

УДК 536.11

**ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ПЛАСТЕ
С УЧЕТОМ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ
ПРИ РАБОТЕ СКВАЖИНЫ С ПЕРЕМЕННЫМ ДЕБИТОМ**

Рамазанов А.Ш., Нагимов В.М., Ахметов Р.К.
ФГБОУ ВПО Башкирский государственный университет, г.Уфа
e-mail: ramaz@geotec.ru

Аннотация. Разработана математическая модель изменения температуры в нефтяном пласте для заданной истории дебита, включающая конвективный перенос тепла, радиальную теплопроводность, дроссельный и адиабатический эффекты. Разработаны алгоритм и компьютерная программа для расчета температурного поля по заданной истории изменения дебита жидкости из пласта. Проведено сравнение результатов расчетов с известными аналитическими решениями. Данную модель можно использовать для расчета изменения температуры на стенке скважины при известных истории изменения дебита и параметрах пласта, а так же при решении обратной задачи об определении параметров пласта по данным об изменении температуры в скважине.

Ключевые слова: температурное поле пласта, переменный дебит, аналитическая модель, расчет температуры, эффект Джоуля-Томсона, адиабатический эффект, баротермический эффект, теплопроводность, метод характеристик, обратная задача, формула Чекалюка

Введение

В последнее время наряду с применением термометрии в диагностике состояния скважин [1, 2] наблюдается интерес к возможности количественной интерпретации температурных измерений [3,4,5]. В количественной интерпретации особое место отводится численному моделированию температурных процессов, но не меньшую ценность представляют собой простые аналитические модели, которые могут быть использованы для получения первых приближений при решении обратных задач термометрии и при тестировании сложных численных моделей.

В настоящее время известны аналитические модели для расчета температуры в пласте с учетом термодинамических эффектов, полученные для случая произвольного давления на забое [6] и постоянного дебита флюида из пласта [7]. На практике широко применяются методы исследования скважин с переменным дебитом во времени (Multi Rate Test) [8], поэтому интерес представляет модель,

описывающая температурное поле в пласте для заданного изменения дебита во времени.

1. Модель без учета теплопроводности в пласте

Рассмотрим однофазную фильтрацию флюида в пористой среде. В изменение температуры при движении флюида вносят вклад начальное распределение температуры в пласте, дроссельный эффект, адиабатический эффект и процесс теплопроводности. Часть температурного эффекта, обусловленную только изменением давления, называют баротермическим эффектом [9].

Математическая постановка задачи. Рассмотрим следующую модель:

- пласт пористый, однородный и горизонтальный;
- начальное температурное поле пласта задано функцией $f(r)$;
- пренебрегается теплообменом пласта с подстилающими и покрывающими породами – адиабатическое приближение;
- пренебрегается вкладом теплопроводности и в радиальном направлении;
- фильтрация однофазной жидкости.

Для расчета изменения температурного поля постановка задачи имеет вид [7]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} = -\varepsilon u(r, t) \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} + \eta \Pi \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$T(r, 0) = f(r) \quad (2)$$

Здесь:

$T(r, t)$ – изменение температуры флюида, K ;

$p(r, t)$ – давление, $Па$;

ε – коэффициент Джоуля-Томсона, $K/Па$;

η – адиабатический коэффициент, $K/Па$;

$u(r, t) = \bar{c} \mathcal{G}(r, t) = -\bar{c} \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}$ – скорость конвективного переноса тепла, $м / с$;

k – проницаемость пласта, $м^2$;

μ – вязкость, $Па \cdot с$;

$\Pi = \phi \bar{c}$;

ϕ – пористость;

$\bar{c} = \frac{c_1 \rho_1}{C_{for}}$ – отношение объемных теплоемкостей флюида и насыщенной

этим флюидом пористой среды.

Параметр Π учитывает мгновенный теплообмен между жидкостью и скелетом пористой среды.

Общее решение задачи (1) для произвольного нестационарного поля давления $p(r, t)$ вдоль характеристик $r(t, r_1)$, определяемых из системы

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = u(r, t), \\ r(0) = r_1; \end{cases} \quad (3)$$

записывается в виде [6]:

$$T(r(t, r_1), t) = f(r_1) + \varepsilon(p(r_1, 0) - p(r, t)) + (\varepsilon + \eta\Pi) \int_0^t \frac{\partial_2 p(r_\tau, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (4)$$

Пользуясь выражением (4) можно рассчитать распределение температуры в пласте для конкретного распределения давления $p(r, t)$.

