UDC 622.276.43

ПАРАМЕТРЫ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ЗАКАЧИВАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КОЛОННЕ НАСОСНО-КОМПРЕССОРНЫХ ТРУБ ПРИ РАБОТЕ ИМПУЛЬСНЫХ УСТРОЙСТВ

PARAMETERS OF UNSTEADY MOVEMENT OF INJECTED FLUID IN TUBING STRING DURING OPERATION OF PULSING DEVICES

Хабибуллин М. Я., Арсланов И. Г.,
ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» филиал, г. Октябрьский, Российская Федерация

M.Ya. Khabibullin, I.G. Arslanov,
FSBEI HPE “Ufa State Petroleum Technological University”, Oktyabrsky Branch, Oktyabrsky, the Russian Federation
e-mail: oksana123123@mail.ru

Аннотация. При работе импульсных устройств на забое скважины возникают кратковременные перекрытия проходного отверстия для прохода жидкости, вследствие чего в столбе закачиваемой жидкости создаются гидравлические удары, параметры которого в зависимости от разности упругостей жидкости и колонны НКТ передаются последней. В связи с этим возникает необходимость определить аналитические зависимости, характеризующие значения давления и скорости движения жидкости в любом произвольном сечении столба жидкости внутри колонны НКТ. Для изучения этих процессов решена задача о распределении гидравлического удара вязкой жидкости в колонне НКТ от работы импульсных устройств на забое скважины на основе классического уравнения Н.Е. Жуковского о гидравлическом ударе. Линеаризованные уравнения неустановившегося движения жидкости представляют собой линейную гиперболическую систему и являются частным случаем телеграфных уравнений. Решение задачи выполнено методом разделения переменных, который заключается в том, что необходимо найти частные решения рассматриваемой системы, удовлетворяющие заданным условиям. Заданы начальные и граничные условия с учетом установки на нижнем конце колонны НКТ преобразующих импульсных устройств, а сама колонна изолирована пакером. Общее решение неоднородной системы согласно известных формул, разложено в ряды Фурье. В результате получены выражения для скорости распространения и амплитуды давления гидроударов, закачиваемой жидкости в колонне НКТ от работы импульсных устройств на забое скважины. Полученные выражения были проанализированы, в результате чего выявлена закономерность определения амплитуды изменения давления гидроудара в любом поперечном сечении колонны НКТ. Это позволит заранее прогнозировать наиболее опасные участки с точки зрения длительной надежности колонны труб при циклической закачке жидкостей в системе поддержания пластового давления.

Abstract. During the operation of pulsing devices on the well face there are short-term overlappings of a through bore for liquid pass as a result of which water hammers appear in the column of injected liquid, the parameters of which depending on the difference of elasticity of liquid and the tubing are transferred to the last one. In this regard there is a need to define the analytical dependences characterizing the values of pressure and speed of movement of liquid in any arbitrary cross section of a liquid column inside the tubing. To study these processes a problem of distribution of a water hammer of viscous liquid in the tubing from operation of pulsing devices on the well face on the basis of N.E. Zhukovsky's classical equation about a water hammer was solved. Linearized equations of unsteady liquid movement represent a linear hyperbolic system and are a special case of telegraph equations. The problem was solved by the variable separation method which consists in finding particular solutions of the considered system meeting the set conditions. Entry and boundary conditions taking into account the unit at the bottom end of the tubing of reformative pulsing devices are set, and the column is isolated by a packer. The common decision of non-uniform system, according to the known formulas, is decomposed in Fourier series. As a result, we obtained expressions for speed of propagation and pressure amplitudes of hydroblows of injected liquid from operation of pulsing devices in the tubing on the well face. The received expressions were analyzed resulting in regularity of determination of amplitude of hydroblow pressure change in any cross section of the tubing being revealed. It will allow to predict in advance the most dangerous sites from the point of view of long-life reliability of a column of pipes during cyclic liquid injection in the system of reservoir pressure maintenance.

Ключевые слова: импульсный, скорость, давление, гидроудар, колонна НКТ, уравнения, начальные и граничные условия, закачка, жидкостей, ортоганальная система, однородная система, ряды Фурье.

Key words: pulsing, speed, pressure, water hammer, tubing, equations, entry and boundary conditions, injecting of liquids, orthogonal system, uniform system, Fourier series.

При работе импульсных устройств на забое скважины возникают кратковременные перекрытия проходного отверстия для прохода жидкости, вследствие чего в столбе закачиваемой жидкости создаются гидравлические удары, параметры которого в зависимости от разности упругостей жидкости и колонны НКТ передаются последней. В связи с этим возникает необходимость определить аналитические зависимости, характеризующие значения давления и скорости движения жидкости в любом произвольном сечении столба жидкости внутри колонны НКТ.

