УДК 622.276

МЕТОД ОБРАЩЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

METHOD OF TREATMENT GEOMETRIC SHAPES

Стрекалов В.Е., А.В. Стрекалов, А.Т. Хусаинов
ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный нефтегазовый университет»
г. Тюмень, Российская Федерация

V.E. Strekalov, A.V. Strekalov, A.T. Khusainov
FSBEI HPETyumen state oil and gas university, Tyumen, Russian Federation
e-mail: iq-tyumen@mail.ru

Аннотация. Предлагается метод, с помощью которого можно одну фигуру плоскую или объемную обратить в другую фигуру, при сохранении основных показателей этих фигур. Например, круг можно обратить в треугольник, конус – в пирамиду, цилиндр – в призму, а шар – в копыто. Это развивает пространственное воображение, упрощает вывод формул по определению основных показателей тел вращения и ещё приближает нас к решению известной задачи о квадратуре круга – «построить квадрат равновеликий по площади кругу».

Последние выкладки здесь приведены конечно не для того, чтобы предложить вывод формул для определения боковой поверхности и объема шара, а для того чтобы показать, что при обращении геометрических фигур сохраняется значение его основных показателей.

Метод обращения геометрических фигур позволяет приближенно решить задачу квадратуру круга, при обращении геометрических фигур основные показатели этих фигур сохраняются; метод обращения в некоторых случаях для плоских фигур и конуса упрощает выводы формул без использования приемов высшей математики.

В статье рассмотрены нетривиальные решения задач геометрии и планиметрии, которые могут быть интересны инженерам проектировщикам в отраслях строительства и машиностроения в ТЭК.

Abstract. We propose a method by which one can be flat or three-dimensional shape to draw another shape, while maintaining the basic parameters of these figures. For example, you can draw a circle in a triangle, cone - a pyramid, cylinder - a prism, and the ball - in the “hoof”. It develops spatial imagination, simplifies the derivation of the main indicators to determine the bodies of revolution and still brings us closer to solving the famous problem of squaring the circle - "to construct a square equal on the area circle."

Recent calculations here are certainly not to suggest derivation of the formulas for determining the lateral surface and volume of a sphere, and to show that the treatment of geometric shapes stored value of its main indicators.

Inversion method allows approximate geometric shapes to solve the problem squaring the circle, handling geometric shapes main indicators of these figures are stored, the method of treatment in some cases of plane figures and cone simplifies derivations without using the techniques of higher mathematics.

The article describes the non-trivial solutions of problems in geometry and plane geometry, which may be of interest to design engineers in the construction and engineering industries in the energy sector.

Ключевые слова: фигурная плоскость, пространственное воображение, обращение геометрических фигур, конус, пирамида ,призма, шар.

Key words: curly plane spatial imagination, handling of geometric, shapes cone, pyramid, prism, sphere.

Все плоские или объемные геометрические фигуры характеризуются разными характеристиками, площадью, боковой поверхностью, объемом. Предлагается метод, с помощью которого можно одну фигуру плоскую или объемную обратить в другую фигуру, при сохранении основных показателей этих фигур. Например, круг можно обратить в треугольник, конус – в пирамиду, цилиндр – в призму, а шар – в копыто. Это развивает пространственное воображение, упрощает вывод формул по определению основных показателей тел вращения и ещё приближает нас к решению известной задачи о квадратуре круга – «построить квадрат равновеликий по площади кругу».

Превратим круг в треугольник (рисунок 1) Площадь круга можно представить в виде бесчисленного количества точек или прямых, ограниченных окружностью.

