

УДК 532.517.4

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИКИ К ЗАДАЧАМ
ТРУБОПРОВОДНОГО ТРАНСПОРТА**

**THERMODYNAMICS APPLICATION
TO PIPELINE ENGINEERING PROBLEMS**

Колосов Б.В.,

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический
университет», филиал, г. Октябрьский, Российская Федерация

B.V. Kolosov,

FSBEI NPE “Ufa State Petroleum Technological University”,
Oktyabrsky Branch, the Russian Federation

e-mail: b.v.kolosov@mail.ru

Аннотация. Традиционная гидродинамика, основанная на теории Навье-Стокса, как известно, встречается с большими трудностями при описании турбулентности. В результате на практике приходится применять эмпирические формулы. Более того, даже при ламинарном течении в микрокапиллярах в ряде опытов обнаружены отклонения от этой теории.

Недавно, на основе термодинамики неравновесных процессов предложена модель анизотропной жидкости. Согласно этой модели, в жидкости кроме обычного, ньютоновского переноса импульса, существует второй, названный тепловым. За счет этого стало возможным дать новое определение турбулентности и объяснить её возникновение.

В настоящей работе продолжается развитие этой модели, за счет более подробного рассмотрения течения непосредственно возле поверхности тела.

Это позволило уточнить предыдущие вычисления и показать, что на

некотором расстоянии от поверхности происходит скачок скорости, который объясняет существование работы касательных напряжений. Такой результат соответствует выявленным ранее особенностям диссипативного нагрева жидкости при течении в трубопроводе.

Показано влияние числа Прандтля на гидродинамическое сопротивление легких и тяжелых нефтей. Дан теоретический вывод формулы гидравлического сопротивления гладких труб при развитом турбулентном движении. По сравнению с известной формулой Прандтля ее можно применять и для глинистых растворов. При этом нет необходимости вычислять обобщенный критерий Рейнольдса. Определяющим параметром является число Пекле. Приведена теоретическая оценка предельной величины снижения сопротивления при наличии в потоке высокомолекулярных добавок. Также показано, что механизм снижения сопротивления заключается не в подавлении существующей в потоке турбулентности, а в задержке ее наступления.

Abstract. Traditional hydrodynamics, based on the theory of the Navier-Stokes equations, is known to deal with great difficulties in describing turbulence. As a result, in practice, empirical formulas have to be used. Moreover, deviations from this theory were found in a number of experiments even in laminar flow in microcapillaries.

Recently, on the basis of nonequilibrium thermodynamics, an anisotropic liquid model was proposed. According to this model, besides a conventional Newtonian momentum transfer, the liquid has another one, called heat momentum transfer. Due to that, it became possible to give a new definition of turbulence and explain its origin.

Development of this model is continued in this paper by more detailed examination of the flow in the area just near the surface of the body.

The flow examination gave an opportunity to make the preceding calculations more precise and demonstrate that there is a sudden change of speed at some distance from the surface, which explains the existence of tangential

stress working. This result corresponds to the previously identified characteristics of dissipative heating of the liquid flowing in the pipeline.

The Prandtl number effect on hydrodynamic resistance of low-density and heavy oils is shown. Theoretical derivation of smooth pipe hydraulic resistance equation in developed turbulent flow is given. Compared with the known Prandtl equation, it can also be used for muds. It is not necessary to compute the generalized Reynolds number. The influencing parameter is the Peclet number. Theoretical estimate of the drag-reduction limiting value in the presence of high-molecular additives in the flow is given. It is also shown that the mechanism of resistance decrease is not present in the suppression of turbulence in the stream, but in its onset delay.

Ключевые слова: сплошная среда, молекулярно-кинетическая теория, напряжение трения, снижение сопротивления, ньютоновское, неньютоновское поведение, число Пекле.

Key words: continuous medium, the molecular-kinetic theory, frictional stress, Drag Reduction, Newtonian, non-Newtonian behavior, Peclet number.

Перемещение жидкости по трубопроводам традиционно изучается гидродинамическими методами. Эти методы основаны на предположении, что жидкость является сплошной средой. Математический аппарат включает в себя уравнение неразрывности, гипотезу Ньютона о касательном напряжении, уравнения движения (Навье – Стокса), энергии [1 – 3].

В недавней работе [4] показано, что диссипативный нагрев вязкой жидкости в трубке малого диаметра меньше чем по известным формулам.

Для объяснения этого явления предложено ввести работу касательных напряжений для элемента движущейся жидкости. Однако это не согласуется с моделью сплошной среды, использующей условия прилипания жидкости к обтекаемой поверхности. В тоже время в

нескольких работах автора (список литературы приведен в [6]) рассмотрена модель анизотропной жидкости, которая позволяет получить некоторые полезные результаты в проблеме турбулентности. Целью настоящей работы является развитие этого направления с тем, чтобы изучить закономерности гидравлического сопротивления трубопроводов и понять указанную выше проблему диссипативного нагрева.

1 Термодинамика потока

Видимо, сложность нелинейных уравнений классической гидродинамики, создающая много математических проблем, способствовала некоторой консервативности физических предпосылок, лежащих в основе предмета. Например, предположение об изотропии жидкости, принятое более 200 лет назад, до сих пор считается вполне приемлемым и широко используется. Вместе с тем в последнее десятилетие получены результаты, свидетельствующие о том, что жидкость отнюдь не является бесструктурной средой в состоянии молекулярного хаоса. На этом основании в работах [5,6] предложена модель жидкости, в которой происходят фазовые переходы изотропия-анизотропия.

Из этих результатов следует, что жидкость ведет себя по-разному на малых и больших интервалах времени. Это обстоятельство также никак не учитывается в стандартной модели сплошной среды.

В работе [7] проведен анализ напряжений, возникающих в жидкости, на основе молекулярно-кинетической теории. В результате сделан вывод, что в жидкости существуют, по меньшей мере, два вида касательных напряжений (рисунок 1).

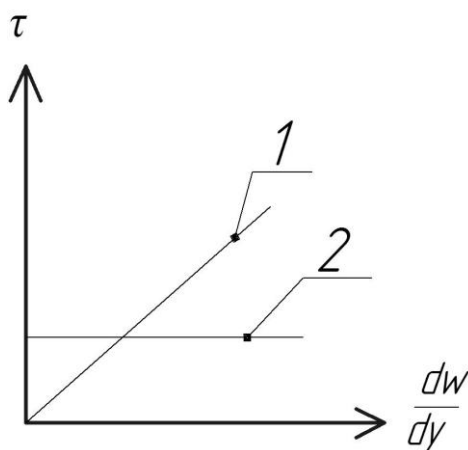


Рисунок 1. Зависимость напряжения трения от градиента скорости жидкости

Первый, определяемый формулой:

$$\tau = \mu \frac{dw}{dy} \quad (1)$$

которая совпадает с законом Ньютона, действует на больших временах t , более времени свободного пробега $t \geq 10^{-10}$ с (рисунок 1, линия 1).

Второй, действует на малых временах. Он возникает за счет изменения плотности и коррелированного движения молекул и не зависит от внешнего градиента скорости $\frac{dw}{dy}$, т.е. по отношению к этому градиенту его можно считать постоянным (рисунок 1, линия 2):

$$\tau = const \quad (2)$$

Для выяснения физического смысла соотношения (2) будем использовать термодинамический подход.