Решение для переменного дебита из пласта¹. Пусть известна история изменения дебита отбираемой из пласта жидкости. Поле давления $p(r, t)$ в пласте для переменного дебита $Q(t)$ можно описать следующей приближенной формулой [10, 11]:

$$p(r, t) = P_{nl} + \frac{Q_1 \mu}{4\pi kh} \left[E_i \left(-\frac{r^2}{4\chi t} \right) + \sum_{i=2}^N \frac{Q_i - Q_{i-1}}{Q_1} E_i \left(-\frac{r^2}{4\chi(t-t_{i-1})} \right) \right] \quad (5)$$

Здесь:

P_{nl} – пластовое давление, Па;

Q_i – постоянный дебит в интервале времени $t_{i-1} < t < t_i$;

h – толщина пласта, м;

χ – коэффициент пьезопроводности, м²/сек;

$E_i(-x)$ – интегральная показательная функция:

$$E_i(-x) = -\int_x^\infty \frac{e^{-\xi}}{\xi} d\xi \quad (6)$$

Скорость конвективного переноса тепла рассчитывается по формуле:

$$u(r, t) = -\bar{c} \frac{k}{\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{Q_1 \mu}{4\pi kh} \left[E_i \left(-\frac{r^2}{4\chi t} \right) + \sum_{i=2}^N \frac{Q_i - Q_{i-1}}{Q_1} E_i \left(-\frac{r^2}{4\chi(t-t_{i-1})} \right) \right] \right\} \quad (7)$$

¹ Постановка задачи и идея использования формулы (5) для поля давления принадлежит Фикри Кучуку.

Вычислив производную, из формулы (7) получаем

$$r \times u(r, t) = -\frac{\bar{c}Q_1}{2\pi h} \left(\exp\left(-\frac{r^2}{4\chi t}\right) + \sum_{i=2}^N \frac{Q_i - Q_{i-1}}{Q_1} E_i\left(-\frac{r^2}{4\chi(t-t_{i-1})}\right) \right). \quad (8)$$

Тогда задача для характеристик (3) принимает следующий вид

$$\begin{cases} \frac{dr^2}{dt} = -\frac{\bar{c}Q_1}{\pi h} \left(\exp\left(-\frac{r^2}{4\chi t}\right) + \sum_{i=2}^N \frac{Q_i - Q_{i-1}}{Q_1} E_i\left(-\frac{r^2}{4\chi(t-t_{i-1})}\right) \right), \\ r^2(0) = r_1^2; \end{cases} \quad (9)$$

Решив задачу (9) численно для различных r_1 , получаем набор характеристик $r_i = r(t, r_1)$. Решение (9) описывает движение контрольной точки в пласте от расстояния r_1 до стенки скважины.

Изменение температуры контрольного объема, движущегося к скважине со скоростью конвективного переноса тепла, согласно (4) имеет вид:

$$T(r(t, r_1), t) = f(r_1) + \varepsilon(P_{nr} - p(r, t)) + (\varepsilon + \eta\Pi) \int_0^t \psi(r_\tau, \tau) d\tau \quad (10)$$

$$\text{где } \psi(r_\tau, \tau) = \frac{\partial p(r_\tau, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{Q_1 \mu}{4\pi k h} \left(\frac{e^{-\frac{r_\tau^2}{4\chi\tau}}}{\tau} + \sum_{i=2}^N \frac{Q_i - Q_{i-1}}{Q_1} \frac{e^{-\frac{r_\tau^2}{4\chi(\tau-t_{i-1})}}}{(\tau-t_{i-1})} \right).$$

Следствие. Формула (10) описывает решение для случая, когда известно распределение температуры в начальный момент времени $t = 0$. Если известно распределение температуры $\varphi(r)$ в момент времени $t = t_{i-1}$, то формула (10) для $t_i > t_{i-1}$ примет вид:

$$T(r, t_i) = f(r_1) + \varepsilon(p(r_1, t_{i-1}) - p(r, t_i)) + (\varepsilon + \eta\Pi) \int_{t_{i-1}}^{t_i} \psi(r_\tau, \tau) d\tau \quad (11)$$

На основе формулы (11) реализован алгоритм расчета изменения температуры в пласте на стенке скважины во времени для случая переменного дебита жидкости из пласта.