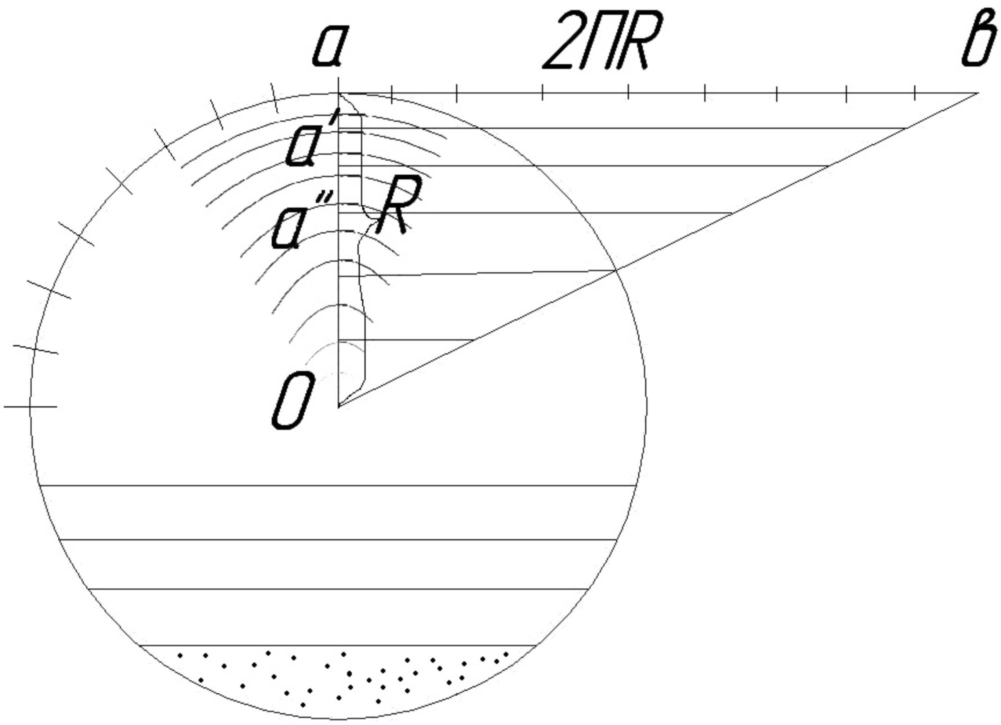

Рисунок 1.Площадь круга, представленная в виде бесчисленного количества точек

При таком подходе площадь круга $F = \pi R^2$ определяется известными способами (рисунок 2).

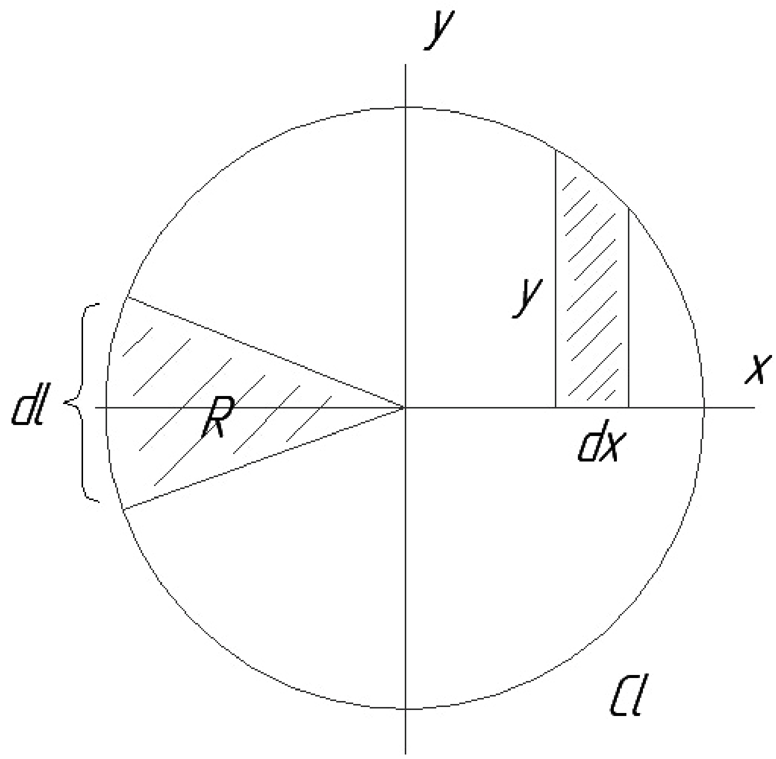

Рисунок 2. Площадь круга

$$dF = 4\int_0^x y \cdot dx \text{ или } dF = d\ell \cdot \frac{1}{2}R \qquad (1)$$

Более перспективна модель площади круга, соответствующая множеству окружностей, описываемых точками радиуса окружности. Развернем окружность, описываемую точкой a в прямую $ab = 2\pi R$, перпендикулярную радиусу и все окружности, описываемые точками $a', a''...$ в прямые, перпендикулярные радиусу. Для того, чтобы «развернуть» окружность в высоту $2\pi R$ прямоугольного треугольника oab, необходимо окружность радиуса R предварительно разделить на n частей, а затем дуги окружностей разложить в прямую $ab = 2\pi R$. Из всего материала круга, составленного из бесчисленного множества окружностей сформировался прямоугольный треугольник, равный площади круга $F = R \cdot 2\pi R \cdot \frac{1}{2} = \pi R^2$ - простой вывод формулы для площади круга.