Для исследования неустановившегося движения жидкости в колонне насосно-компрессорных труб необходимо решить классическое уравнение Н.Е.Жуковского для задачи о гидравлическом ударе:

$$-\frac{\partial P}{\partial x}=\rho\left(\frac{\partial \omega}{\partial t}+2\mathrm{a}\omega\right), \quad (1)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial t}=c^2\rho\frac{\partial \omega}{\partial x},$$

где P – среднее давление в сечении;

ρ - плотность жидкости;

ω - средняя в сечении скорость движения жидкости;

a – коэффициент, зависящий от формы сечения и толщины стенок трубы;

x – расстояние от начального до рассматриваемого сечения по смоченному периметру;

t – время;

c – скорость звука в жидкости.

Линеаризованные уравнения неустановившегося движения жидкости (1) представляют собой линейную гиперболическую систему и являются частным случаем телеграфных уравнений. Найдем решение этих уравнений при следующих начальных условий:

ω=$F_1(x)$, p=$F_2(x)$ при t (2)

и граничных условиях:

при x=0 $p=\phi(t)$ (3)

при x=l $\omega+\mathrm{h}\frac{\partial \omega}{\partial \mathrm{x}}$=$f(t)$

где $F_1(x)$ и $F_2(x)$ – заданные функции скорости и давления;

$\omega(t)$ - функция давления, создаваемая импульсным устройством на забое скважины;

h – постоянная, характеризующая наличие буферной камеры, м;

f(t) – функция, зависящая от расхода жидкости и внутренней площади поперечного сечения колонны труб.

Решение задачи будем вести методом разделения переменных, который заключается в том, что необходимо найти частные решения системы (1), удовлетворяющие условиям (3), в виде произведений двух функций, из которых одна зависит только от оси X, а другая – только от *t*, т.е.

$$p(x,t) = X_{\rho}(x)T_{\rho}(t),\ \ \omega(\mathrm{x,t}) = X_{\omega}(x)T_{\omega}(t)\,. \tag{4}$$

Решение поставленной задачи возможно только в том случае, когда граничные условия однородны, т.е. имеют вид:

при x=0 $p=0$, при x=l

$$\omega + h\frac{\partial\omega}{\partial\chi} = 0. \tag{5}$$

Подставим выражения (4) в исходное уравнение (1) и получим следующее:

$$-\frac{X'_{p}}{X_{\omega}} = \rho\frac{T'_{\omega}\ \ +2aT_{\omega}}{T_{p}} = \mu, \tag{6}$$

$$-\frac{X'_{\omega}}{X_{\rho}} = \frac{T'_{\rho}}{\rho c^{2}T_{\omega}} = -\mu \tag{7}$$

Так как левые части этих уравнений зависят только от X, а правые – только от *t*, то μ=const и

$$X'_{p} = -\mu X_{\omega},\ X \tag{8}$$

$$T'_{\omega} = \frac{\mu}{\rho}T_{p} - 2aT_{\omega},\ T'_{p} = -\mu\rho c^{2}T_{\omega}, \tag{9}$$

Т.е. для определения функций X_p, X_ω, T_p, T_ω имеем две системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений (8) и (9). Общие решения этих систем имеют вид:

$$X_p = A_1 \cdot e^{i\mu x} + A_2 \cdot e^{-i\mu x},\ X_\omega = -LA_1 \cdot e^{i\mu x} + LA_2 \cdot e^{-i\mu x}, \tag{10}$$

$$T_p = e^{-at}\left(B_1 e^{ibt} + B_2 e^{-ibt}\right),\ T_\omega = \frac{e^{-at}}{\rho c^2 \mu}\left[(a - ib)B_1 e^{ibt} + (a + ib)B_2 e^{-ibt}\right] \tag{11}$$

где $b = \sqrt{\mu^2 c^2 - a^2}$. (12)

Из граничных условий (5) следует, что функции $X_{p(x)}$ и $X_{\omega(x)}$ должны удовлетворять условиям:

$$X_p(0) = 0,\ X_\omega(l) + hX^{\cdot}_\omega(l) = 0, \tag{13}$$

так как, в противном случае, было бы:

$$T_p(t) = T_\omega(t) = 0,\ p(x,t) = \omega(x,t) = 0, \tag{14}$$

а мы ищем нетривиальное решение. На функции $T_p(t)$ и $T_\omega(t)$ условия (5) дополнительных ограничений не налагают.