Тестирование решения. Для проверки расчетов используется формула Чекалюка Э.Б., описывающая изменение температуры на стенке скважины для постоянного дебита $Q_i = Q = \text{const}$ [7]:

$$\Delta P(t)|_{Q=const} = -\frac{Q\mu}{4\pi kh} E_i\left(-\frac{r_c^2}{4\chi t}\right) \quad (12)$$

$$\Delta T(t)|_{Q=const} = -\frac{\varepsilon Q\mu}{4\pi kh} \left[E_i\left(-\frac{r_c^2}{4\chi t}\right) - (1+\alpha) E_i\left(-\frac{r_c^2}{4\chi t} - a\right) \right] \quad (13)$$

здесь $\alpha = \frac{\eta\phi\bar{c}}{\varepsilon}$ и $a = \frac{Q\phi\mu\bar{c}}{4\pi kh}$.

Таблица 1. Параметры для расчета:

$P_{пл} = 200 \text{ атм}$	$k = 1,0 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$	$r_c = 0,1 \text{ м}; \phi = 0,2$	$c_t = 10^{-9} \text{ 1/Па}$
$q = \frac{Q}{h} = 50 \text{ м}^2 / \text{сут}$	$\mu = 0,003 \text{ Па} \cdot \text{с}$	$\varepsilon = 0,04 \cdot 10^{-5} \text{ К/Па}$	$\eta = 0,014 \cdot 10^{-5} \text{ К/Па}$

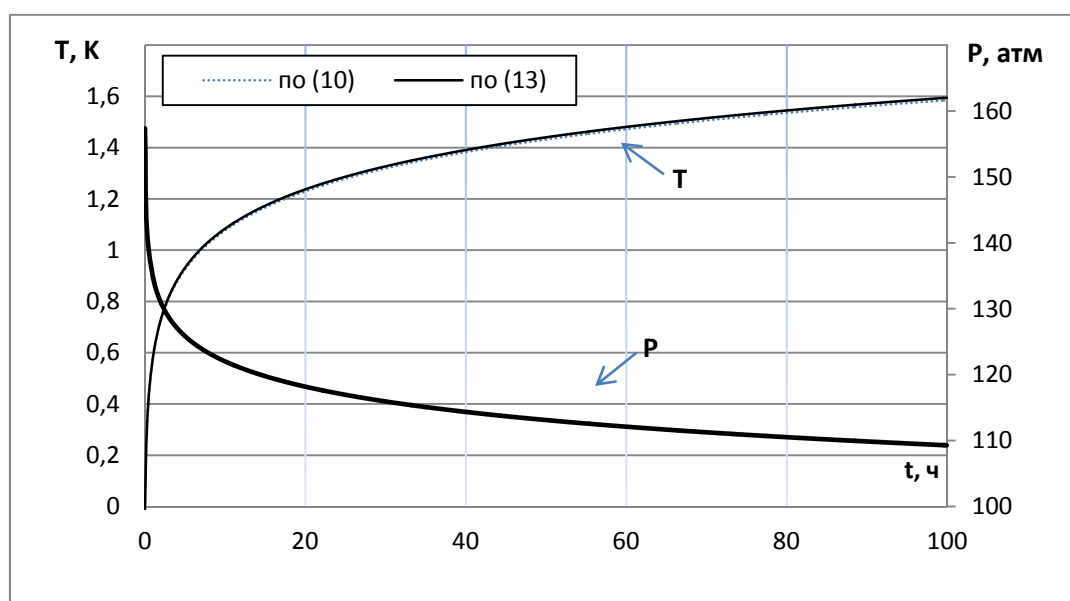


Рисунок 1. Давление и изменение температуры на стенке скважины по формулам (10) и (13).

