

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
В НЕФТЯНОМ ПЛАСТЕ
ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ПРИТОКЕ ЖИДКОСТИ¹**

Рамазанов А.Ш., Нагимов В.М.

Работа посвящена исследованию температурного поля, обусловленного баротермическим эффектом при однофазной фильтрации жидкости в однородном пористом пласте к скважине с изменяющимся во времени забойным давлением.

Разработана математическая модель, описывающая изменение температуры в пласте при забойном давлении, меняющемся со временем. Проведено сравнение результатов расчетов с численным решением.

Взаимосвязь между изменениями пластовых температур и давлений во времени и в пространстве при **стационарном режиме работы** скважины была впервые установлена Чекалюком Э.Б. в работе «Температурный режим газонефтяного пласта» [1]. Им впоследствии для режима постоянного дебита был разработан метод термозондирования пласта, основанный на регистрации дроссельного изменения температуры притекающей из пласта жидкости во времени. Однако на практике легче реализовать случаи, в которых дебит не постоянен, а давление на забое изменяется во времени. Например, кривые изменения забойного давления (КИД) и температуры притекающей из пласта жидкости (КИТ) могут быть зарегистрированы в процессе освоения скважины после бурения или ремонтных работ при свабировании, компрессировании.

В данной работе предлагается простая аналитическая модель, позволяющая рассчитать изменение температуры в насыщенном пористом пласте при переменном забойном давлении. Доказательство состоятельности модели проводится путём сравнения полученных зависимостей и результатов численного решения задачи.

Математическая постановка. Используем уравнение пьезопроводности и энергии Чекалюка:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = \chi \Delta p \\ p|_{r=W} = \varphi(t), p|_{t=0} = P_{nl}, p|_{r=G} = P_{nl} \end{cases} \quad (1)$$

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке фирмы Шлюмберже

$$\begin{cases} C_{пл} \frac{\partial T}{\partial t} + C_{жс} \vec{v} [\nabla T + \varepsilon \nabla p] - \eta m C_{жс} \frac{\partial p}{\partial t} = \lambda_{пл} \Delta T \\ T|_{t=0} = y(\vec{r}) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь введены обозначения:

χ - пьезопроводность пласта;

W и G – границы пласта, ограниченные стенкой скважиной и контуром питания;

$C_{пл}, C_{жс}$ – объёмные теплоёмкость пласта и жидкости, $\frac{Дж}{кг \cdot К}$;

\vec{v} - вектор скорости фильтрации, $\frac{м}{с}$;

η - адиабатический коэффициент, $\frac{К}{Па}$;

ε - коэффициент Джоуля-Томсона, $\frac{К}{Па}$;

m – пористость;

$\lambda_{пл}$ - теплопроводность пласта, $\frac{Вт}{м \cdot К}$.

Функция $\varphi(t)$ представляет собой зависимость давления в скважине от времени. Начальное давление и профиль температуры в пласте равны, соответственно, $P_{пл}$ и $y(r)$.

Принятые допущения. Для того чтобы получить аналитическое решение (1) и (2) сделаем следующие допущения:

- справедлива модель жесткого пласта: предполагается, что сжимаемость жидкости бесконечно мала, т.е. $\beta^* = 0, \Rightarrow \chi = \frac{k}{\mu \beta^*} \rightarrow \infty$;
- теплопроводность отсутствует;
- баротропное приближение: пренебрегается влиянием изменения температуры в пласте на параметры флюида и пласта;
- пласт однородный и изотропный;

С учётом этих допущений система (1) и (2) в цилиндрических координатах в случае осевой симметрии принимает вид:

$$\begin{cases} C_{nl} \frac{\partial T}{\partial t} + C_{жс} v \left[\frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial p}{\partial r} \right] - \eta m C_{жс} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \\ T|_{t=0} = y(r), \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0 \\ p|_{r=r_c} = \varphi(t), p|_{t=0} = P_{nl}, p|_{r=R_k} = P_{nl}, \end{cases} \quad (4)$$

Поле давления. Общее решение (4) можно представить в виде $p(r) = C_2 + C_1 \ln(r)$. С учётом граничных условий, окончательно получим:

$$p(r, t) = P_{nl} + \frac{(P_{nl} - \varphi(t))}{\ln(\bar{R})} \ln(r / R_k), \text{ где } \bar{R} = R_k / r_c. \quad (5)$$

Поле температуры.