Таким образом, площадь треугольника abo равна площади круга. Этим соотношением можно воспользоваться для приближенного решения задачи квадратуру круга. Для этого построим прямоугольник *abco* и, разделив его пополам, получим прямоугольник *adeo*, равновеликий площади круга (рисунок 3).

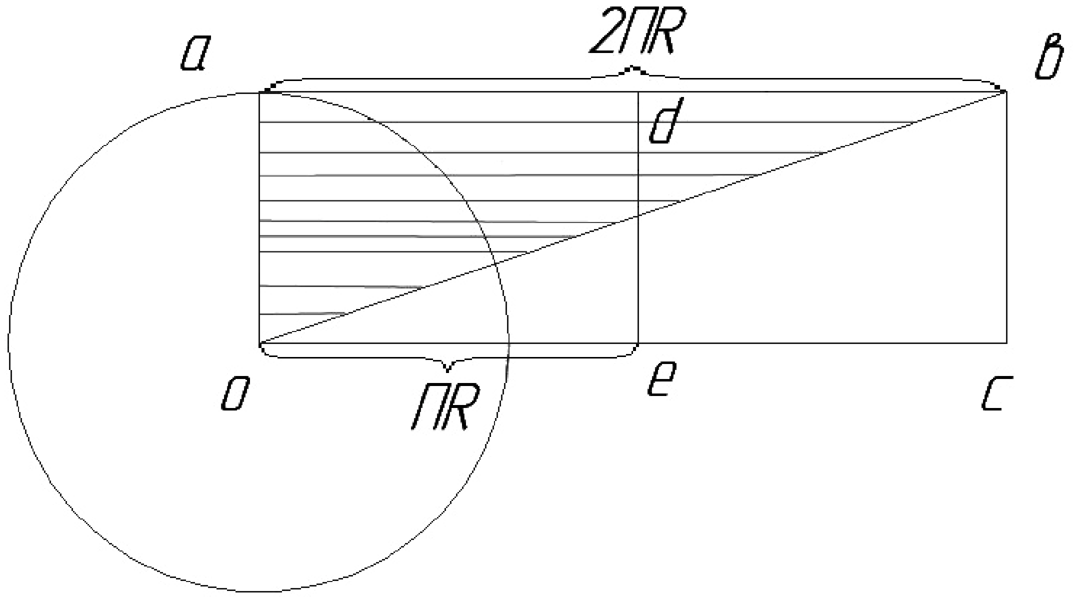

Рисунок 3. Прямоугольник *adeo*

Выделим прямоугольник *adeo* и разделим *ad* на три части (рисунок 4).