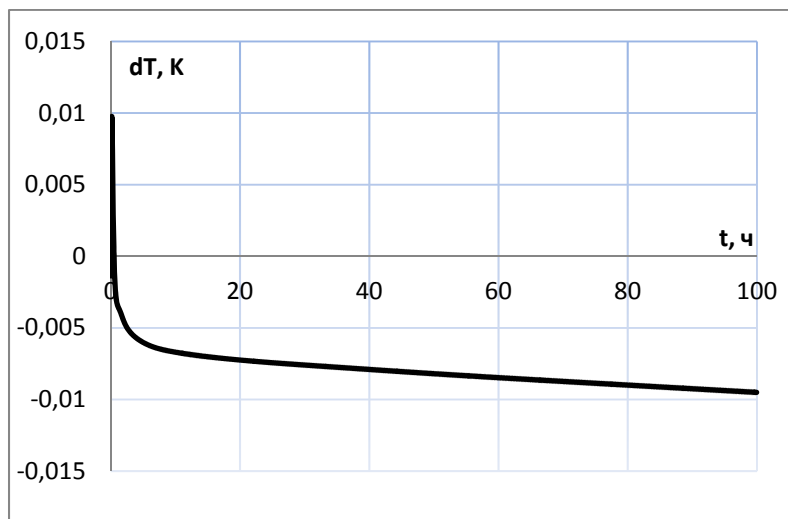


Рисунок 2. Разность температур, рассчитанных по формулам (10) и (13).

Как видно из рисунков 1 и 2, температурные зависимости, рассчитанные по формуле (10) и по формуле Чекалюка (13), повторяют друг друга. Разница между ними не превышает 0,5%.

2. Модель с учетом теплопроводности в пласте

Математическая постановка задачи. Рассмотрим модель неизотермической фильтрации с учетом радиальной теплопроводности в пласте. Оставим прежние допущения, пренебрегается вертикальной теплопроводностью, т.е. нет теплообмена пласта с подстилающими и покрывающими породами – адиабатическое приближение. В этом случае математическая постановка задачи для расчета температурного имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(r,t) \frac{\partial T}{\partial r} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \varepsilon u(r,t) \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} + \eta \Pi \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} \quad (14)$$

с начальным условием:

$$T(r,0) = f(r) \quad (15)$$

Методика расчета. Аналитически задача (14, 15) не решается. По аналогии с [12] воспользуемся методом расщепления или OSATS (Operator Splitting and Time stepping) [13]. Для этого разобьем задачу на две части: конвективную с баротермическим эффектом и часть, обусловленную только теплопроводностью. Выберем шаг по времени Δt . Значение температуры на шаге $i-1$ обозначим как $T_{i-1} = T(r, t_{i-1})$. Время на следующем шаге $t_i = t_{i-1} + \Delta t$, новое значение температуры на текущем шаге можно представить в виде

$$T_i = D_i(\Delta t)C_i(\Delta t)T_{i-1} \quad (16)$$

Здесь оператор $C_i(\Delta t)$ описывает изменение температуры за время Δt за счет конвективного переноса тепла с учетом баротермического эффекта; $D_i(\Delta t)$ - вклад теплопроводности.

Решение конвективной составляющей описывается формулой (11). Рассмотрим задачу теплопроводности. Представим решение задачи с учетом только конвективного переноса тепла в виде $\varphi(r, t_{i-1}) = C_i(\Delta t)T_{i-1}$, являющееся начальным условием для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0, \quad t > t_{i-1} \quad (17)$$

с начальным условием в виде:

$$\varphi(r, t_{i-1}) = C_i(\Delta t)T_{i-1} \quad (18)$$

Решение задачи (17) – (18) известно [14, 15]:

$$\varphi(r, t_i) = \frac{1}{2a\Delta t} \int_0^{\infty} \varphi(x, t_{i-1}) e^{-\frac{r^2+x^2}{4a\Delta t}} I_0\left(\frac{rx}{2a\Delta t}\right) x dx \quad (19)$$

Расчет по формуле (19) дает значение температуры на следующем шаге по времени $T_i = \varphi(r, t_i)$.

3. Анализ результатов расчетов

Пример 1. Расчет изменения температурного поля в пласте для переменного дебита из пласта с учетом и без учета теплопроводности. Параметры для расчета приведены ниже в таблице 2, а результаты расчетов – на рисунке 3:

Таблица 2. Параметры для расчета с учетом теплопроводности.