Разделим уравнение энергии на $C_{пл}$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \left[\frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial p}{\partial r} \right] - \eta^* \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad (6)$$

где $u(r, t) = \frac{C_{жс}}{C_{nl}} v(r, t)$ - скорость конвективного переноса тепла, а

$$\eta^* = m \frac{C_{жс}}{C_{nl}} \eta.$$

Решение (6) вдоль характеристик $r_t = r(t, r_1)$ можно представить в виде:

$$T(r, t) = y(r_1) + \varepsilon [p(r_1, 0) - p(r_t, t)] + (\varepsilon + \eta^*) \int_0^t \frac{\partial p(r_t, \tau)}{\partial \tau} d\tau; \quad (7)$$

Подставив полученную формулу давления (3) в выражение (7), легко получить:

$$T(r_t, t) = y(r_1) + \varepsilon [p(r_1, 0) - p(r_t, t)] - \frac{(\varepsilon + \eta^*)}{\ln(\bar{R})} \int_0^t \varphi'(\tau) \ln\left(\frac{r_t}{R_k}\right) d\tau; \quad (8)$$

В выражении (8) первое слагаемое обусловлено начальным профилем температуры, второе и третье - дают изменение температуры за счет баротермического эффекта.

Характеристики являются решением задачи:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = u(r, t) \\ r|_{t=0} = r_1, \end{cases} \quad (9)$$

Далее, определим закон движения $r_t = r(t, r_1)$ из системы (9):

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = u(r, t) = - \frac{k C_{жс}}{\mu C_{нл}} \frac{\partial p(r, t)}{\partial r} = - a \frac{P_{нл} - \varphi(t)}{r} \\ r|_{t=0} = r_1, \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{где } a = \frac{k C_{жс}}{\mu \ln(\bar{R}) C_{нл}}.$$

Проинтегрировав (10), получим:

$$r_t^2 = r_1^2 - 2a(P_{нл}t - s(t)), \text{ где } s(t) = \int_0^t \varphi(\tau) d\tau, \quad a = \frac{k C_{жс}}{\mu \ln(\bar{R}) C_{нл}}; \quad (11)$$

Таким образом, формула для расчёта изменения температуры на забое скважины:

$$T(r_c, t) = y(r_1) + \varepsilon [P_{нл} - \varphi(t)] - \frac{(\varepsilon + \eta^*)}{\ln(\bar{R})} \int_0^t \varphi'(\tau) \ln\left(\frac{\sqrt{r_1^2 - 2a(P_{нл}\tau - s(\tau))}}{R_k}\right) d\tau; \quad (12)$$

$$\text{где } r_1 = \sqrt{r_c^2 + 2a(P_{нл}t - s(t))}.$$

На рис. 1 представлены распределения температур: линия 2 соответствует данным нашей модели, жирная линия 1 соответствует результатам численного моделирования [4]. В данном случае давление на забое снижалось линейно в течение двух часов, то есть описывалось функцией:

$$\varphi(t) = \begin{cases} P_k - \frac{P_k - P_0}{\tau} t, \text{ при } t < \tau \\ P_0, \text{ при } t > \tau \end{cases}, \text{ где } P_k = 200 \text{ атм.}, P_0 = 100 \text{ атм.}, \tau = 2 \text{ часа};$$

На рис. 2 приведены аналогичные результаты, но без учёта адиабатического эффекта, и $\tau = 10$ часов. Линия 1 соответствует численному решению, линия 2 – аналитическому.