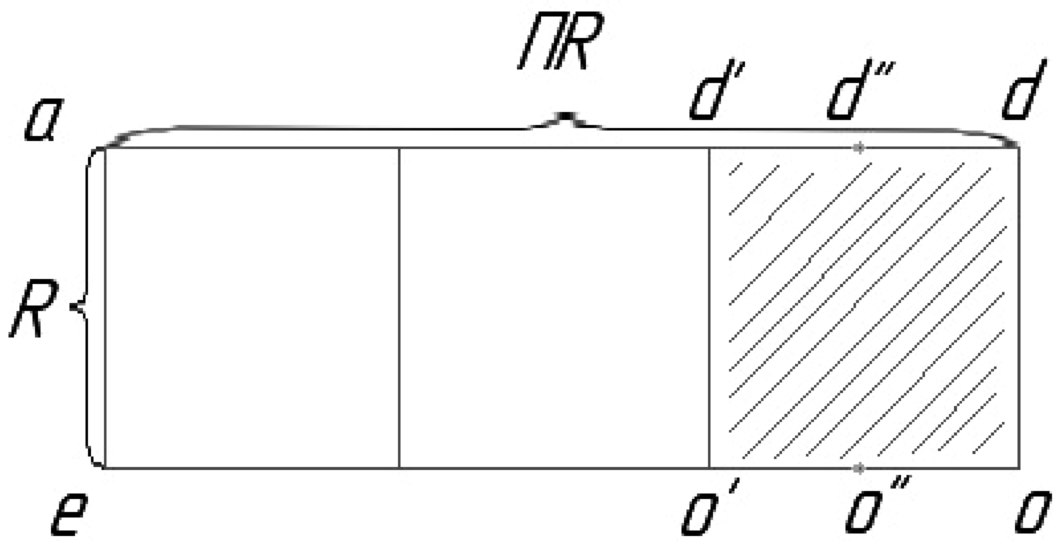

Рисунок 4. Прямоугольник с тремя частями ad

Для этого сторону *ad* прямоугольника *adeo* разделим пополам (рисунок 5) и через точку деления восстановим перпендикуляр.

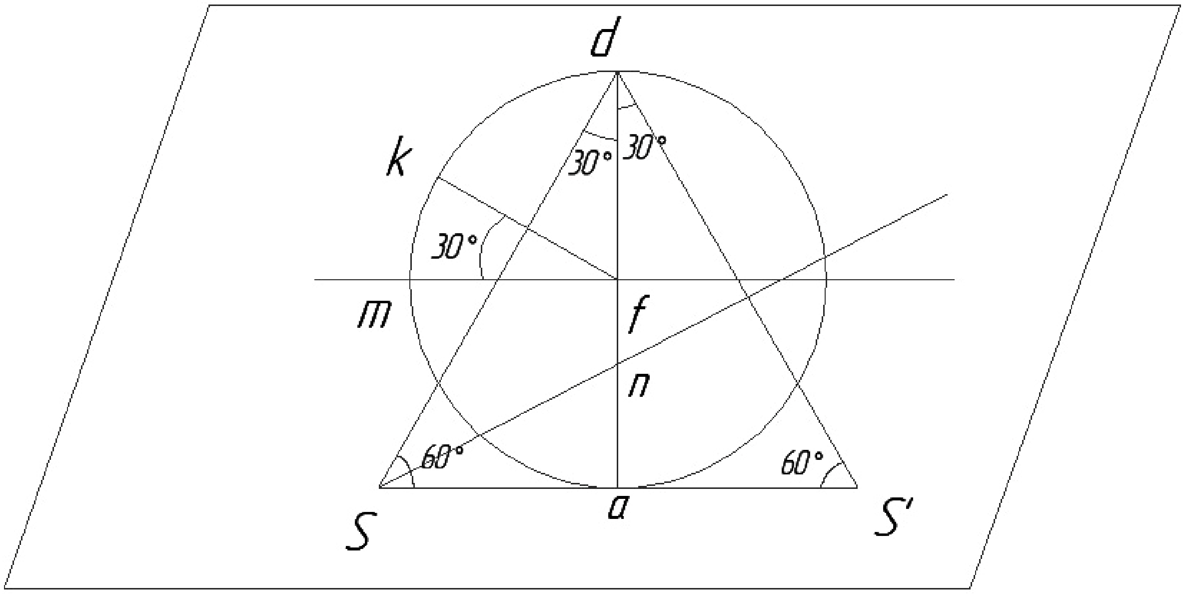

Рисунок 5. Перпендикуляр вычисления

Далее через центр f проведем окружность. Из точки d сделаем засечку K на круге радиусом окружности. Угол $Kfm = 30^0$; из точки d проведем перпендикуляр dS к радиусу Kf; восстановим перпендикуляр SS' к da, который является касательной к окружности. Треугольник dSS' равносторонний. Из точки S треугольника проведем медиану, которая в пересечении с высотой треугольника SdS' отсечет отрезок an, равный $\frac{1}{3}da$, что и требовалось доказать. Для того, чтобы приблизить значение площади $adeo$ к площади квадрата разделим площадь $d'do'o$ (рисунок 4), делением $d'd$ пополам; каждая половина $o'o''d'd''$ и $o''d''do$ устанавливается на ad' с формированием квадрата $ed''oo'$ (рисунок 6). Таким образом, предлагаемый метод «развертки» окружностей позволяет приближенно решить задачу квадратуры круга.

