 1 + \frac{G(x_1-1)(1-x^n)}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-3} - G(1-x_1^{n-1})} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}(s,x) = & -\frac{1}{s} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = \frac{-\bar{w}_1(s)}{s} \frac{nGx^{n-1}}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-2} - G(1-x_1^n)} + \\ & + \frac{\bar{g}(s)}{s} \left[\frac{nGx^{n-1}(x_1-1)}{\sqrt{m-x_1} \cdot n(n-1)x_1^{n-3} - G(1-x_1^{n-1})} - 1 \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$x=0 \quad \frac{\partial \bar{w}(s,0)}{\partial x} = [f(0) - s\eta(s)] = \bar{g}_0(s)$$

$$x=1 \quad \frac{\partial \bar{w}(s,1)}{\partial x} = [f(1) - s\eta(s)] = \bar{g}_1(s)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}(s,x) = & \bar{g}_0(s) \left[\frac{(n-1)x_1^{n-1} \sqrt{m-x_1} - Gx_1 + Gx_1^n}{G} + x - \frac{x^n}{nx_1^{n-1}} \right] + \\ & + \bar{g}_1(s) \left[\frac{x^n}{nx_1^{n-1}} - \frac{(n-1)x_1^{n-1} \sqrt{m-x_1} + Gx_1^n}{G} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Качество полученной приближенной модели, рассмотрим на примере первого варианта граничных условий (22,23), существенно зависит от выбора свободных параметров x_1 и n . В [8] точку x_1 предлагается находить из условия обращения в нуль полинома Чебышева, что дает в нашем случае $x_1=0,5$. Показатель n определяет степень “искривления” кривых распределения параметров вдоль канала, и он зависит от интенсивности их возмущений на концах трубопровода. В теплопроводности часто принимают квадратную параболу, т.е. $n=2$.

Выполненные нами расчеты по модели (22) для случая скачкообразного изменения расхода на входе в трубопровод, который исследовался численно в [9] на нелинейной модели (1) и принят нами как “точное” решение задачи, показали, что удовлетворительные результаты получились при $x_1=0,9$ и $n=2,3$ (рис. 1,2). При этом максимальные расхождения составили до 10 % для расхода и до 1 % для давления, что можно считать вполне достаточным для практических расчетов. Значения x_1 и n получены путем перебора вариантов.