$P_{nl} = 200 \text{ атм}$	$k = 1,0 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$	$r_c = 0,1 \text{ м}; \phi = 0,2$	$c_t = 10^{-9} \text{ 1/Па}$
$a = 7,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$	$\mu = 0,003 \text{ Па} \cdot \text{с}$	$\varepsilon = 0,04 \cdot 10^{-5} \text{ К/Па}$	$\eta = 0,014 \cdot 10^{-5} \text{ К/Па}$

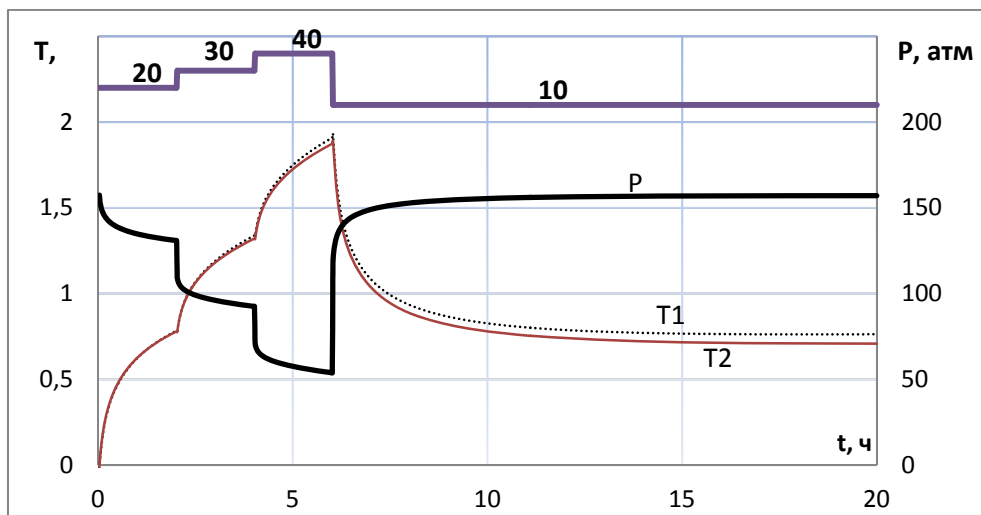


Рисунок 3. Давление и изменение температуры на стенке скважины во времени.

T1 – без учета теплопроводности, T2 – с учетом теплопроводности.

Удельный дебит указан в цифрах ($\text{м}^3/\text{сут}$).

На рисунке 3 можно отметить, что моменты изменения дебита сопровождаются резким изменением давления, что в свою очередь сказывается на изменении температуры вследствие проявления адиабатического эффекта. Далее преобладает дроссельный эффект и, как видно, температура снова растет. Снижение температуры за счет теплопроводности проявляется, прежде всего, на последнем цикле, где скорость конвективного теплопереноса минимальна.

Пример 2. Расчет изменения температуры с нулевым дебитом из пласта в истории отбора. Рассмотрим случай, когда в истории изменения дебита присутствует нулевое значение:

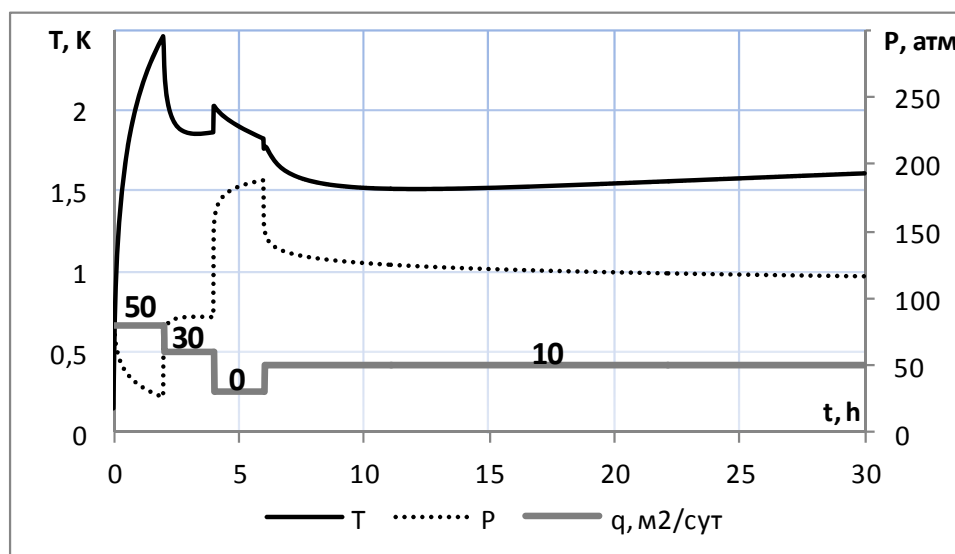


Рисунок 4. Давление и изменение температуры во времени.

