СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НЕФТЕГАЗОДОБЫВАЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЙ: КЛАССИФИКАЦИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Охотников Е.С.

Тюменский государственный университет

Рассмотрено моделирование и классификация систем мониторинга с позиций теории массового обслуживания. Предложены новые модель поллинга при отсутствии очередей и обобщенная модель.

The subject of the article is classification and modelling monitoring systems with queueing theory methods. New polling model without queueing and common model are offered.

Под мониторингом (от англ. monitor – контролировать) понимают специально организованное, систематическое наблюдение за состоянием объектов, явлений, процессов с целью их оценки, контроля, прогноза.

Системы мониторинга технологических процессов нефтедобывающей отрасли (СМТПН) – территориально распределенные информационные системы контроля, диагностики и управления, основной целью применения которых является повышение эффективности и безопасности нефтегазодобывающего производства благодаря следующим факторам [1]: непрерывному мониторингу распределенных технологических объектов, управлению процессами добычи, транспортировки и учета готовой продукции, замене физически и морально устаревших средств автоматизации и систем управления, повышению безопасности производства за счет средств диагностики и улучшения экологической обстановки в нефтедобывающем регионе, снижению трудоемкости управления технологическими процессами нефтедобычи.

Внедрение таких систем, как отмечается в [2], «на предприятиях нефтедобычи, нефтепереработки и нефтехимии приобретает особое значение, так как позволяет обеспечить эффективную работу предприятий в заданных режимах, повышать качество выпускаемых продуктов, обеспечит безаварийность и экологическую безопасность производств, повысить производительность труда».

Однако сами СМТПН являются сложными многокомпонентными системами, что делает целесообразным применение методов математического моделирования при их проектировании и эксплуатации.

В данной статье рассматривается задача моделирования процессов возникновения и передачи информации в СМТПН, для решения которой используем методы теории массового обслуживания (ТМО). Эта задача особенно актуальна в случае территориально распределенных систем с низкоскоростными УКВ-каналами и большим количеством станций мониторинга, что характерно для большинства нефтегазодобывающих предприятий.

СМТПН могут значительно отличаться по своей архитектуре и применяемым аппаратным и программным средствам. Представляется возможным предложить следующую классификацию СМТПН по признакам, важным для построения их моделей:

- по топологии СМТПН:
  - один объект мониторинга, для обмена информацией с которым используется монопольный канал связи;
  - сеть, состоящая из объектов мониторинга, узлов ретрансляции и нескольких каналов связи, используемых монопольно;
  - несколько объектов мониторинга, для обмена информацией с которыми используется общий канал связи;
  - сеть, состоящая из объектов мониторинга, узлов ретрансляции и нескольких общих каналов связи;
- по методу доступа к общему каналу:
  - обход станций сервером (поллинг);
  - случайный множественный доступ (СМД);
  - комбинация поллинга и СМД;
- по типу применяемых устройств мониторинга:
  - с буфером памяти для организации очереди сообщений;
  - без буфера памяти, с передачей текущих значений параметров.

Для моделирования простейшего случая – локальной СМТПН одного объекта с буфером памяти – целесообразно применять методы и модели классической ТМО вида $M/M/1$, $M/D/1$ или $M/G/1$ [3].

Для нефтегазовой области характерно нестационарное, взаимозависимое протекание технологических процессов. Часто встречаются потоки событий, обладающих ограниченным последействием. Например, вероятность появления события «переключение режима насоса» сильно возрастает после первого такого события (насос выведен из режима покоя).

Однако в большинстве исследований прикладного характера (например, [4]) делается предположение, что фигурирующие в них потоки являются пуассоновскими. Это объясняется не только тем, что введение пуассоновских потоков намного упрощает исследование, но и тем, что пуассоновские потоки событий (или весьма близкие к ним по структуре) часто имеют место в действительности, так как в определенном смысле они являются предельными для различных потоков. То есть, если накладывать друг на друга большое число различных по структуре потоков событий, то суммарный поток в весьма широком классе условий будет близок к пуассоновскому, а в случае стационарных потоков – к простейшему. Строгие формулировки и доказательства соответствующих теорем могут быть найдены, например, в [5].

В случае, когда СМТПН имеет топологию сеть, но не используется разделение каналов, могут быть использованы модели сетей массового обслуживания (СеМО), например, сети Джексона или более сложные [6,7].