Параметры флюида	Значения
плотность, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	800
удельная теплоемкость, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	1800
вязкость, $\text{Па} \cdot \text{сек}$	0.003
коэффициент Джоуля-Томсона, $\frac{\text{К}}{\text{Па}}$	$4 \cdot 10^{-7}$
адиабатический коэффициент, $\frac{\text{К}}{\text{Па}}$	$1.4 \cdot 10^{-8}$
Параметры пласта:	
плотность материала скелета, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	2700
удельная теплоемкость, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	800
пористость	0.2
проницаемость, Д	0.1

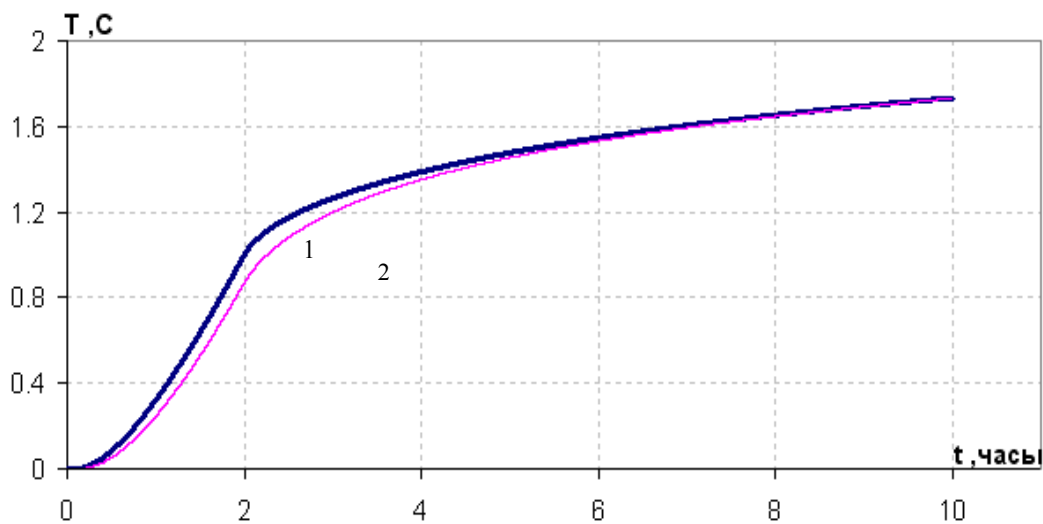


Рисунок 1. Сравнение результатов расчётов

Разница (условно говоря - погрешность) на этапе падения давления уменьшилась на порядок. Это объясняется, во-первых, уменьшением скорости падения давления, а во-вторых, пренебрежением адиабатического эффекта. По графикам видно, что результаты расчётов практически совпадают. Если рассмотреть разность значений соответствующих температур, изображённых на рис. 3, то видно, что максимальная величина погрешности достигает пяти сотых долей градусов.