Общее выражение уравнений термодинамики необратимых процессов имеет вид [8]:

$$I_i = \sum_{k=1}^b A_{ik} \cdot X_k \quad (i=1 \dots b) \quad (3)$$

где I_i – обобщенные термодинамические потоки, X_k – обобщенные термодинамические силы, A_{ik} – кинетические коэффициенты.

Полный учет всех термодинамических сил является очень сложной задачей. В настоящей работе мы ограничиваемся простыми жидкостями с небольшой массой молекул, т.е. не учитываем реологические свойства. Асимметричная часть тензора напряжений может в таком случае быть опущена, объемной вязкостью мы также пренебрегаем (впрочем, как и классическая гидродинамика с уравнениями Стокса).

В итоге мы будем учитывать две термодинамические силы:

$$X_w^s = -\frac{1}{T} (\nabla \bar{w})^s = -\frac{1}{T} (\text{Grad} \bar{w})^s \quad (4)$$

$$\text{и} \quad X_q = -\frac{1}{T^2} \nabla T \quad (5)$$

где \bar{w} – скорость, T – абсолютная температура, q – поток тепла

В результате система (3) примет вид:

$$I_q = A_{qq} \cdot X_q + A_{qw} : X_w^s \quad (6)$$

$$\Pi^{ws} = A_{wq} \cdot X_q + A_{ww} : X_w^s \quad (7)$$

Первая сила X_w^s связана со сдвиговой вязкостью, а вторая X_q с теплопроводностью жидкости.

Следует подчеркнуть, что система (6,7) обязана своим существованием анизотропии жидкости. Для изотропной среды согласно принципу Кюри [8] в системе остаются только члены на главной диагонали. Уравнение (7) превращается в закон Ньютона (1) а (6) в закон Фурье теплопроводности:

$$I_q = q = -\sigma \nabla T \quad (8)$$

где σ – коэффициент теплопроводности; q – плотность теплового потока.

Таким образом, если принять модель анизотропной жидкости, то перенос импульса происходит существенно сложнее, чем в изотропном

случае. Особый интерес представляет собой первое слагаемое в уравнении

$$(7) \quad A_{wq} \cdot X_q.$$

Этот дополнительный перенос импульса представляет собой перекрестный эффект, возникающий как за счет градиентов температуры в потоке, так и скорости деформации. Он связан с другим типом переноса импульса (тепловое взаимодействие в упорядоченной системе) и качественно отличается от механизма, определяемого сдвиговой вязкостью.

Для дальнейшего надо отметить, что на данном, начальном этапе изучения модели анизотропной жидкости мы будем рассматривать только те задачи, для которых существенна одна компонента тензора скоростей деформаций $\frac{dw}{dy}$, где y – является нормалью к вектору скоростей \bar{W} .

В этом случае можно использовать результат работы [7] где показано, что напряжение трения соответствующее этому второму типу переноса импульса (в [7] он обозначен τ_2) не зависит от $\frac{dw}{dy}$ (это обычный, гидродинамический градиент) т.к. этот импульс передается в очень короткое время. Однако, в это время для анизотропного движения может существовать свой градиент, зависящий от τ_2 , расстояния « y » и плотности. Таким образом, можно записать:

$$\frac{dw_a}{dy} = f(\rho, y, \tau_a) \quad (9)$$

где w_a – скорость при новом механизме переноса импульса, ρ - плотность, τ_a - напряжение сдвига при новом переносе импульса (тождественно величине $\tau_2 = const$ в [7]). В дальнейшем будем называть этот импульс тепловым, а обычный, соответствующий закону Ньютона τ_v - вязким. Используя теорию размерностей из (9) следует:

$$\frac{dw_a}{dy} = c_1 \frac{1}{y} \sqrt{\frac{\tau_a}{\rho}} \quad (10)$$

Интегрируя (10) и учитывая, что теплофизические свойства должны быть обязательно учтены в окончательной формуле (в силу природы теплового импульса) можно получить:

$$\frac{w_a}{w_a^*} = c_1 \ln \frac{y w_a^*}{a} + c_2 \quad (11)$$

где $w_a^* = \sqrt{\frac{\tau_a}{\rho}}$ - динамическая скорость в анизотропном движении;

$c_1; c_2$ – неизвестные константы;

$a = \frac{\sigma}{c\rho}$ - температуропроводность.

Логарифмическая зависимость для скорости не может существовать во всей области течения $y \geq 0$, т.к. при $y = 0$ скорость превращается в бесконечность. Значит существует некоторое y_0 при котором $W_a = 0$ (рисунок 2).

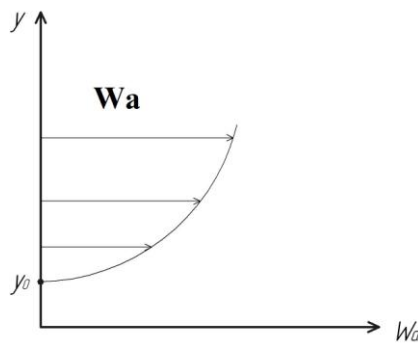


Рисунок 2. Распределение скорости анизотропной жидкости

$$\text{Из (11) следует что } y_0 \text{ равно: } y_0 = \frac{-\frac{c_2}{a \cdot e} \frac{c_1}{w_a^*}}{\quad} \quad (12)$$

Будем полагать, что при $y < y_0$ существует линейное распределение

скорости, а это означает, что $a \cdot e \frac{c_1}{w_a^*}$ имеет смысл вязкости. В принципе эта

вязкость может не совпадать с вязкостью изотропной жидкости, поэтому обозначим ее ν_0 . Тогда,

$$a \cdot e^{-\frac{c_2}{c_1}} = \nu_0 \quad (13)$$

Но из (13) следует, что $e^{-\frac{c_2}{c_1}}$ имеет смысл числа Прандтля Pr , т.к.

$Pr = \frac{\nu}{a}$. Значит, для анизотропной жидкости существует некоторое свое

число:
$$Pr_{a=e} = e^{-\frac{c_2}{c_1}} \quad (14)$$

Таким образом, согласно предлагаемой модели, неподвижная в целом жидкость является изотропной средой только в среднем, т.е. на длительном интервале времени. В очень короткие промежутки времени (порядка 10^{-11} - 10^{-13} сек), в небольших объемах, жидкость становится анизотропной, т.е. в ней присутствуют элементы упорядоченности и структуры. Устанавливается ориентированный поток тепла, который вызывает свой механизм переноса импульса. Можно сказать, что в жидкости сосуществует разные фазовые состояния: изотропная фаза и анизотропные (одна или несколько) т.е. есть некоторая аналогия с жидкими кристаллами.

В потоке, для изотропной фазы существует свое распределение скоростей (согласно закону Ньютона), линейное или параболическое в зависимости от геометрии потока. Для анизотропной фазы скорость изменяется по логарифмическому закону.

Для изучения равновесия этих фаз при течении потока жидкости надо рассмотреть гидродинамику и термодинамику потока.

Законы гидравлического сопротивления в трубах

В настоящей работе мы ограничиваемся гидравлическим приближением, т.е. будем вместо тензорных коэффициентов переноса в уравнении (7) использовать скалярные величины. Главной целью будет исследование теплового переноса импульса. Для начала в краткой форме приведем результаты работы [5] (учитывая ее малодоступность).

Рассматривается течение в прямой круглой трубе. Для обычного изотропного течения используем известную формулу Дарси – Вейсбаха.