Наиболее часто в СМТПН для передачи сообщений от множества периферийных узлов к центральному серверу используется общий разделяемый канал. Доступ к каналу может осуществляться с помощью алгоритмов СМД или поллинга. В литературе достаточно широко изучены модели, когда доступ к каналу осуществляется только по одному варианту, а периферийные устройства могут организовывать очередь сообщений (например, [8,10]). Однако не предложено адекватных моделей для двух достаточно широко распространенных вариантов СМТПН:

- система поллинга для случая устройств без буфера памяти, возникающая при использовании протокола Modbus или подобного;
- обобщенная система, допускающая применение сетевой топологии с разделяемыми каналами связи, произвольного метода доступа (поллинг, СМД, комбинированный) и устройств мониторинга различных типов.

Представляется возможным, базируясь на подходах, изложенных в работах [8,9], предложить следующее вешение этой проблемы. Рассмотрим СМТПН, использующую **поллинг** для сбора данных с устройств без буфера памяти. Есть конечное число d станций, посещаемых сервером в соответствии с матрицей маршрутизации $P = \|p_{ij}\|, i, j = 1,\ldots,d$, где p_{ij} - вероятность перехода на станцию j после станции i; на такой переход тратится время v_{ij}.

Состояние каждой станции j описывается вектором $\vec{S}_j(t) = (s_j^1(t),\ldots,s_j^{n_j}(t))$. Основная задача СМТПН – регистрация изменений векторов состояний объектов. Для передачи $\vec{S}_j$ требуется время $T_j = c^{-1}\sum l_j^i$, где l_j^i – размер s_j^i где c - скорость передачи данных.

Найдем вектор π, **описывающий стационарное распределение состояний** цепи $\{w_n\}$, где w_n - номер опрашиваемой станции после n-го перехода. Для этого необходимо найти решение матричного уравнения $\pi = \pi P$, где $\pi = (\pi_1,\ldots,\pi_d)$, $\pi_i = P[w_{k+1} = i]$ после k-го перехода. Это приводит к системе из d линейных алгебраических уравнений $\pi_j = \sum_{i=1}^{d}\pi_i p_{ij}$.

Найдем **средний интервал** между посещениями станции j $\tau_j = \mathrm{E}[t_j^n - t_j^{n-1}]$. Обозначим $f_j^{(n)} = P[\textit{первое возвращение состоится через n шагов}]$. Рассмотрим среднее количество переходов $\xi_j = \sum_{n=1}^{\infty} f_j^{(n)} n$ между посещениями станции j. В работе [3] приводится теорема о том, что $\xi_j = \pi_j^{-1}$, однако рассмотрим непосредственное нахождение $f_j^{(n)}$, так как аналогичный метод впоследствии будет применен для вычисления τ_j.

В момент ухода со станции j состояние системы описывается вектором $\pi^{(0)}$, где $\pi_j^{(0)} = 1$, а все остальные элементы равны 0. Состояние системы после n-го перехода $\pi^{(n)} = \pi^{(0)} P^n$. Отсюда следует, что $f_j^{(1)} = \pi_j^{(1)}$. Однако при $n > 1$

возможно $f_j^{(n)} \neq \pi_j^{(n)}$, так как не обязательно выполняется требование первого возвращения системы в состояние j.

Изменим нашу систему следующим образом: при попадании в состояние $w_k = j$ система прекращает работу и переходит в состояние $w_{k+1} = d+1$. Для этого введем новую виртуальную станцию $d+1$. Новые элементы матрицы P заполним следующим образом:

$$p_{ij} = \begin{cases} 0,\ j = d+1, i \neq d+1 \\ 0,\ i = d+1, j \neq d+1 \\ 1,\ i = d+1, j = d+1 \end{cases}.$$

Пусть переход системы в поглощающее состояние $w = d+1$ осуществляется мгновенно, т.е. $v_{i,d+1} = 0, при\ i \in [1, d+1]$.

Дополнительно определим $P' = \left\| p'_{ij} \right\|$, такую, что

$$p'_{ij} = \begin{cases} p_{ij},\ i \neq w_k \\ 0,\ i = w_k,\ j \neq d+1 \\ 1,\ i = w_k\ j = d+1 \end{cases}$$, где w_k - номер интересующей нас станции.

Аналогично определим $\pi'^{(n)}$, дополнив $\pi^{(n)}$ элементом для $d+1$.