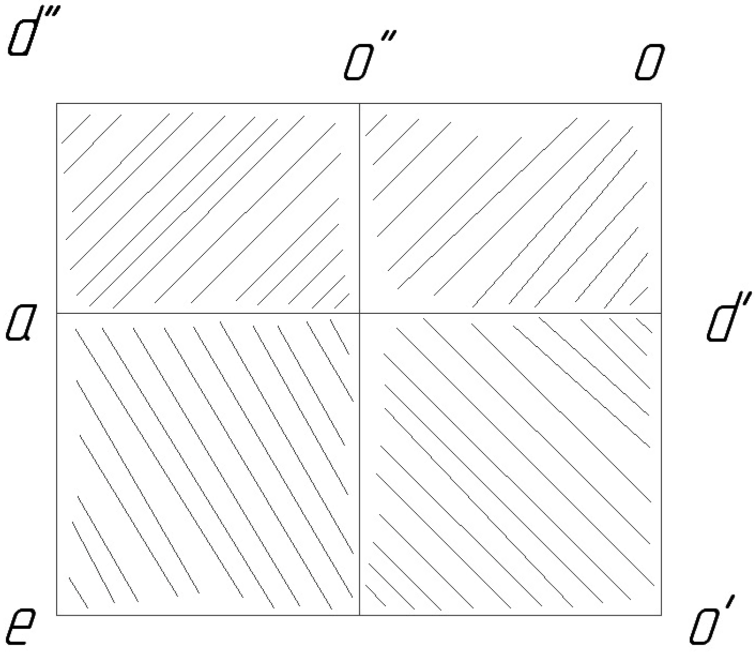

Рисунок 6.Сформированный квадрат

Точно решить эту задачу нельзя, хотя бы потому, что «константа» $\pi = 3{,}14...$ есть величина переменная, а в приближение уже содержится в самом построении квадрата.

Квадрат $ed''oo'$ (рисунок 6) построен из принятого допущения - $\pi R/3 \approx R$. Метод обращения геометрических фигур можно показать на других примерах.

Как известно, боковая поверхность конуса $S_{кон.} = \pi R \ell$. Значение S обычно определяется, используя приемы высшей математики; $S_{кон.}$ можно получить значительно проще, если развернуть боковую поверхность в прямоугольный треугольник abc. $S_{кон.}$ формируется вращением образующей ℓ вокруг высоты конуса ab и каждая точка образующей ac описывает бесконечное число окружностей, которые формируют эту поверхность (рисунок 7). Развернем эти окружности в прямые и восстановим их перпендикулярами к образующей ℓ.

Площадь полученного прямоугольного треугольника abc равна боковой поверхности конуса $S_{треуг.} = \frac{1}{2}\ell \cdot 2\pi R = \pi R \ell$

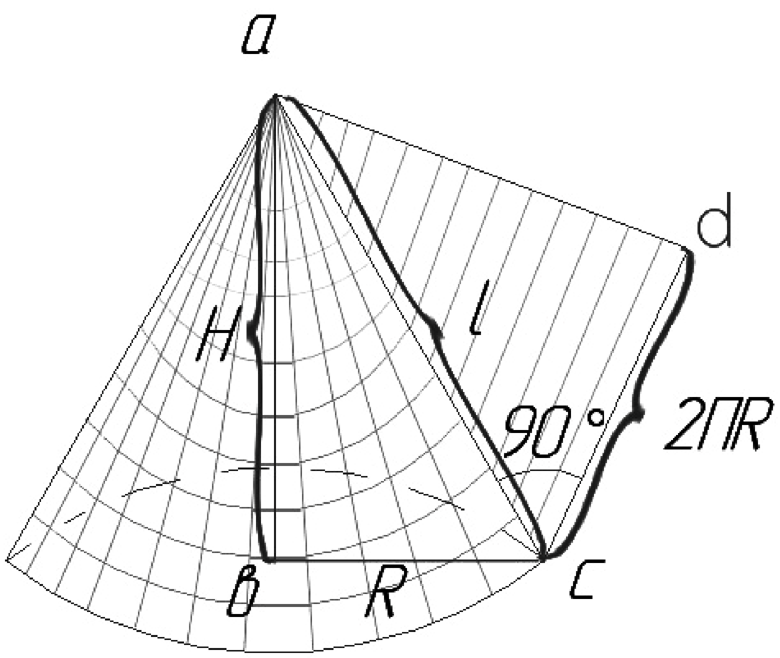

Рисунок 7. Разворот боковой поверхности в прямоугольный треугольник

Для того чтобы определить объем конуса также необязательно прибегать к известным приемам высшей математики; чтобы решить эту задачу обратим конус в пирамиду (рисунок 8).