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \rho \frac{(w^{cp})^2}{2} \quad (15)$$

где Δp - перепад давления на концах отрезка трубы длиной L и диаметром D . ρ - плотность жидкости, w^{cp} - ее средняя скорость, λ – коэффициент гидравлического сопротивления.

Для касательного напряжения τ , существует, как известно, выражение:

$$\tau = \Delta p \cdot \frac{D}{4L} \quad (16)$$

Эти формулы должны быть справедливы для любого движения, изотропного и анизотропного.

Из (15) и (16) следует:

$$\lambda = 8 \left(\frac{w^*}{w^{cp}} \right)^2 \quad (17)$$

Для изотропного движения, исходя из закона Пуазейля, получается, как известно,

$$\lambda_v = \frac{64}{\text{Re}} \quad (18)$$

где $\text{Re} = w^{cp} D / \nu$ - число Рейнольдса.

Индекс ν в коэффициенте λ_ν - означает отношение к изотропному движению, которое характеризуется кинематическим коэффициентом сдвиговой вязкости ν .

Для получения аналогичного коэффициента λ_a в анизотропном движении надо проинтегрировать выражение (11) по сечению трубы.

Сначала найдем максимальную скорость w_a^{\max} на оси трубы:

$$\frac{w_a^{\max}}{w_a^*} = c_1 \ln \frac{Rw_a^*}{a} + c_2 \quad (19)$$

где R – радиус трубы.

Выражая из (19) c_2

$$c_2 = \frac{w_a^{\max}}{w_a^*} - c_1 \ln \frac{Rw_a^*}{a} \quad (20)$$

и комбинируя с (11) получим:

$$\frac{w_a}{w_a^*} = \frac{w_a^{\max}}{w_a^*} + c_1 \ln \frac{y}{R} \quad (21)$$

Выражая расстояние от стенки трубы « y », через расстояние от оси, r , т.е. $y = R - r$, получим для средней скорости анизотропного

движения w_a^{cp}

$$\begin{aligned} w_a^{cp} &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R (w_a^{\max} + c_1 w_a^* \ln \frac{R-r}{R}) 2\pi r dr \\ &= \frac{2}{R^2} \left(\frac{w_a^{\max}}{2} R^2 + c_1 w_a^* \int_0^R \ln \frac{R-r}{R} r dr \right) \end{aligned} \quad (22)$$

В результате интегрирования имеем:

$$w_a^{cp} = w_a^{\max} - \frac{3}{2} c_1 w_a^* = w_a^* \left(c_1 \ln \frac{Rw_a^*}{a} + c_2 - \frac{3}{2} c_1 \right) \quad (23)$$

Учитывая, что выражение (17) справедливо и для анизотропного движения, запишем:

$$\lambda_a = 8 \left(\frac{w_a^*}{w_a^{cp}} \right)^2 \quad (24)$$

Подставляя (24) в (23) получим закон гидравлического сопротивления для анизотропного движения.

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda_a}} = c_1 \ln \frac{Pe\sqrt{\lambda_a}}{4\sqrt{2}} + c_2 - \frac{3}{2}c_1 \quad (25)$$

где $Pe = \frac{2Rw_a^{cp}}{a}$ – число Пекле.

Представим законы (18) и (25) на одном графике в системе координат $\lg \lambda - \lg Pe$ (рисунок 3).

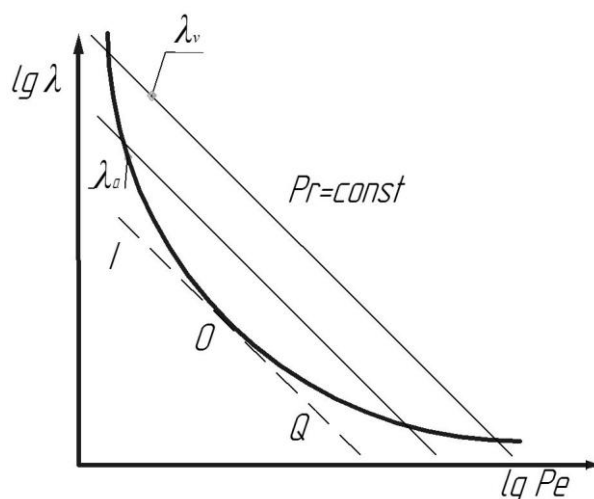


Рисунок 3. Гидравлическое сопротивление изотропной λ_v и анизотропной λ_a жидкости в зависимости от числа Пекле

Закон сопротивления для изотропной жидкости (18) будет выглядеть как совокупность параллельных прямых (т.к. $Pe = Re \cdot Pr$). Кривая анизотропного движения λ_a , во – первых, отличается по форме (логарифмическая), во – вторых она не должна зависеть от сдвиговой вязкости по своей сути (см. выше). Поэтому, в данных координатах она

является единственной, при бесконечном множестве линий изотропного движения (о влиянии некоторых других параметров см. ниже).

Поскольку оба вида этих законов сопротивления относятся к одной и той же реальной жидкости, то они должны непрерывно переходить один в другой. То есть напряжения τ_a и τ_v , а также их производные по числу Пекле должны быть одинаковы. На практике удобнее пользоваться коэффициентом гидравлического сопротивления. Поэтому, в дальнейшем мы запишем эти условия следующим образом:

$$\lambda_v = \lambda_a \quad (26)$$

$$\frac{\partial \lambda_v}{\partial Pe} = \frac{\partial \lambda_a}{\partial Pe} \quad (27)$$

Как видно из рисунка 3, эти условия выполняются в точке О, где касаются линия λ_a и линия λ_v для некоторого минимального числа Pr . При этом должен сохраняться постоянный расход жидкости, т.е. средние скорости w_a^{cp} и w_v^{cp} должны быть равны (при равной плотности). Для сокращения выкладок при решении системы (26,27) перепишем (25) в виде:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_a}} = c_3 \ln(Pe \sqrt{\lambda_a}) + c_4 \quad (28)$$

где
$$c_3 = \frac{c_1}{2\sqrt{2}}; c_4 = \frac{c_2 - c_1 \left(\ln 4\sqrt{2} + \frac{3}{2} \right)}{2\sqrt{2}} \quad (29)$$

Теперь дифференцируем (28) по переменной величине Pe

$$-\frac{1}{2} \lambda_a^{-\frac{3}{2}} \frac{d\lambda_a}{dPe} = c_3 \left[\frac{1}{Pe} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{d\lambda_a}{dPe} \right] \quad (30)$$

Далее используя (18) получим:

$$\frac{d\lambda_V}{dPe} = -\frac{64 \cdot Pr}{Pe^2} \quad (31)$$

Подставляя (31) в (30) а также используя (18), после ряда преобразований найдем:

$$c_1 = \frac{1}{4} e^{2,5} \approx 3,045 \quad Re = 74,4 \quad (32)$$

Таким образом, первый коэффициент c_1 в уравнении распределения скоростей (11) не зависит, ни от c_2 , ни от чисел Прандтля и Пекле.

Определение коэффициента c_2 в логарифмическом законе (11) теоретическим путем в настоящее время не представляется возможным и он должен быть найден из опыта. В работе [6] показано, что это можно сделать из гидравлического эксперимента при определении критического числа Рейнольдса, т.е. перехода от ламинарного режима к турбулентному.

Особенность полученного решения для формулы (11) состоит в том, что оно не дает гладкого профиля скорости на оси трубы.