Тогда состояние новой системы определится как $\pi'^{(n)} = \pi^{(1)}(P')^{n-1} = (\pi^{(0)}P)(P')^{n-1} = \pi'^{(n-1)}P'$, $\pi'^{(0)} = \pi^{(0)}$.

Так как после попадания на шаге n с вероятностью $\pi'^{(n)}_j$ в состояние j система переходит в поглощающее состояние $d+1$, то $f_j^{(n+1)} = \pi'^{(n+1)}_j$.

Проведенные расчеты показали, что для возвратных состояний ($\pi_j \neq 0$) получаемое $\xi_j = \pi_j^{-1}$, что соответствует теоретическому значению.

Вернемся к нахождению τ_j. Найдем время $\tau_{пер}^{(n+1)}$, необходимое для перехода системы из состояния $\pi'^{(n)}$ в состояние $\pi'^{(n+1)}$:

$$\tau_{пер}^{(n+1)} = \sum_{i=1}^{d} \left(\pi'^{(n)}_i \sum_{j=1}^{d} \left(p'_{ij} v_{ij} \right) \right)$$

Найдем время $\tau_{обсл}^{(n+1)}$, необходимое для обслуживания станции в состоянии $\pi'^{(n+1)}$: $\tau_{обсл}^{(n+1)} = \sum_{i=1}^{d} \pi'^{(n+1)}_i T_i$

Полное время работы со станцией: $\tau^{n+1} = \tau_{пер}^{(n+1)} + \tau_{обсл}^{(n+1)}$.

С учетом существования поглощающего состояния $d+1$, средний интервал между посещениями станции j:

$$\tau_j = \sum_{n=0}^{\infty} \tau^{n+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{d} (\pi'^{(n)}_i \sum_{j=1}^{d} p_{ij} v_{ij} + \pi'^{(n+1)}_i T_i)$$

В частном случае $p_{i,i+1} = 1, p_{d,1} = 1$, прочие $p_{i,j} = 0$, соответствующем детерминированному циклическому опросу, очевидно, что $f_j^{(d)} = 1$, $f_j^{(n)} = 0, n \neq d$, $\xi_j = d$. Длительность цикла $L = \max \tau_j = T_1 + \sum_{i=1}^{d-1} \left(v_{i,i+1} + T_{i+1}\right) + v_{d,1}$; если все $v_{ij} = v = const$, то $L = dv + \sum_{i=1}^{d} T_i$.

Рассмотрим модифицированный вариант системы поллинга, основанный на стационарном распределении, а не на самой маршрутной матрице P. Пусть после ухода системы из состояния w_n значение w_{n+1} не зависит от w_n и определяется только π. Очевидно, что количество раз, когда состояние системы принимало значение $w_n = j$, определяется биномиальным распределением. Тогда вероятность того, что система ни разу вернется в состояние j за первые n шагов:

$$\bar{f}_j^{(n)} = (1-\pi_j)^n$$

, а вероятность того, что она попадет туда на $n+1$ шаге:

$$f_j^{(n+1)} = \bar{f}_j^{(n)} \pi_j = (1-\pi_j)^n \pi_j .$$

Тогда $\xi_j = \sum_{n=1}^{\infty} f_j^{(n)} n = \sum_{n=1}^{\infty} (1-\pi_j)^{n-1} \pi_j n$

Найдем τ_j для этого варианта системы поллинга. Найдем время $\tau_{пер}^{(n+1)}$, необходимое для перехода системы из состояния $\pi^{(n)}$ в состояние $\pi^{(n+1)}$:

$$\tau_{пер}^{(n+1)} = \sum_{i=1}^{d} \pi_i \sum_{j=1}^{d} \pi_j v_{ij} = \tau_{пер}$$

Найдем время $\tau_{обсл}^{(n+1)}$, необходимое для обслуживания станции в состоянии $\pi'^{(n+1)}$:

$$\tau_{обсл}^{(n+1)} = \sum_{i=1}^{d} \pi_i T_i = \tau_{обсл}$$

Полное время, необходимое для выполнения работы со станцией:

$$\tau^{n+1} = \tau^{(n+1)}_{пер} + \tau^{(n+1)}_{обсл} = \tau_{пер} + \tau_{обсл} = \sum_{i=1}^{d} \pi_i \, (\sum_{j=1}^{d} \pi_j v_{ij} + T_i) = \tau$$

Тогда средний интервал между посещениями станции j равен

$$\tau_j = \sum_{n=1}^{\infty} f_j^{(n)} n\tau = \sum_{n=1}^{\infty} (1-\pi_j)^{n-1} \pi_j n\tau = \frac{1}{\pi_j}\tau = \frac{1}{\pi_j}\left(\sum_{i=1}^{d} \pi_i \, (\sum_{j=1}^{d} \pi_j v_{ij} + T_i) \right)$$

Отметим, что описанный вариант системы поллинга является частным случаем первоначального при $p_{ik} = \pi_k$ для $\forall i, k \in [1, d]$.