Значения удельного дебита указано цифрами ($\text{м}^3/\text{сут}$).

Как видно из рисунка 4, в момент остановки скважины давление резко возросло, что привело к сжатию жидкости и резкому увеличению температуры вследствие адиабатического эффекта. После небольшого промежутка времени, когда интенсивность роста давления падает, наблюдается уменьшение температуры за счет радиальной теплопроводности.

Выводы

1. Решена задача о температурном поле в пласте с учетом и без учета теплопроводности для заданной истории изменения дебита жидкости.
2. Разработан алгоритм расчета изменения температуры.
3. Разработана диалоговая компьютерная программа, реализующий указанный алгоритм расчета.
4. Алгоритм и программа протестированы на известных аналитических решениях.

Данную модель можно использовать:

- для расчета изменения температуры на стенке скважины при известных истории изменения дебита и параметрах пласта;
- для решения обратной задачи – определения параметров пласта по данным об изменении температуры на стенке скважины и истории изменения дебита из пласта.

Литература

1. Валиуллин Р.А. Термические методы диагностики нефтяных пластов и скважин: дис... докт. техн. наук. Тверь, 1996. 275с.
2. Назаров В.Ф. Термометрия нагнетательных скважин: дис... докт. техн. наук. Уфа, 2002. 310с.
3. Obinna O. Duru and Roland N. Horne. Simultaneous Interpretation of Pressure, Temperature and Flowrate Data for Improved Model Identification and Reservoir Parameter Estimation // SPE 124827, presented at 2009 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, Louisiana, USA, 4-7 October 2009, 19p.
4. Термогидродинамические исследования скважин для определения параметров прискважинной зоны пласта и дебитов многопластовой системы /Рамазанов А.Ш.и др. // SPE 136256-RU, представлена на Российской нефтегаз. техн. конф. М., 26-28 окт. М., 2010. 21с.
5. Siu W., D. Zhu, Hill A.D., Ehlig-Economides C.A. Determining Multilayer Formation Properties from Transient Temperature and Pressure Measurements // SPE 116270, Texas A&M University, 2008, 22p.
6. Рамазанов А.Ш., Нагимов В.М. Аналитическая модель для расчета температурного поля в нефтяном пласте при нестационарном притоке жидкости.

//Нефтегазовое дело: электрон.науч. журн. 2008.
http://www.ogbus.ru/authors/Ramazanov/Ramazanov_2.pdf, 8с.

7. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965. 238с.
8. Gringarten A.C. From Straight Lines to Deconvolution: The Evolution of the State of the Art in Well Test Analysis // SPE 102079, presented at the 2006 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in San Antonio, Texas, USA, 24-27 September 2006, 19р.
9. Рамазанов А.Ш. Теоретические основы термогидродинамических методов исследования нефтяных пластов: дисс... докт. техн.наук. Уфа, БашГУ, 2004. 256с.
10. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: учеб. для вузов. М.: Недра, 1993. 416 с.
11. Dominique Bourget. Well Test Analysis: the use of advanced interpretation models, Elsevier, 2002. - 426р.
12. Obinna O. Duru and Roland N. Horne, Modeling Reservoir Temperature Transients to Permanent Downhole Gauge Data for Reservoir Parameter Estimation // SPE 115791, presented at the 2009 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in Denver, USA, 21-24 September 2008, 10р.
13. Kakur J. and Frolkovich P. Semi-analytical solutions for contaminant transport with nonlinear sorption in one dimension // University of Heidelberg, SFB 35924 (2002), p.1-20.
14. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599с.
15. Ozisik M.N. Heat Conduction. - New York, Willey - Intersciences, 1993.- 712 p.

ANALYTICAL MODEL OF TEMPERATURE PREDICTION FOR A GIVEN PRODUCTION HISTORY

A.Sh. Ramazanov, V.M. Nagimov, R.K. Akhmetov
Bashkir State University, Ufa, Russia
e-mail: ramaz@geotec.ru

Abstract. The mathematic model was developed for temperature calculation for two cases: with/without radial heat conduction. Joule-Thomson effect, thermal expansion or compression, heat conduction were taken into account in the temperature model. Computation algorithm was designed for temperature prediction in case of a given production history. Computer software was developed on the basis of described computation algorithm. Both computation algorithm and computer software were tested using simple analytical models.