Для этого, чтобы найти такое решение запишем формулу (11) относительно одной стенки трубы и противоположной:

$$\frac{w_a'}{w_a^*} = c_1 \ln \frac{(R-r)w_a^*}{a} + c_2 \quad (33)$$

$$\frac{w_a''}{w_a^*} = c_1 \ln \frac{(R+r)w_a^*}{a} + c_2 \quad (34)$$

Найдем среднеарифметическое из этих двух значений:

$$\frac{w_a}{w_a^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{w_a'}{w_a^*} + \frac{w_a''}{w_a^*} \right) = \frac{c_1}{2} \ln \frac{(R^2 - r^2)w_a^{*2}}{a^2} + c_2 \quad (35)$$

Дифференцирование выражения (35) дает нулевое значение производной скорости по радиусу при $r = 0$. Таким образом, можно говорить, что при течении в трубе возможны две анизотропных фазы

жидкости: одна, определяемая уравнением (11) и вторая, уравнением (35). В дальнейшем, параметры, относящиеся к этим фазам, будем обозначать так же как в [6], со штрихами: первой ('), второй (").

Нахождение постоянной c_1 в уравнении (35) проводится точно так же, как и для формулы (11) первой фазы.

В результате получается:

$$c_1'' = \frac{1}{4} e^{1,5} \approx 1,120 \quad \text{Re} = 10 \quad (36)$$

Для коэффициента C_4 в законе гидравлического сопротивления (28) решение имеет вид:

$$c_4'' = \frac{c_2 - c_1 (\ln 4\sqrt{2} + 0,5)}{2\sqrt{2}} \quad (37)$$

Оба этих решения применялись для конкретных расчетов в [5,6], однако можно сказать, что это всего лишь первое приближение. Дело в том, что все вычисления были проведены при неопределенном значении расстояния y_0 (рисунок 2), при котором скорость w_a становится нулевой.

В качестве следующего, второго приближения рассмотрим случай, когда при $y < y_0$ скорость меняется в соответствии с законом Ньютона.

Рассмотрим два варианта (рисунок 4).

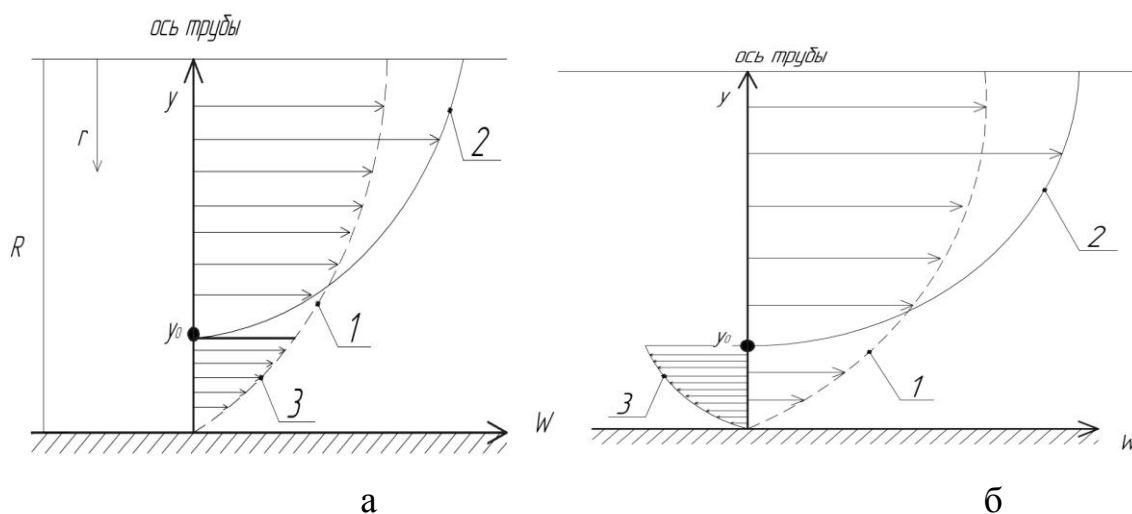


Рисунок 4. Распределения скорости жидкости в изотропной (---) и анизотропной (—) фазах

В первом (рисунок 4, а) будем полагать, что при $y < y_0$, линия 3 соответствует обычному параболическому закону скорости для ламинарного движения (т.е. эта линия является начальным участком линии 1 соответствующей закону Ньютона). Линия 2 соответствует логарифмическому закону скорости в анизотропном движении.

Во – втором варианте (рисунок 4, б), скорость при $y < y_0$ (линия 3) тоже соответствует параболическому закону, однако, направлена навстречу основному потоку жидкости.

Выражение для средней скорости анизотропного движения в первом варианте аналогично (22) и примет вид:

$$w_a^{cp} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{R-y_0} (w_a^{\max} + c_1 w_a^* \ln \frac{R-r}{R}) 2\pi r dr + \frac{1}{\pi R^2} \int_{R-y_0}^R \frac{\Delta P}{4\mu L} (R^2 - r^2) 2\pi r dr \quad (38)$$

Второй интеграл в (38) определяет расход жидкости в пристенном слое по известному параболическому закону для трубы, причем вязкость мы принимаем равной обычной, ньютоновской.

В результате интегрирования получается:

$$w_a^{cp} = (c_1 \ln \frac{R \cdot w_a^*}{a} + c_2) \cdot w_a^* \cdot (1 - \frac{y_0}{R})^2 + c_1 w_a^* \cdot \left[\left[\left(\frac{y_0}{R} \right)^2 - 2 \frac{y_0}{R} \right] \cdot \ln \frac{y_0}{R} + 2 \frac{y_0}{R} - \frac{1}{2} \left(\frac{y_0}{R} \right)^2 - \frac{3}{2} \right] + \frac{(w_a^*)^2 \cdot R}{a \cdot Pr} \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{y_0}{R} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{y_0}{R} \right)^4 \right] \quad (39)$$

Используя равенство (24) а так же условие в точке y_0

$$\frac{y_0 \cdot w_a^*}{a \cdot Pr} = 1 \quad (40)$$

после преобразования получим:

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} = c_1 \ln \frac{Pe\sqrt{\lambda}}{Pr \cdot 4\sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2} \cdot Pr}{Pe\sqrt{\lambda}} (2c_1 + 1) - \frac{32 \cdot Pr^2}{Pe^2 \cdot \lambda} \left(1 + \frac{c_1}{2} \right) + \frac{32\sqrt{2} \cdot Pr^3}{Pe^3 \lambda \sqrt{\lambda}} - \frac{3}{2} c_1 \quad (41)$$

Уравнение (41) можно использовать для построения закона кривой гидравлического сопротивления анизотропной жидкости.

Для нахождения константы c_1 его удобнее упростить, подставив условие (18) и учитывать, что $Pe = Re \cdot Pr$.

В результате имеем:

$$2\sqrt{2} = c_1 \sqrt{\lambda} \ln \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\lambda}{8\sqrt{2}} (2c_1 + 1) - \frac{\lambda\sqrt{\lambda}}{128} \left(1 + \frac{c_1}{2}\right) + \frac{\lambda^2}{4096\sqrt{2}} - \frac{3}{2} c_1 \lambda \quad (42)$$

Для использования второго условия равновесия изотропной и анизотропных фаз (27) после дифференцирования (41) или (42), а также использования соотношения:

$$\frac{d\lambda}{dRe} = -\frac{64}{Re^2} \quad (43)$$

Получим:

$$64\sqrt{2} = 32\sqrt{\lambda} \cdot c_1 - 2\sqrt{2}(2c_1 + 1)\lambda + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c_1}{2}\right) \lambda \sqrt{\lambda} - \frac{3\sqrt{2}}{256} \lambda^2 \quad (44)$$

Решение системы (42) и (44) с помощью Mathcad дает: $c_1 = 2,219$; $\lambda = 4,361$. Прежде чем анализировать это решение рассмотрим 2-ой вариант (рисунок 4,б).