Расширим модель системы поллинга. В отличие первоначального варианта, допустим, что дополнительно к d станциям существуют еще m, опрашиваемых через фиксированные интервалы $\tau_j, d < j \le d + m$. Далее, для упрощения предположим, что $v_{ij} = v = const$.

Найдем долю времени η_m, которую обслуживающее устройство должно выделять для обслуживания станций с фиксированным периодом опроса:

$$\eta = \sum_{i=m}^{d} \frac{T_i + v}{\tau_i}.$$

Очевидно, что для нормальной работы системы необходимо $\eta < 0$.

Вновь будем искать интервал между последовательными посещениями станции j. Для целей оценки можно считать, что первые d станций работают независимо, а получаемые интервалы для любого из рассмотренных вариантов увеличивать в $1/(1-\eta_m)$ раз.

Найдем **долю времени** η_j, которую система тратит на обслуживание станции $j \in [1..d]$. Обозначим v_{*j} среднее время, которое тратится на переход к станции j от предыдущей станции. Тогда систем без станций, опрашиваемых через фиксированные интервалы времени,

$$\eta_j = \frac{(T_j + v_{*j})\pi_j}{\sum_{i=1}^{d} (T_i + v_{*i})\pi_i},$$

а при существовании таких станций, опрашиваемых через фиксированные интервалы времени

$$\eta_j = \frac{(T_j + v_{*j})\pi_j}{\sum_{i=1}^{d}(T_i + v_{*i})\pi_i}(1-\eta_m)$$

Найдем v_{*j} для рассмотренных вариантов системы поллинга.

Для системы поллинга с маршрутной матрицей P

$$v_{*j} = \frac{\sum_{i=1}^{d}\pi_i p_{ij} v_{ij}}{\sum_{i=1}^{d}\pi_i p_{ij}},$$

а для системы, в которой выбор следующей станции осуществляется на основе вектора π,

$$v_{*j} = \sum_{i=1}^{d}\pi_i v_{ij}$$

Расширенная модель может использовать для опроса первых d станций любой из первых двух вариантов, поэтому v_{*j} определяется соответствующей формулой.

Найдем **вероятность потери информации** об изменениях состояния s_j^i за интервал времени τ_j. Предположим, что изменения каждого отдельного параметра s_j^i образуют простейший поток событий с параметром λ_j^i.

Потеря информации означает, что за интервал τ_j произойдет более одного изменения s_j^i. Количество событий в интервале определяется распределением Пуассона: $P_k^i(\tau_j) = \frac{(\lambda_j^i \tau_j)^k}{k!} e^{-\lambda_j^i \tau_j}, k \ge 0$. Тогда

$$P_0^i(\tau_j) = e^{-\lambda_j^i \tau_j},\ P_1^i(\tau_j) = (\lambda_j^i \tau_j) e^{-\lambda_j^i \tau_j}, k \ge 0,\ P_{>1}^i(\tau_j) = 1 - e^{-\lambda_j^i \tau_j}(1 + \lambda_j^i \tau_j).$$

Определим вероятность пропуска хотя бы одного события по станции j:

$$P_{>1}(\tau_j) = 1 - \prod_{i=1}^{n_j}(P_0^i + P_1^i)$$

Введем **целевую функцию** F, реализующую задачу минимизации вероятности потери информации с учетом значимости последней для рассматриваемой СМТПН, и F_j для ее отдельных станций. Пусть для каждого параметра задана его значимость $V_j^{\,i}$. Тогда определим

$$F=\sum_{j=1}^{d}F_j=\sum_{j=1}^{d}\sum_{i=1}^{n_j}V_j^{\,i}P_{>1}^{\,i}(\tau_j)$$

Однако, в силу неравномерности и взаимной зависимости ТП, обычно интервалы времени между изменениями s_j^i не являются независимыми случайными величинами. Это резко снижает возможность практического применения целевой функции. Обычно достаточно найти τ_j. Поэтому мы не рассматриваем задачи подбора параметров $V_j^{\,i}$ и поиска минимума функции F, а используем F для сравнения различных вариантов СМТПН.