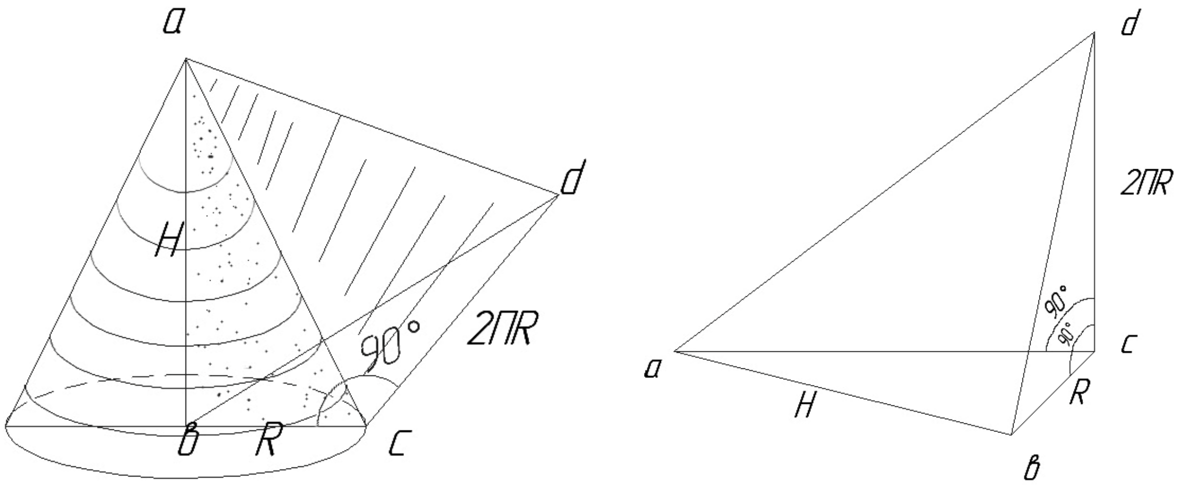

Рисунок 8. Обращение конус в пирамиду

Конус образуется вращением прямоугольного треугольника abc вокруг $ab = H$. Все точки, которые составляют площадь треугольника abc, описывают бесчисленное множество окружностей в том числе и окружностей, описываемых точками bc и ac треугольника abc.

Восстановив все окружности названных точек перпендикулярами к плоскости abc, получим из «материала» конуса пирамиду объемом

$$V_{пирам.} = \frac{1}{3}H \cdot R \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi R = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H \text{, т.е. } V_{пирам.} = V_{кон.}. \quad (2)$$

Таким же образом цилиндр можно превратить в призму (рисунок 9): объем призмы $V_{призм.} = \frac{1}{2}R \cdot 2\pi R \cdot H = \pi R^2 \cdot H = V_{цил.}$, боковая поверхность призмы $S_{приз.} 2\pi R \cdot H = S_{цил.}$.

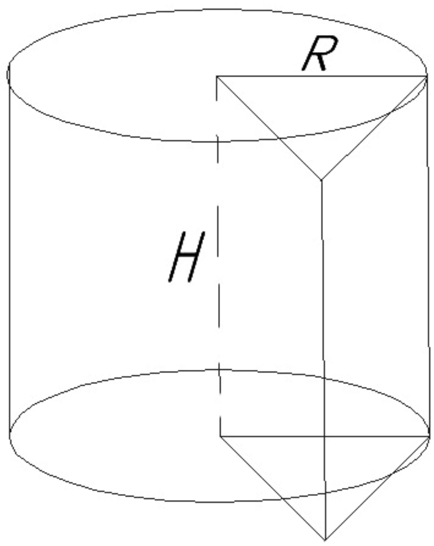

Рисунок 9. Превращение в призму

Усложним задачу: обратим шар в копыто (рисунок 10). Не повторяя следующие рассуждения, определим боковую поверхность копыта F:

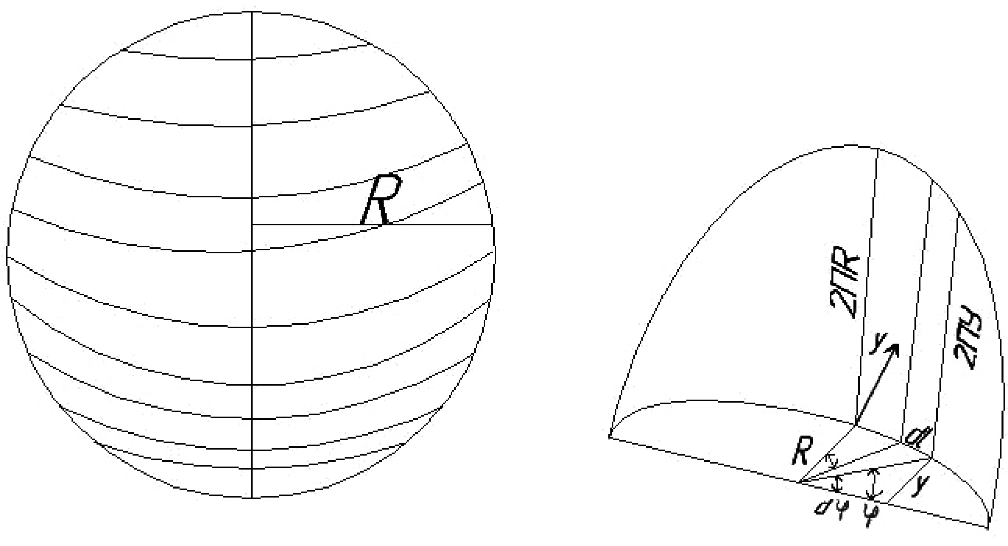

Рисунок 10. Обращение геометрической фигуры шар

$$dF = d\ell \cdot 2\pi y \qquad\qquad d\ell = R \cdot d\varphi \qquad\qquad \tfrac{y}{R} = \sin\varphi$$

$$dF = R \cdot d\varphi \cdot 2\pi R \cdot \sin\varphi = 2\pi R^2 \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi;$$

$$F = 2\pi R^2 \int_0^{\pi/2} \sin\varphi \cdot d\varphi = 2\pi R^2 \left| -\cos\varphi \right|_0^{\pi/2} = 2\pi R^2 \left|\cos{\pi/2} + \cos 0\right| = 2\pi R^2 \qquad (3)$$

Т.к. здесь рассматривается только половина боковой поверхности копыта, то $F_{коп.} = 4\pi R^2 = F_{шар.}$. Остается доказать равенство объемов шара и копыта (рисунок 11):

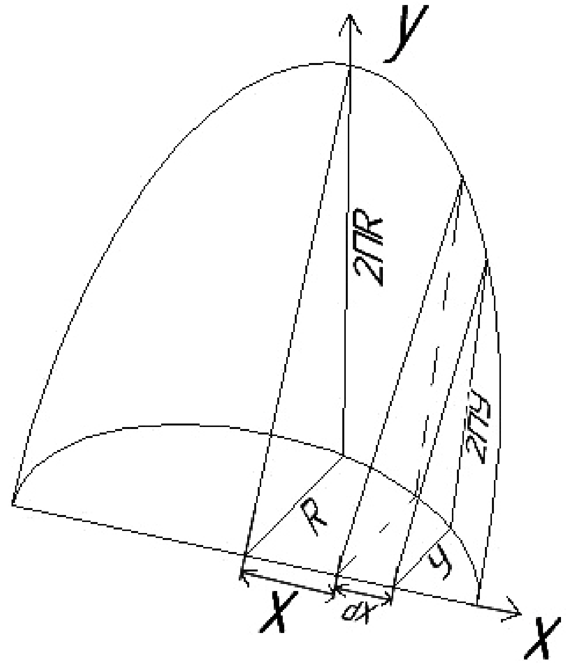

Рисунок 11

$$dV = y \cdot 2\pi y \tfrac{1}{2} dx = \pi y^2 \cdot dx$$

$$R^2 = y^2 + x^2$$

$$dV = \pi\left(R^2 - x^2\right) \cdot dx \qquad (4)$$

$$V_{коп.} = \int_0^R \pi R^2 dx - \int_0^R \pi x \cdot dx = \pi R^3 - \pi \left|\frac{x^3}{3}\right|_0^R = \pi R^3 - \pi \frac{R^3}{3} = \pi R^3 \cdot \frac{2}{3} \qquad (5)$$