В этом случае перед вторым интегралом в формуле (38) надо изменить знак. Все преобразования будут аналогичными, и мы приводим здесь только конечный результат.

Уравнение закона гидравлического сопротивления:

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} = c_1 \ln \frac{Pe\sqrt{\lambda}}{Pr4\sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2} \cdot Pr}{Pe\sqrt{\lambda}} (2c_1 - 1) + \frac{32Pr^2}{Pe^2\lambda} \left(1 - \frac{c_1}{2}\right) - \frac{32\sqrt{2}Pr^3}{Pe^3\lambda\sqrt{\lambda}} - \frac{3}{2} c_1 \quad (45)$$

и систему уравнений для определения c_1

$$2\sqrt{2} = c_1 \sqrt{\lambda} \ln \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\lambda}{8\sqrt{2}} (2c_1 - 1) + \frac{\lambda\sqrt{\lambda}}{128} \left(1 - \frac{c_1}{2}\right) - \frac{\lambda^2}{4096\sqrt{2}} - \frac{3}{2} c_1 \lambda \quad (46)$$

$$64\sqrt{2} = 32 \cdot c_1 \sqrt{\lambda} - 2\sqrt{2}(2c_1 - 1)\lambda - \frac{\left(1 - \frac{c_1}{2}\right)}{2} \lambda \sqrt{\lambda} + \frac{3\sqrt{2}}{256} \lambda^2 \quad (47)$$

В результате решения системы (46), (47) получается:

$$c_1' = 2,566; \lambda' = 1,851 \quad (*)$$

Штрих обозначает первую фазу.

Найдем теперь в этом приближении решение для второй анизотропной фазы.

Выражение (35) при этом сохраняется. Для упрощения последующих вычислений будем считать, что при использовании условия касания линий λ_0 и λ_a (рисунок 3) можно заменить число Пекле на число Рейнольдса, т.е. ввести некоторую вязкость ν_0 (для воображаемого течения по линии I-Q), где ν_0 определяется из условия $\nu_0 = a \cdot \text{Pr}_{\min}$, где, в свою очередь:

$$\text{Pr}_{\min} = e^{-c_2} c_1 \quad (48)$$

Тогда (35) примет вид:

$$\frac{w_a}{w_a^*} = \frac{c_1}{2} \ln \frac{(R^2 - r^2)(w_a^*)^2}{a^2} + c_2 = \frac{c_1}{2} \ln \frac{(R^2 - r^2)(w_a^*)^2}{\nu_0^2} \quad (49)$$

Чтобы найти точку $y=y_0(r_0=R-y_0)$, в которой скорость $W_a=0$ запишем очевидное условие:

$$\frac{(R^2 - r^2)(w_a^*)^2}{\nu_0^2} = 1 \quad (50)$$

Используя условие (24), (18) и выражение (50) получим:

$$r_0^2 = R^2 \left(1 - \frac{32}{\lambda_a \cdot \text{Re}^2} \right) \quad (51)$$

где $\text{Re} = \frac{2R \cdot w^{cp}}{\nu_0}$ (здесь учтено также, что средняя скорость в изотропной и анизотропной фазах одинакова).

Проводя преобразования, аналогичные (19,20) получим:

$$\frac{w_a}{w_a^*} = \frac{w_a^{\max}}{w_a^*} + \frac{1}{2} c_1 \ln \frac{R^2 - r^2}{R^2} \quad (52)$$

Интегрируя (52) при $0 \leq r \leq r_0$, а также добавляя выражение для участка $r_0 \leq r \leq R$ получим, аналогично предыдущему случаю.

Для варианта с положительным направлением скорости в пристенной зоне (рисунок 4,а):

Система уравнений для определения c_1''

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} = c_1'' \ln \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} + \frac{c_1''}{2} \frac{\lambda}{128} - \frac{c_1''}{2} + \frac{\lambda\sqrt{\lambda}}{4096\sqrt{2}} \quad (53)$$

$$2\sqrt{2} = c_1'' \sqrt{\lambda} - \frac{c_1'' \lambda \sqrt{\lambda}}{128} - \frac{3(\lambda)^2}{4096\sqrt{2}} \quad (54)$$

Решение: $\lambda'' = 7,885$; $c_1'' = 1,086$

Для варианта с отрицательным направлением скорости возле стенки (рисунок 4б):

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} = c_1'' \ln \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} + \frac{c_1''}{2} \cdot \frac{\lambda}{128} - \frac{c_1''}{2} - \frac{\lambda\sqrt{\lambda}}{4096\sqrt{2}} \quad (55)$$

$$2\sqrt{2} = c_1'' \sqrt{\lambda} - \frac{c_1'' \lambda \sqrt{\lambda}}{128} + \frac{3(\lambda)^2}{4096\sqrt{2}} \quad (56)$$

Решение: $\lambda'' = 7,388$; $c_1'' = 1,093$ (**)

Уравнение для построения кривой $\lambda = \lambda(Pr)$, для этого варианта имеет вид (штрихи '' для упрощения не используют):

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda}} = & c_1'' \left(1 - \frac{32 \cdot Pr^2}{\lambda Pe^2} \right) \cdot \ln \frac{Pe \sqrt{\lambda}}{Pr \cdot 4\sqrt{2}} + \\ & + \frac{c_1''}{2} \left[\frac{32 \cdot Pr^2}{\lambda Pe^2} \left(\ln \frac{\lambda Pe^2}{32 Pr^2} + 1 \right) - 1 \right] - \frac{256 \sqrt{\lambda} \cdot Pr^3}{4\sqrt{2} \lambda^2 Pe^3} \end{aligned} \quad (57)$$

Обсуждение результатов

Как следует из вышесказанного, модель анизотропной жидкости позволяет ввести новый механизм переноса импульса, отличный от ньютоновского. Это позволяет предполагать, что в потоке реальной жидкости происходят фазовые переходы изотропия-анизотропия. При таком подходе определение турбулентности как хаотического движения, принятое в гидродинамике Навье-Стокса-Рейнольдса, является слишком упрощенным. Учитывая анизотропию можно дать следующее определение [5].

Турбулентность – это мезоморфное, т.е. промежуточное между изотропной и анизотропной фазами поведение жидкости, состоящей из структурных объектов с асимметричным взаимодействием. Количество видов этих объектов не менее двух, причем один из них является основным (например, молекулы), а остальные производными, рождающимися в процессе фазовых переходов (например, вихри). Кажущаяся аperiodичность турбулентного движения связана с тем, что производные структурные объекты гораздо менее устойчивы, чем основные.

Такая модель позволяет объяснить [6] отклонения от законов Пуазейля, Дарси и при малых, и при больших числах Re . По сравнению с работой [6] ограничимся правой областью графика рисунка 3, которая важна для задач трубопроводного транспорта.

При анализе вариантов 4,а и 4,б будем исходить из того, что константа C_1 в уравнении для распределения скорости (11) имеет особое значение.