Keywords: temperature prediction, multi rate test, analytical model, Joule-Thomson effect, adiabatic effect, thermal expansion, baro-thermal effect, heat conduction, characteristics method, inverse problem.

References

1. Obinna O. Duru and Roland N. Horne, Simultaneous Interpretation of Pressure, Temperature and Flowrate Data for Improved Model Identification and Reservoir Parameter Estimation // SPE 124827, presented at 2009 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, Louisiana, USA, 4-7 October 2009, 19p.
2. Ramazanov A.Sh., Valiullin R.A., Sadretdinov A.A., Shako V.V., Pimenov V.P., Fedorov V.N., Belov K.V. Thermal Modeling for Characterization of Near Wellbore Zone and Zonal Allocation // SPE 136256, presented at the 2010 SPE Russian Oil & Gas Technical Conference and Exhibition held in Moscow, 26-28 October 2010, 22p.
3. Siu W., D. Zhu, Hill A.D., Ehlig-Economides C.A. Determining Multilayer Formation Properties From Transient Temperature and Pressure Measurements // SPE 116270, Texas A&M University, 2008, 22p.
4. Valiullin R.A. Termicheskie metodi diagnostiki neftyanikh plastov I skvajin (Thermal methods for diagnostics of oil and gas reservoirs and wells) / a doctor diss. of Technical Science. - Tver, 1996, 275p. [in Russian]
5. Nazarov V.F. Termometriya nagnetatelnykh skvajin (Thermometry of injection wells) / a doctor diss. of Technical Science. – Ufa, 2002, 310p. [in Russian]

6. Ramazanov A.Sh. and Nagimov V.M. Analytical Model for Calculation of Temperature Distribution in the Oil Reservoir During Unsteady Fluid Inflow // Oil and Gas Business Journal, 2008, http://www.ogbus.ru/authors/Ramazanov/Ramazanov_2e.pdf, 8p.
7. Chekalyuk E.B. Termodinamika neftyanogo plasta (Thermodynamics of oil reservoir). - M.: Nedra, 1965.- 238p. [in Russian]
8. Gringarten A.C. From Straight Line to Deconvolution: The Evolution of the State of the Art in Well Test Analysis // SPE 102079, presented at the 2006 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in San Antonio, Texas, USA, 24-27 September 2006, 19p.
9. Ramazanov A.Sh. Teoreticheskie osnovi termogidrodinamicheskikh metodov issledovaniya neftyanikh plastov (Theoretical basics of thermohydrodynamical surveys in oil production wells) / a doctor diss. of Techn. Science, Ufa, BashSU, 2004, 256p. [in Russian]
10. Basniev K.S., Kochina I.N., Maximov V.M. Podzemnaya gidromekhanika (Reservoir Hydromechanics).- M.: Nedra, 1993, - 416 p. [in Russian]
11. Dominique Bourget, Well Test Analysis: the use of advanced interpretation models. - Elsevier, 2002. - 426p.
12. Obinna O. Duru and Roland N. Horne, Modeling Reservoir Temperature Transients to Permanent Downhole Gauge Data for Reservoir Parameter Estimation // SPE 115791, presented at the 2009 SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in Denver, USA, 21-24 September 2008, 10p.
13. Kakur J. and Frolkovich P. Semi-analytical solutions for contaminant transport with nonlinear sorption in one dimension // University of Heidelberg, SFB 35924 (2002), p.1-20.
14. Lykov A.V. Teoriya teploprovodnosti (Heat conduction theory). - M.: Visshaya shkola (Advanced School), 1967. – 559p. [in Russian]
15. Ozisik M.N. Heat Conduction.- New York, Willey - Intersciences, 1993.- 712 p.

Сведения об авторах

1. Рамазанов А. Ш., д-р. техн. наук, проф. кафедры геофизики, ФГБОУ ВПО БашГУ
A. Ramazanov, dr. tech. sci., prof. of the geophysical department, FSBEI BSU
2. Нагимов В. М., соискатель кафедры геофизики, ФГБОУ ВПО БашГУ
V. Nagimov, applicant of the geophysical department, FSBEI BSU
3. Ахметов Р.К., магистрант кафедры геофизики, ФГБОУ ВПО БашГУ
R. Akhmetov, master of science of the geophysical department, FSBEI BSU

e-mail: ramaz@geotec.ru