Для выполнения расчетов по приведенным выше формулам автором была разработана компьютерная программа.

Перейдем к рассмотрению **обобщенной модели**. Ее практическое значение обусловлено тем, что достаточно часто в рамках одной СМТПН используется несколько видов оборудования, что вызвано невозможностью одновременного обновления всей СМТПН. При этом оборудование может быть ориентировано на различные методы работы с серверной частью системы, но из-за дефицита каналов связи вынуждено использует общий ресурс. Такая ситуация вызывает значительные трудности при моделировании и проектировании СМТПН, так как описанные в литературе модели рассматривают отдельные типы СМТПН, но не являются адекватными при их смешении.

Рассмотрим следующий тип коммуникационных систем. Есть конечное число d **станций** S_j, описываемых вектором состояния $\vec{S}_j(t)=(s_j^1(t),.,s_j^{n_j}(t))$, каждый элемент s_j^i которых порождает нестанционарный пуассоновский **поток событий** с интенсивностью $\lambda_j^i(t)$. Определим также конечное число h **каналов** связи. Для задания эквивалента длительности обслуживания μ для каждого канала C_j укажем его характеристики – скорость передачи данных и накладные расходы $C_j = < C_j^S, C_j^T >$. Под C_j^T имеется в виду длительность цикла переключений передающего оборудования в рамках одного сеанса передачи информации. Также определим конечное множество возможных **протоколов** передачи информации $\{Q_k\}$, для каждого из которых определим его **параметры** $Q_k = < Q_k^H, Q_k^M >$, где

- Q_k^H – накладные расходы на передачу пакета сообщений, равные сумме длин заголовка пакета, а также квитанций, запросов и т.д.
- Q_k^M – длина одного сообщения

Тогда **время передачи** $t_j^k(n)$ пакета из n сообщений по каналу j по протоколу k составит $t_j^k(n) = C_j^T + (Q_k^H + nQ_k^M)/C_j^S$.

Для задания маршрутов перемещения сообщений между станциями системы определим конечное множество возможных **переходов** $\{R = R(i, j)\}$ сообщений между станциями i и j. Если каждый переход R осуществляется независимо от остальных, то мы получаем модель СеМО. Пусть каждый переход R осуществляется с помощью канала связи $C_k = C(R_{ij})$ согласно стратегии поллинга либо СМД.

В системе мониторинга информация от различных источников (s_j^i) может иметь разные маршруты движения, т.е. передаваться по разным переходам R. Определим множество классов сообщений $K = \{K_l\}$ и каждому s_j^i поставим в соответствие класс порождаемых им сообщений, $K_l = K(s_j^i)$.

Так как с помощью каждого перехода R между станциями i и j передается только часть классов сообщений, то можно определить подмножество этих классов $K^R \subseteq K$. Каждому $K_l \in K^R$ поставим в соответствие относительный приоритет $p_l^R = p(K_l, R)$, который зависит как от класса сообщения, так и от перехода R, и устанавливает очередность обслуживания требований.

Для выбора следующей станции при стратегии поллинга будем рассматривать времена последнего посещения всех станций T_j. Пусть существует минимальный интервал Δt_j, такой, что s_j^i изменение за него маловероятно. Следовательно, интервал между посещениями станции j должен быть не меньше Δt_j. Определим также коэффициенты приоритетности станций $B_j, 1 \le j \le d$. Тогда для системы поллинга в момент T окончания очередного обслуживания следующей будем выбирать станцию j, такую, что для нее $B_j(T-(T_j+\Delta t_j))$ принимает max значение.

При СМД для станции i также может существовать несколько альтернативных $R(ij)$. Определим текущий приоритет перехода R как $p^R = \sum_l p_l^R k_l$, $для \; \forall \, l : K_l \in K^R$, где k_l - количество сообщений класса K_l на станции i. Тогда в первую очередь будет использоваться тот R, для которого $p^R = \max p^R$, $R = R(ij), \forall j \in [1, d]$.