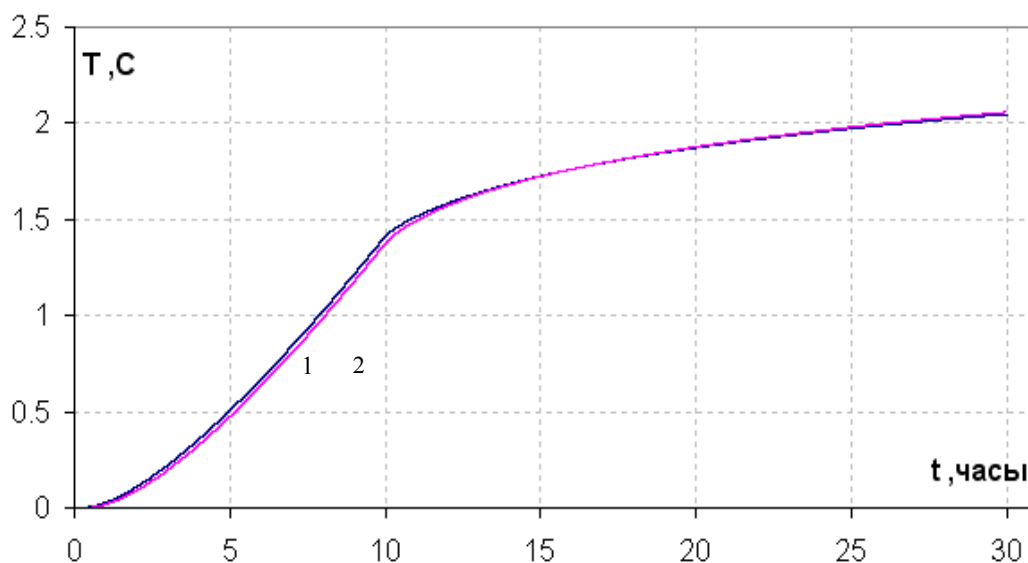


Рисунок 2. Сравнение результатов расчётов

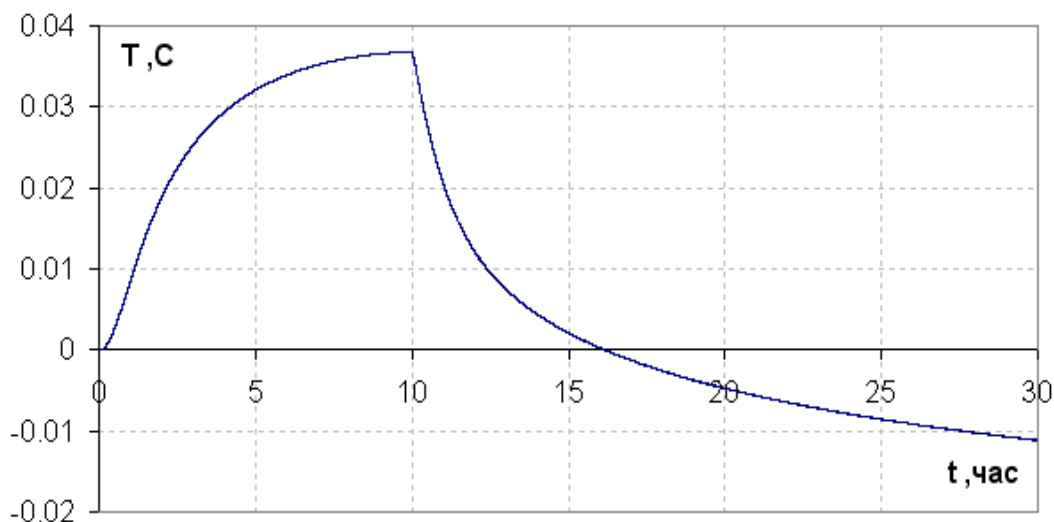


Рисунок 3. Разность температур численного счёта и нашей модели при понижении забойного давления в течение 10 часов

Данной сравнение показывает пригодность данной теоретической модели для описания температурных полей в скважине при переменном забойном давлении.

Дальнейшие приближения связаны с приближённым вычислением интеграла в выражении (12).

1. Вынесем из интеграла (12) выражение с логарифмом с некоторыми средним $0 \leq z \leq t$, тогда:

$$\int_0^t \frac{\varphi'(t)}{2 \ln(\bar{R})} \ln\left(\frac{r_1^2 - 2a(P_{nl}t - s(t))}{R_k^2}\right) d\tau = \ln\left(\frac{r_1^2 - 2a(P_{nl}t - s(t))}{R_k^2}\right) \int_0^t \frac{\varphi'(t)}{2 \ln(\bar{R})} d\tau =$$

$$= \frac{\varphi(t) - \varphi(0)}{2 \ln(\bar{R})} \ln\left(\frac{r_1^2 - 2a(P_{nl}z - s(z))}{R_k^2}\right); \quad (13a)$$

Учитывая, что $\varphi(0) = P_{nl}$, и, переходя к переменным Эйлера, получим из (13a):

$$\frac{\varphi(t) - \varphi(0)}{2 \ln(\bar{R})} \ln\left(\frac{r_1^2 - 2a(P_{nl}z - s(z))}{R_k^2}\right) = P_{nl} - p(\sqrt{r^2 - 2a(P_{nl}(z-t) - s(z) + s(t))}, t); \quad (13b)$$