Для развитого турбулентного движения давно [2] получен логарифмический закон аналогичный (11):

$$\frac{w_t}{w^*} = \frac{1}{k} \ln \frac{yw^*}{\nu} + B \quad (58)$$

где w_t – скорость в пограничном слое при турбулентном режиме, k – так называется константа Кармана (Прандтля – Кармана). Так как согласно нашей модели анизотропной жидкости, тепловой перенос импульса, определяющий уравнение (11) является причиной возникновения турбулентности [5,6], то, можно полагать, что зависимость от «у» в уравнениях (11) и (58) будет одинаковой, т.е. константы перед логарифмами в этих уравнениях равны.

Обычно принимают, что $k \approx 0,4$, хотя в [10] указан в разброс опытных значений в диапазоне $0,35 \leq k \leq 0,47$. Таким образом, можно ожидать, что константа $c_1 \approx 2,5$.

Как выше было показано, наиболее близкое к этому числу значение c_1 дает вариант 4б., где $c_1 = 2,566$ (напомним, что первое приближение было $c_1 = 3,05$). Поэтому будем считать, что реальным является этот вариант, и найдем для него значения критических точек Рейнольдса аналогично [6]. Для этого надо решить уравнения (45) (57) для различных Pr . (таблица 1).

Таблица 1. Значения нижнего и верхнего чисел Рейнольдса для трубы

Pr	K_{21} (фаза A'')		K_{22} (фаза A')	
	λ	$Re_{кр}$	λ	$Re_{кр}$
0,7 воздух	0,03	2158	0,0055	11650
7,0 вода	0,022	2921	0,00405	15814
70 Легкое масло	0,017	3790	0,0031	20571
700 тяжелое масло	0,013	4767	0,00247	25914

Сравнивая данные в таблице 1 с аналогичными результатами в первом приближении ([6], таблица 2), надо отметить, что второе приближение лучше соответствует известным опытным данным по ламинарно-турбулентному переходу [6].

Весьма существенно, что разрыв скорости на расстоянии y_0 от стенки указанный на рисунке 4,б положительно решает вопрос, поставленный в начале статьи о работе касательных напряжений. Действительно, если есть разрыв, то такая работа существует и, более того, можно сказать, что она имеет отрицательный знак по сравнению с работой нормальных напряжений. Именно такая ситуация позволяет объяснить особенности диссипативного нагрева в трубопроводах, указанные в [4]. Физическое обоснование этого эффекта заключается в том, что фазовые состояния жидкости по обе стороны поверхности $y_0 = const$ различны. Они имеют разную симметрию и поэтому на их границе возможен скачок скорости. В обычной гидродинамике изотропной жидкости это невозможно. Некоторые количественные оценки можно сделать из решений (*) и (**). Так, для варианта 4,б в точке О (рисунок 3) равновесия изотропной и анизотропной фаз имеем:

$$\text{для первой фазы: } c_1 = 2,566; \lambda = 1,851; Re=34,57 \quad \frac{y_0}{R} = \frac{4\sqrt{2}}{Re\sqrt{\lambda}} = 0,12; \quad (59)$$

$$\text{для второй: } c_1=1,093; \lambda=7,388; Re=8,66; \quad \frac{y_0}{R} = 0,03 \quad (60)$$

Эти результаты объясняют, почему именно продольные пульсации скорости в турбулентном движении имеют максимальную величину. Расстояние y_0 , на котором они происходят [формулы (59) и (60)] удовлетворительно соответствует известным опытным данным [2].

Из (59), (60) следует также, что для измерения вязкости в капиллярных вискозиметрах можно рекомендовать диапазон чисел $Re = 8,66-34,57$. Это с очевидностью следует из рисунка 3.

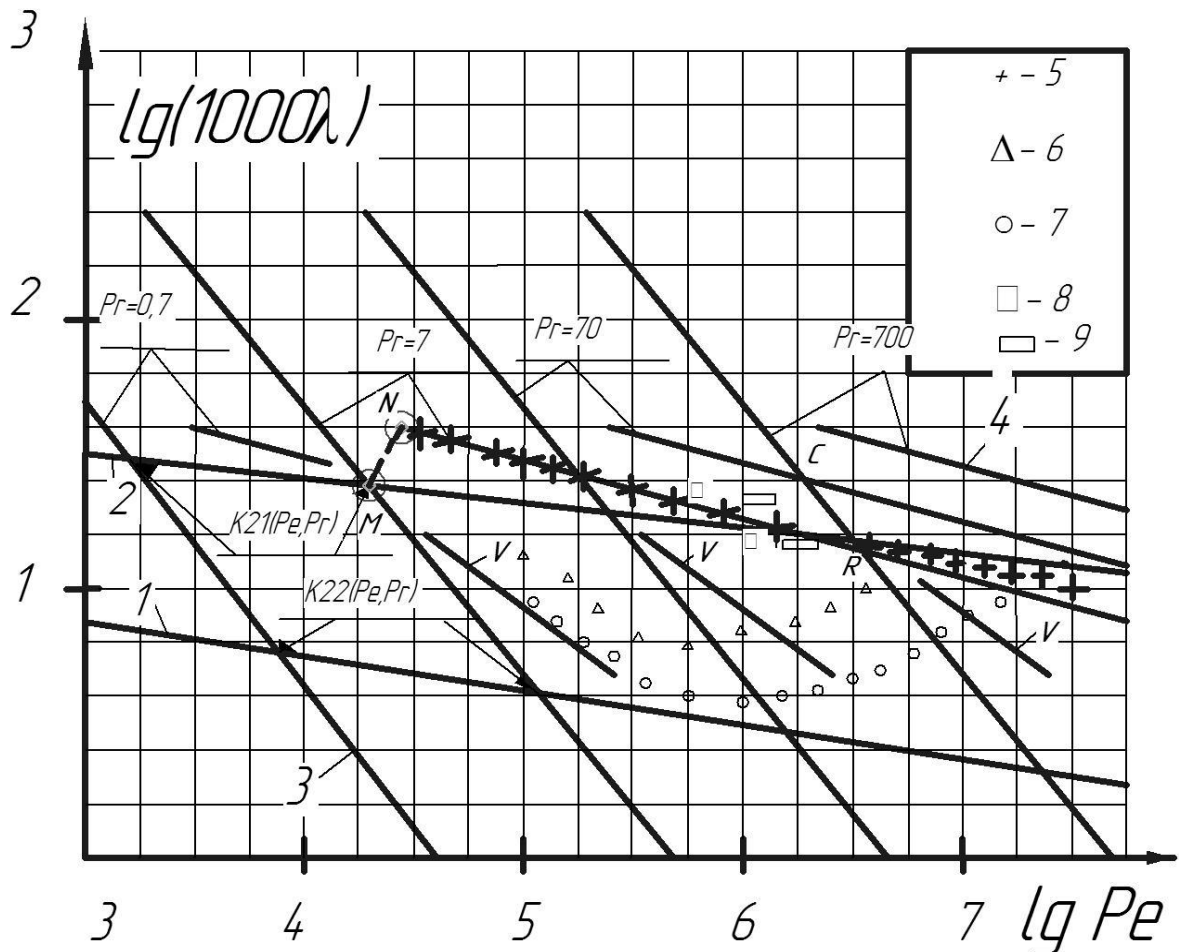


Рисунок 5. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления для гладкой круглой трубы от чисел Пекле и Прандтля.