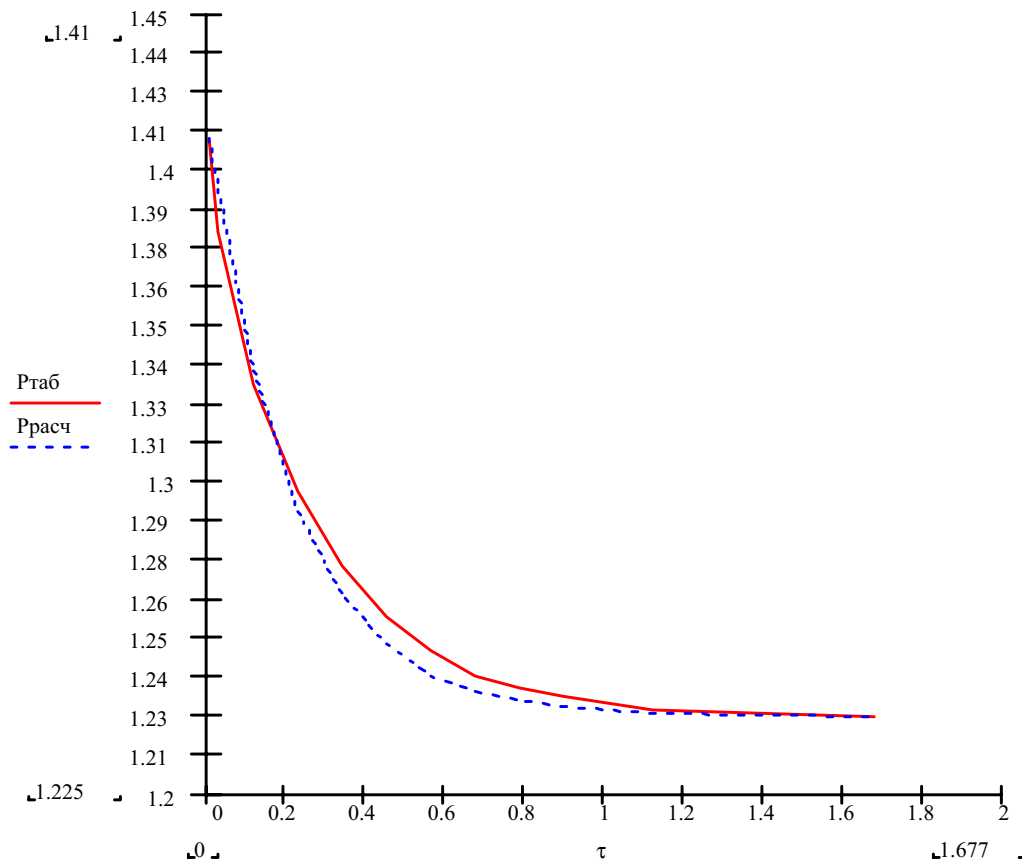


Рис. 1. Зависимость давления от времени (приближенное решение $P_{\text{расч}}=p(0,\tau)$, $P_{\text{таб}}$ -“точное” численное решение задачи).

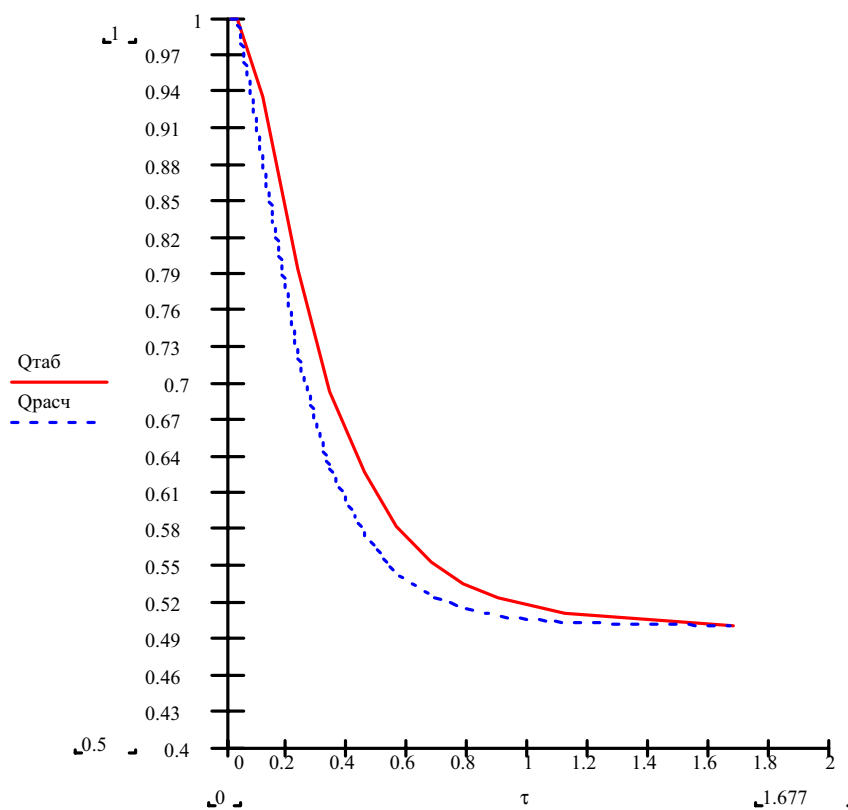


Рис. 2 . Зависимость расхода от времени (приближенное решение $Q_{\text{расч}}=q(1,\tau)$, $Q_{\text{таб}}$ -“точное” численное решение задачи)

ЛИТЕРАТУРА.

1. Сухарев М.Г., Карасевич А.М. Технологический расчет и обеспечение надежности газо- и нефтепроводов, М., Нефть и газ РГУ, 2000.
2. Трубопроводные системы энергетики: модели, приложения, информационные технологии, ред. Сухарев М.Г., М., Нефть и газ РГУ, 2000.
3. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах, М., Недра, 1982.
4. Грачев В.В. и др. Сложные трубопроводные системы, М., Недра, 1982 .
5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М.,ФМ, 1963.
6. Трофимов А.С., Судаков А.В., Козлов А.В. Прикладные решения нестационарных задач тепломассопереноса, Л., Энергоатомиздат, 1991.
7. Куцев В.А., Трофимов А.С., Кочарян Е.В., Терещенко И.В. Аналитическое решение задачи нестационарного процесса транспорта газа, Краснодар, Сб. трудов С-К отделения Российской инж. академии вып.9, 2000.
8. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа, М., Физматгиз, 1961.
9. Минский Е.М., Ю.И.Максимов, А.С.Малых К методике решения задач нестационарного движения газа в трубах на быстродействующих вычислительных машинах // Транспорт природного газа. Труды, вып. 13 (210). Гостоптехиздат,1961.