Окончательно для температуры получим:

$$T(r, t) = y(\sqrt{r^2 + 2a(P_{nl}t - s(t))}) + \varepsilon [P_{nl} - p(r, t)] - (\varepsilon + \eta^*) [P_{nl} - p(\sqrt{r^2 - 2a(P_{nl}(z-t) - s(z) + s(t))}, t)]; \quad (13)$$

2. В другом случае возьмём интеграл по частям:

$$\int_0^t \frac{\varphi'(t)}{2 \ln(\bar{R})} \ln\left(\frac{r_1^2 - 2a(P_{nl}t - s(t))}{R_k^2}\right) d\tau = \frac{\varphi(t) - P_{nl}}{2 \ln(\bar{R})} \ln\left(\frac{r_1^2 - 2a(P_{nl}t - s(t))}{R_k^2}\right) \Big|_0^t -$$

$$- \int_0^t \frac{\varphi(t) - P_{nl}}{2 \ln(\bar{R})} d \ln\left(\frac{r_1^2 - 2a(P_{nl}t - s(t))}{R_k^2}\right); \quad (14a)$$

Второй интеграл вычислим аналогично по теореме о среднем:

$$T(r, t) = y(\sqrt{r^2 + 2a(P_{nl}t - s(t))}) + \varepsilon [P_{nl} - p(r, t)] - (\varepsilon + \eta^*) [P_{nl} - p(r, t) + p(r, z) - p(\sqrt{r^2 + 2a(P_{nl}z - s(z))}, z)]; \quad (14)$$

Таким образом, мы получили приближённые выражения для температурного поля пласта, очевидно, что точность указанных приближений зависит от выбора оптимальных средних значений z .

На рис. 4 и рис. 5 изображены кривые температур, вычисленных по формулам, соответственно, (13) и (14) при различных параметрах z , указанных шифром. Жирная кривая соответствует распределению температуры по формуле (12). Забойное давление и параметры модели аналогичны тем, которые описаны выше.

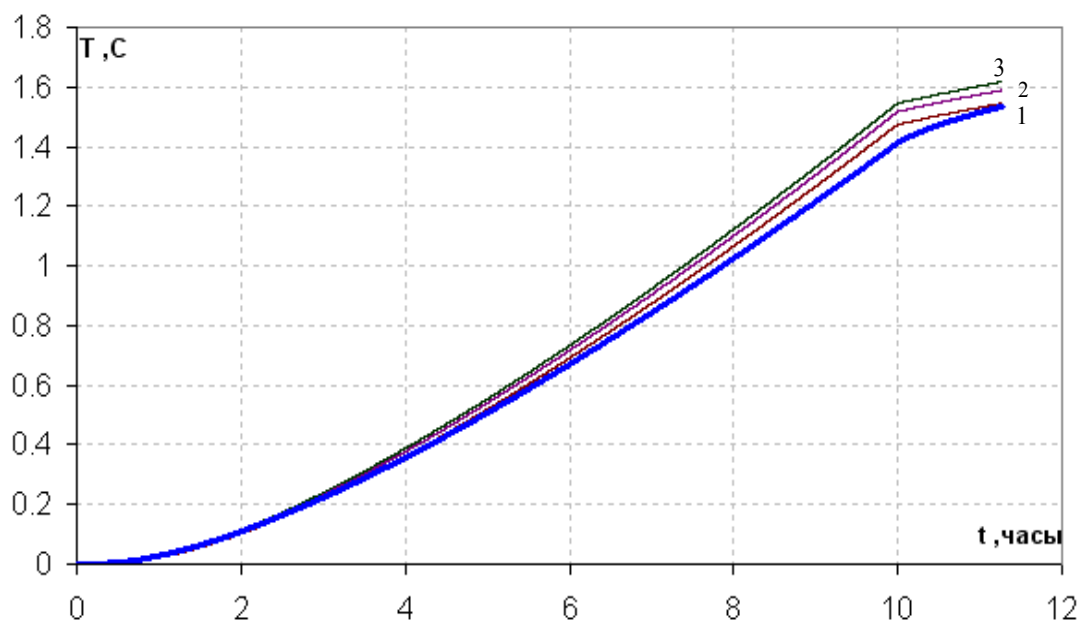


Рисунок 4. 1-3 - температурные кривые по формуле (12)
со средним параметром, равным $\frac{t}{2}, \frac{3t}{8}, \frac{t}{4}$