это половина объема, тогда $V_{кон.} = V_{шар.} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Последние выкладки здесь приведены конечно не для того, чтобы предложить вывод формул для определения боковой поверхности и объема шара, а для того чтобы показать, что при обращении шара в копыто сохраняется значение его основных показателей.

Выводы

1) метод обращения геометрических фигур позволяет приближенно решить задачу квадратуру круга;

2) при обращении геометрических фигур основные показатели этих фигур сохраняются;

3) метод обращения в некоторых случаях для плоских фигур и конуса упрощает выводы формул без использования приемов высшей математики.

Список используемых источников

1 Стрекалов А.В. Математические модели гидравлических систем для управления системами поддержания пластового давления. Тюмень: ОАО «Тюменский дом печати», 2007. 586 с.

2 Крумм Л.А. Методы оптимизации при управлении электроэнергетическими системами. Новосибирск: Наука, 1981. 320 с.

3 Курман А.В., Каганер В.М. Принцип экстремальности и метод расчета на ЭЦВМ сложных вентиляционных и гидравлических сетей // Тезисы докладов V Всесоюз. совещ. пользователей ЭВМ типа «Урал». Секция III. Математическое программирование. Тарту: Тарт. ун-т, 1966. С. 47–53.

4 Леонас В.Л., Моцкус И.Б. Метод последовательного поиска для оптимизации производственных систем и сетей. //Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1965. №1. С. 18–25.

5 Черри Е., Миллар У. Некоторые новые понятия и теоремы в области нелинейных систем //Автоматическое регулирование: сб. материалов конф. в Кренфилде, 1951 / Под ред. М.З. Литвина-Седого. М.: Изд-во иностр. лит., 1954. С. 261–273.

References

1 Strekalov AV Mathematical models of hydraulic systems for control of reservoir pressure maintenance. Tyumen: OJSC "Tyumen Printing House", 2007. 586 s. [in Russian]

2 Krumm LA Optimization techniques in the management of Electrical Power -cal systems. Novosibirsk: Nauka, 1981 , 320 p. [in Russian]

3 Kurman AV, VM Kaganer The extreme and the calculation method on a computer complex ventilation and hydraulic networks. - In the book. : Proc. of reports. V Proc. soveshch. computer users type "Ural" . Section III. Mathematical Programming. - Tartu Tartu. University, 1966, p. 47-53. [in Russian]

4 Leonas VL, Mockus IB Sequential search method to optimize production systems and networks. - Math. USSR Academy of Sciences . Energy and Transport , 1965, № 1, p. 18-25 . [in Russian]

5 Cherry E. Millar W. Some new concepts and theorems in nonlinear systems. - In the book. : Automatic control: Sat Materials Conf. in Cranfield , 1951 / Ed. MZ Litvin - Gray . - Moscow: Izd .lit. , 1954, p. 261-273. [in England]

Сведения об авторах

About the authors

Стрекалов В.Е., канд. тех. наук, доцент кафедры «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», ФГБОУ ВПО ТГНГУ, г. Тюмень, Российская Федерация

V.E. Strekalov, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor of «Development and exploitation of oil and gas fields», FSBEI HPE TSOGU, Tyumen, Russian Federation

Стрекалов А.В., д.-р техн. наук., проф. кафедры «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», ФГБОУ ВПО ТГНГУ, г. Тюмень, Российская Федерация

A.V. Strekalov, Doctor of Engineering Sciences, Professor of «Development and exploitation of oil and gas fields», FSBEI HPE TSOGU, Tyumen, Russian Federation

Хусаинов А.Т., аспирант кафедры «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», ФГБОУ ВПО ТГНГУ, г. Тюмень, Российская Федерация

A.T. Khusainov, Postgraduate Student Department of «Development and exploitation of oil and gas fields», FSBEI HPE TSOGU, Tyumen, Russian Federation

e-mail: iq-tyumen@mail.ru