+ - опыты Никурадзе для воды

Δ, ○ – данные для течения с высокомолекулярными полимерными добавками, соответственно меньшая и большая концентрация

□ - течение глинистого раствора

— - течение водонефтяной эмульсии

Полученные результаты могут быть представлены также на графике зависимости коэффициента гидравлического сопротивления трубопровода от скорости и параметров жидкости (рисунок 5). Новизна здесь заключается в том, что на горизонтальной оси отложено число Пекле, а не число Рейнольдса как обычно. Линия 1 построена по уравнению (45), а линия 2 по (57). В обоих случаях принято $c_2/c_1 = 11,7$, т. е. минимальное число Прандтля $Pr_{\min} = e^{-11,7} = 8,3 \cdot 10^{-6}$. Линии 3 (т.е. $Pr = const$) соответствуют закону Пуазейля, а линии 4 закону Блазиуса:

$$\lambda = 0,316 Re^{-0,25} \quad (61)$$

Для тех и других на рисунке 5 показано каким числам Прандтля они соответствуют ($Pr=0,7$ – воздух; $Pr=7$ – вода, с температурой $20^{\circ}C$; $Pr = 70$ – легкое масло, например, трансформаторное при $t = 70^{\circ}C$, или легкие нефти; $Pr = 700$ ориентировочно соответствует тяжелым маслам и нефтям).

Точки 5 обозначают известные данные Никурадзе для воды [2], а 6,7 течения воды с полимерными добавками, причем концентрация полимеров для точек 7 больше чем для 6 [14].

Анализируя этот график можно отметить некоторые новые представления о движении жидкостей в прямой, круглой трубе.

Во-первых, показано, что турбулентность возникает за счет взаимодействия изотропной и анизотропной фаз жидкости, т.е., для гладкой трубы, это внутреннее свойство жидкости и геометрии потока. При этом получены критические точки (K_{21}, K_{22}), определяющие условия перехода от ламинарного к турбулентному режиму. Теория малых возмущений, принятая в традиционной гидродинамике по существу считает причиной турбулентности внешнее воздействие, но, главное, согласно ей, течение в трубе абсолютно устойчиво. Далее, из рисунка 5 видно, что переход к турбулентности зависит от числа Прандтля, что подтверждается данными для воздуха и воды [9]. Снижение турбулентного трения в жидкости, с полимерными добавками, исходя из рисунка 5, объясняется наличием двух анизотропных фаз (кривые 1 и 2). В чистой, однородной жидкости влияние на переход оказывает в первую очередь вторая фаза, т.к. при увеличении скорости пересечение линий 2 и 3 наступает раньше. Если в жидкости есть неоднородности, то симметрия относительно обеих стенок становится невозможной и течение определяется корреляцией теплового импульса только с одной стенкой (линия 1). Таким образом, эта симметрия является «главной» и определяет не только распределение скоростей, но и предельное снижение гидравлического сопротивления в трубах. Действительно, из таблицы 1 и рисунка 5 видно, что отношение коэффициентов λ для линии 1 и 2

составляет примерно 5, что хорошо соответствует экспериментам с добавками разных видов [13]. Отметим, что в первом приближении [6], это отношение равно 7, т.е. расхождение с опытом было больше.

В работе [11] сделан большой обзор известных данных по течению жидкости с полимерными добавками и, в том числе, приведена асимптота максимального снижения сопротивления (закон Вирка). Этот закон имеет вид:

$$C_f \approx 0,58 \cdot \text{Re}^{-0,58} \quad (4000 \leq \text{Re} \leq 40000) \quad (62)$$

где C_f - коэффициент трения Фаннинга, $\text{Re} = \frac{w \cdot D}{\nu}$ - число Рейнольдса, ν - кинематическая вязкость растворителя, w - средняя скорость, D - внутренний диаметр трубы.

На рисунке 5 формула (62) представлена линиями V для каждого из чисел Прандтля (7,70,700). Коэффициент Фаннинга, при этом пересчитан в коэффициент λ . Как видно, для воды ($\text{Pr} = 7$), этот закон хорошо выполняется. Для более вязкой жидкости, например ($\text{Pr} = 700$), можно было бы продолжить зависимость (62) для $\text{Re} > 40000$, т.е. получить сопротивление еще меньше, При этом предельной асимптотой должна быть линия 1 (конечно, при больших числах Рейнольдса, когда происходит максимальное вырождение турбулентности). В работе [12] поставлен вопрос о механизме действия высокомолекулярных добавок. Среди различных подходов рассматривается и влияние анизотропии. Анализируя рисунок 5, и конкретизируя это влияние, можно сказать, что механизм снижения сопротивления заключается не в подавлении существующей в потоке турбулентности, а в задержке ее наступления. Другими словами, при наличии добавок возникновение турбулентности определяет не первое (нижнее) число Рейнольдса ($\text{Re} = 2000-3000$), а второе (верхнее), существенно большее (таблица 1). Следует отметить, что идея о замедлении образовании турбулентности, при наличии добавок высказывалось довольно давно [13].

Во многих работах (например, [15]) отмечалось, что гидравлическое сопротивление тяжелой нефти при турбулентном движении меньше, чем легкой. Таким образом, закон Блазиуса, справедливый при течении воды в гладких трубах непригоден для дизельного топлива или тяжелой нефти. Между тем из графика рисунка 5 этот факт находит свое объяснение. Действительно переход от воды ($Pr = 7$) к тяжелой нефти ($Pr = 700$) согласно традиционной гидродинамике соответствует (для точки потери устойчивости ламинарным движением) переходу от точки М к точке С. Однако, в гидродинамике анизотропной жидкости потеря устойчивости ламинарного движения для $Pr = 700$ должна произойти в т. R. Увеличение сопротивления при возникновении турбулентности должно быть примерно таким же, как на участке MN, но в итоге оно будет меньше чем по закону Блазиуса (линия 4 для $Pr = 700$) т.к. точка R существенно ниже точки С.

При этом естественно встает вопрос, можно ли получить универсальную формулу для закона гидравлического сопротивления при развитом турбулентном течении в трубах для жидкостей с разными числами Прандтля. Очевидно, для этого подойдет уравнение (45). Оставляя в правой части только первое и последнее слагаемое, т.к. остальные очень малы при $Pe > 10^5$, получим (если считать, что турбулентное число Прандтля равно 1):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,09 \cdot \lg(Pe\sqrt{\lambda}) - 2,93 \quad (63)$$

где Pe – число Пекле

Уравнение (63) хорошо согласуется с данными Никурадзе для воды и, более того, данные по течению глинистого раствора и водонефтяной эмульсии [16] (точки 8 и 9 соответственно на рисунке 5) согласуются с этим уравнением. Более подробные данные приведены в [16], где также была использована зависимость коэффициента λ от числа Пекле.

Отметим, что в нефтепромысловой гидравлике для расчета сопротивления неньютоновской жидкости часто используются

зависимости λ от обобщенного критерия Рейнольдса Re^* , которое выражается через начальное напряжения сдвига τ_0 [17]. Например, известная формула Миттельмана Б.И., используемая для глинистых растворов при $Re^* = 2500-40000$ имеет вид [17]:

$$\lambda = \frac{0,08}{\sqrt[3]{Re^*}} \quad (64)$$

ГДЕ $Re^* = \frac{Re}{(1 + \frac{\tau_0 \cdot D}{6\nu\rho w})}$

Однако это и подобные уравнения, при $\tau_0 = 0$ не переходят в формулу Блазиуса, т.е. являются эмпирической аппроксимацией для конкретной жидкости в узком диапазоне Re .