Возможна также ситуация, когда информация об одном событии должна быть передана нескольким адресатам. Для этого определим подмножество $K_{jl}^{S} \subseteq K$ следующим образом: при поступлении на станцию j сообщения класса l формируются сообщения класса K_m, $для \; \forall \, m : K_m \in K_{jl}^{S}$. Если $K_{kl}^{S} = \varnothing$, то сообщение считается доставленным конечному адресату.

При СМД несколько станций могут попытаться одновременно использовать общий канал, что вызовет коллизию. Для предотвращения этого станции могут проверять незанятость канала. Однако необходимо учесть задержку распространения сигнала и возможное отсутствие видимости между отдельными станциями. Для отражения этого факта в модели определим время t_{ij}, необходимое для поступления информации о начале передачи станцией i на станцию j, и множество видимых для j станций $V_j = \{S_i, для \; \forall \, i : t_{ij} < \infty\}$.

С учетом времени запаздывания t_{ij} информации о занятии канала, станция может ошибочно посчитать его свободным и начать передачу, что вызовет коллизию. Для снижения вероятности коллизии воспользуемся схемой квантования, развивающей подход, описанный в [10]. Определим для каждого перехода R в момент t его состояние $A^R(t) = A(R,t) \in \{0,1\}$. Если $A^R(t) = 0$, то передача сообщений по переходу не осуществляется. Это позволяет смоделировать работу схемы сбора данных со станций, использующую сильные стороны как поллинговых, так и СМД - стратегий.

Рассмотрим следующую ситуацию. Пусть существует значительное количество станций, каждая из которых порождает достаточно интенсивный поток сообщений. В этой ситуации предпочтительней поллинговые системы[10]. При этом допускается возникновение редких событий, требующих скорейшей доставки. Например, при аварии или пожаре информация об этом должна быть получена диспетчером с минимальной задержкой. Однако для поллинговых систем характерно значительное время ожидания, связанное с длительностью цикла обхода станций. В этой ситуации можно предложить осуществлять сбор информации в соответствии со стратегией поллинга в течение ΔT, после чего предоставлять окно Δt для передачи срочной информации методами СМД. Предлагаемая модель позволяет с помощью состояний маршрутов $A^R(t)$ описать такую комбинацию поллинга и СМД на одном канале.

В заключение отметим, что, так как обобщенная модель вобрала в себя кардинально отличающиеся методы управления доступом к разделяемому ресурсу, то ее исследование и получение с ее помощью различных характеристик изучаемых систем возможно только методами имитационного моделирования [11], при этом для получения интервальных оценок целесообразно применять метод регенерирующих процессов [12].

На базе описанных моделей был разработан программный комплекс, нашедший применение в решении задач мониторинга на предприятиях системы ООО «ЛУКОЙЛ-Пермь».

Литература

1. Костюков В.Н. Мониторинг безопасности производства. М.: Машиностроение, 2002. – 224 с.

2. Ализаде М. Ф. История использования контрольно-измерительных приборов на предприятиях нефтедобычи, нефтепереработки и нефтехимии Апшерона: автореферат дис. канд. техн. наук, Уфа: Уфимский гос. нефтяной тех. университет, 2003. – 25 с.

3. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер с англ./Пер И.И.Грушко; ред. В.И. Нейман. – М.: Машиностроение, 1979.

4. Овчаров Л.А., Прикладные задачи теории массового обслуживания. М., Машиностроение, 1969.

5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.

6. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган А.Я. Анализ очередей в вычислительных сетях : Теория и методы расчета. М.: Наука, 1989. – 334 с.

7. Ивницкий В.А. Разработка аналитической теории сетей массового обслуживания, [Электронный ресурс]: Дис. доктора физ.мат. наук : 05.13.17 .– М: РГБ, 2005 (Из фондов Российской Государственной библиотеки)

8. Боровков А.А. Эргодичность и устойчивость случайных процессов. М. Эдиториал УРСС, 1999. – 440 с.

9. Фосс С.Г., Чернова Н.И. Теоремы сравнения и эргодические свойства систем поллинга // Проблемы передачи информации. 1996, том 32, вып. 4, С. 46-72.

10. Шварц М. Сети ЭВМ. Анализ и проектирование. – М.: Радио и связь, 1997. – 336 с.

11. Бусленко В.Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем – М.: Наука, 1977. 240 с.

12. Иглхарт Д.Л. Шедлер Д.С. Регенеративное моделирование сетей массового обслуживания: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1984. – 136 с.