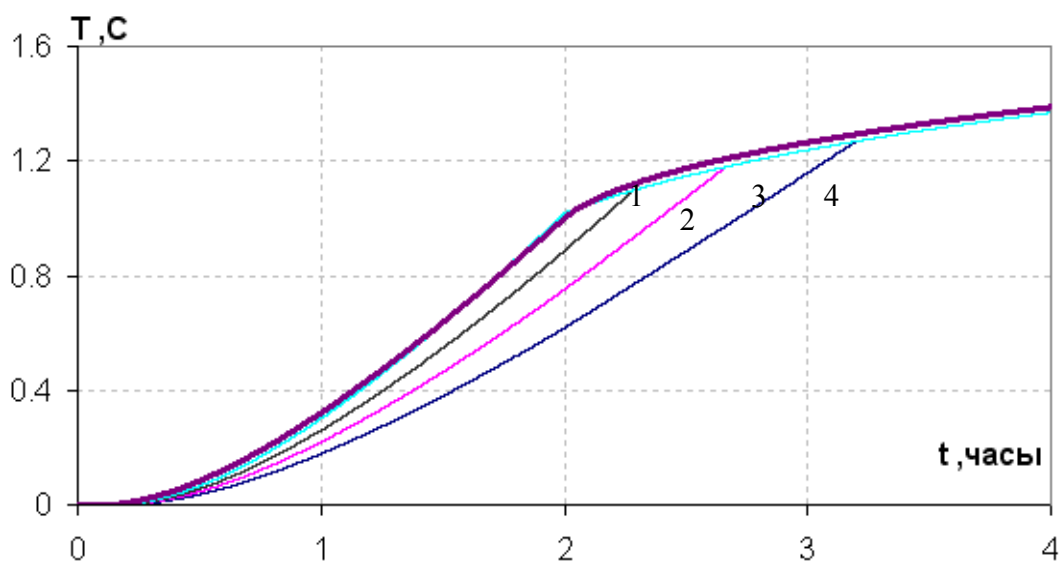


Рисунок 5. 1-4 – температурные кривые по формуле (13)
с параметром, равным $t, \frac{7t}{8}, \frac{6t}{8}, \frac{5t}{8}$

Как видно из графиков, наиболее оптимальные значения параметра z для формулы (13) $z = \frac{t}{2}$, а для формулы (14) $z = t$.

Вывод. Целью работы являлось создание простых аналитических выражений для расчёта температурного поля при переменном забойном давлении. В итоге:

1. Разработана математическая модель, описывающая изменение температуры в пласте при забойном давлении, меняющемся со временем.

2. Проведено сравнение результатов расчетов с численным решением.

Аналитическая модель, описанная в работе, получена для однофазной фильтрации жидкости в однородном пласте. Однако она может быть легко модифицирована для модели неоднородного пласта. В дальнейшем разработанную модель можно будет использовать для решения обратной задачи об определении параметров пласта по изменениям температуры в скважине.

Литература

1. Чекалюк Э.Б. Температурный режим газонефтяного пласта. Труды ВНИГНИ, вып. 12, 1958 г.
2. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М.. Подземная гидромеханика. М.-Ижевск: ИКИ 2005 г.
3. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра: 1965 г.
4. Садретдинов А.А. Численное моделирование неизотермического притока флюида к скважине с учётом фазовых переходов // НТВ «Каротажник», Тверь: Изд. АИС. 2004 г. выпуск 14 (127), с. 83-91.