В связи с этим представляет интерес проверить уравнение (63) для различных жидкостей в максимально возможном диапазоне чисел Пекле. В заключение следует отметить, что полученные результаты являются следствием выбранного варианта на рисунке 4б. Поэтому их нельзя считать окончательными, и возможны уточнения в дальнейших исследованиях.

Выводы

1. Предложена модель жидкости, в которой происходят фазовые переходы изотропия – анизотропия. Показано, что это приводит к появлению нового механизма переноса импульса, отличного от ньютоновского.

2. Приведены решения для зависимости гидравлического сопротивления в гладких, круглых трубах при нескольких вариантах распределения скорости жидкости возле стенки.

3. Показано влияние числа Прандтля на гидравлическое сопротивление различных жидкостей и получена формула для широкого диапазона их скоростей и физических свойств при развитом турбулентном движении.

4. Предложен механизм снижения гидравлического сопротивления добавками высокомолекулярных полимеров и дана предельная оценка величины этого эффекта.

Список используемых источников

- 1 Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758с.
- 2 Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Мир, 1974. 711с.
- 3 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. Т.6.736 с.
- 4 Колосов Б.В. О тепловых расчетах газонефтепроводов // Газовая промышленность. 2013. № S692 (692). С. 86-90
- 5 Колосов Б.В. О нелинейных процессах в динамике жидкостей // Труды Второй международной научно-технической конференции. «Актуальные проблемы фундаментальных наук». Т.3. «Физические науки в техносфере». М.: Техносфера-Информ, 1994. С. А87-А92.
- 6 Колосов Б.В. К вопросу об отклонениях от законов Пуазейля, Дарси для простых жидкостей. // Нефтегазовое дело: электрон. жур. 2011. №2. С. 269-278
- 7 Колосов Б.В., Ларин П.А. Моделирование неньютоновских свойств жидкости // Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. 2013. №2. С. 450-460.
- 8 Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1974. 304с.
- 9 Шлихтинг Г. Возникновение турбулентности М.: Изд. Ин. Литературы. 1962. 203 с.
- 10 Кадер Б.А., Яглом А.М. Законы подобия для пристенных турбулентных течений. Итоги науки и техники ВНИИТИ. Сер. Механика жидкости и газа. 1980. Т.15. С.81-155.

11 Снижение гидродинамического сопротивления при течении углеводородных жидкостей в трубах противотурбулентными присадками / Гольянов А.И. [и др.] // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. 2012. №2. С. 80-87.

12 Валиев М.И., Жолобов В.В., Тарновский Е.И. К вопросу о механизме действия высокомолекулярных, полимерных, противотурбулентных присадок // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. 2013. № 3. С. 18-26.

13 Хойт Д.У. Влияние добавок на сопротивление трения в жидкости. Труды ASME, серия Д. 1972. Т. 94. № 2. С.1-31

14 Седов Л.И., Васецкая Н.Г., Иоселевич В.А. О расчетах турбулентных пограничных слоев с малыми добавками полимеров: сб. «Турбулентные течения», М.: изд-во «Наука» 1974. С. 205-220.

15 Лейбензон Л.С. Собрание трудов. Нефтепромысловая механика. М.: АН СССР.1955. Т.3. 679 с.

16 Колосов Б.В. О гидравлическом сопротивлении при турбулентном движении жидкостей // Современные проблемы промышленной механики. Уфа: 1984. С. 95-103.

17 Есьман Б.И. Термогидравлика при бурении скважин. М.: Недра, 1982. 247с.

References

1 Betchelor Dzh. Vvedenie v dinamiku zhidkosti. M.: Mir, 1973. 758s. [in Russian].

2 Shlihting G. Teoriya pogramichnogo sloya. M.: Mir, 1974. 711s. [in Russian].

3 Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaya fizika. Hidrodinamika. M.: Nauka, 1988. Т.6.736 s. [in Russian].

4 Kolosov B.V. O teplovyh raschetah gazonefteprovodov // Gazovaya promyshlennost'. 2013. № S692, S. 86-90.[in Russian].

5 Kolosov B.V. O nelineinykh processah v dinamike zhidkosti // Trudy Vtoroi mezhdunarodnoi nauchno-tehnicheskoi konferencii. «Aktual'nye problemy fundamental'nyh nauk». T.Z. «Fizicheskie nauki v tehnosfere». M.: Tehnosfera-Inform, 1994. S. A87-A92. [in Russian].

6 Kolosov B.V. K voprosu ob odkloneniyah ot zakonov Puazeilya, Darsi dlya prostykh zhidkosti. // Neftegazovoe delo: elektron. zhur. 2011. №2. S. 269-278.[in Russian].

7 Kolosov B.V., Larin P.A. Modelirovanie nen'yutonovskikh svoystv zhidkosti // Neftegazovoe delo: elektron. zhur. 2013, №2, S. 450-460. [in Russian].

8 D'yarmati I. Neravnovesnaya termodinamika. M.: Mir, 1974, 304s. [in Russian].

9 Shlihting G. Vozniknovenie turbulentnosti M.: Izd. in. literatury, 1962. 203 s. [in Russian].

10 Kader B.A., Yaglom A.M. Zakony podobiya dlya pristennykh turbulentnykh techenii. - Itogi nauki i tehniki VNNITI. Ser. Mehanika zhidkosti i gaza. 1980, t.15. S.81-155. [in Russian].

11 Snizhenie gidrodinamicheskogo soprotivleniya pri techenii uglevodorodnykh zhidkosti v trubah protivoturbulentnymi prisadkami / Gol'yanov A.I. [i dr.] // Nauka i tehnologii truboprovodnogo transporta nefiti i nefteproduktov. 2012. № 2. S. 80-87. [in Russian].

12 Valiev M.I., Zholobov V.V., Tarnovskii E.I. K voprosu o mehanizme deistviya vysokomolekulyarnykh, polimernykh, protivoturbulentnykh prisadok.// Nauka i tehnologii truboprovodnogo transporta nefiti i nefteproduktov. 2013. №3. S. 18-26.[in Russian].

13 Hoit D.Y. Vliyanie dobavok na soprotivlenie treniya v zhidkosti. Trudy ASME, seriya D, t.94, №2. 1972. s.1-31 [in Russian].

14 Sedov L.I., Vaseckaya N.G., Ioselevich V.A. O raschetah turbulentnykh pogranichnykh sloev s malymi dobavkami polimerov sb. «Turbulentnye techeniya», M.: izd. «Nauka» 1974. S. 205-220. [in Russian].

15 Leibenzon L.S. Sobranie trudov. Neftepromyslovaya mehanika. M.: AN SSSR.1955. 679s. [in Russian].

16 Kolosov B.V. O gidravlicheskom soprotivlenii pri turbulentnom dvizhenii zhidkosti. // Sovremennye problemy promyslovoi mehaniki. Ufa: 1984. S. 95-103. [in Russian].

17 Es'man B.I. Termogidravlika pri burenii skvazhin. M.: Nedra, 1982. 247s. [in Russian].

Сведения об авторе

About the author

Колосов Б.В., ст. преподаватель кафедры «Механика и технология машиностроения», ФГБОУ ВПО УГНТУ, филиал, г. Октябрьский, Российская Федерация

B.V. Kolosov, Senior Teacher of the Chair «Mechanics and Mechanical Engineering», FSBEI NPE USPTU, Otyabrsky branch, the Russian Federation
e-mail: b.v.kolosov@mail.ru