При отыскании функций $X_\rho(x)$, $X_\omega(x)$ необходимо найти значения μ, называемые собственными значениями, при которых существуют нетривиальные решения системы уравнений (10) при условиях (13), а также найти эти решения, называемые собственными функциями. Представляя общее решение (10) и условия (13), получаем, что для существования нетривиального решения должно быть:

$$A_2 = -A_1,\ \cos \mu l - \mu h \sin \mu l = 0, \tag{15}$$

откуда следует, что собственные значения рассматриваемой задачи есть корни уравнения (15), которые можно обозначить как $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$. Каждому из этих собственных значений соответствует своя совокупность собственных функций:

$$X_{p\kappa}=\text{-}\sin\ \mu_\kappa x, X_{\omega\kappa}=cos\mu_\kappa x, \qquad (16)$$

определяемых с точностью до постоянного множителя, который без ограничения общности можно положить равным единице, и свои функции:

$$T_{p\kappa}=e^{-at}\left(B_{1\kappa}e^{ib_\kappa t}+B_{2\kappa}e^{-ib_\kappa t}\right) \qquad (17)$$

$$T_{\omega\kappa}=\frac{e^{-at}}{\rho c^2\mu_\kappa}\left[\left(a-ib_\kappa\right)B_{1\kappa}e^{ib_\kappa t}+\left(a+ib_\kappa\right)B_{2\kappa}e^{-ib_\kappa t}\right]$$

где $\mathrm{b}_\kappa=\sqrt{\mu_\kappa^2 c^2-a^2}$.

Подставляя функции (16) и (17) в выражения (4), получим искомые частные решения:

$$p_\kappa(x,t)=X_{\rho\kappa}\cdot T_{\rho\kappa}=-e^{-at}\left(B_{1k}e^{ib_\kappa t}+B_{2k}e^{-ib_\kappa t}\right)\sin\mu_k x, \qquad (18)$$

$$\omega_k(x,t)=X_{\omega\kappa}\cdot T_{\omega\kappa}=\frac{e^{-at}}{\rho c^2\mu_k}\left[\left(a-ib_k\right)B_{1k}e^{ib_\kappa t}+\left(a+ib_k\right)B_{2k}e^{-ib_k^t}\right]\cos\mu_k x. \qquad (19)$$

Решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям (2), будем искать в виде:

$$p(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}p_k(x,t), \quad \omega(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\omega_k(x,t). \qquad (20)$$

Подставим выражения (20) в начальные условия (2), получим с учетом формул (18) и (19):

$$F_1(x) = \frac{1}{\rho c^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(a - ib_k)B_{1k} + (a + ib_k)B_{2k}}{\mu_k} \cos \mu_k x, \tag{21}$$

$$F_2(x) = -\sum_{k=1}^{\infty} (B_{1k} + B_{2k}) \sin \mu_k x, \tag{22}$$

откуда видно, что задача о нахождении коэффициентов B_{1k}, B_{2k} сводится к разложению начальных условий в ряды по собственным функциям. Собственные функции по определению можно выразить:

$$X'_{pj} + \mu_j X_{\omega j} = 0, X'_{\omega j} - \mu_j X_{pj} = 0 \tag{23}$$

$$X'_{p\kappa} + \mu_\kappa X_{\omega\kappa} = 0,\ X'_{\omega\kappa} - \mu_\kappa X_{p\kappa} = 0 \tag{24}$$

Умножая первое из уравнений (23) на $X_{\omega\kappa}$, а второе из уравнений (24) на X_p и складывая, имеем:

$$\left(X_{pj} X_{\omega\kappa}\right)' + \mu_j X_{\omega j} X_{\omega\kappa} - \mu_\kappa X_{p\kappa} X_{pj} = 0 \tag{25}$$

Аналогично из второго уравнения выражений (23) и первого уравнения выражений (24) имеем:

$$\left(X_{\omega j} X_{p\kappa}\right)' + \mu_\kappa X_{\omega\kappa} X_{\omega j} - \mu_j X_{pj} X_{p\kappa} = 0 \tag{26}$$

Умножив уравнение (25) на μ_j,(26) на μ_κ, вычитая почленно, и интегрируя по X от 0 до l, получим:

$$\mu_j \int_0^l \left(X_{pj} X_{\omega\kappa} \right)' dx - \mu_\kappa \int_0^l \left(X_{p\kappa} X_{\omega j} \right)' dx + \left(\mu_j^2 - \mu_\kappa^2 \right) \int_0^l X_{\omega j} X_{\omega\kappa} dx = 0 \qquad (27)$$

На основании уравнений (8) и граничных условий (13)

$$X_{p\kappa}(0) = X_{pj}(0) = 0, \qquad (28)$$

$$X_{\omega\kappa}(l) = -hX'_{\omega\kappa}(l) = -\mu_\kappa h X_{p\kappa}(l), \qquad (29)$$

$$X_{\omega j}(l) = -hX'_{\omega j}(l) = -h\mu_j X_{pj}(l), \qquad (30)$$

и первые два интеграла в формуле (27) пропадают, а так как $\mu_j \neq \mu_\kappa$, то

$$\int_0^l X_{\omega j} X_{\omega\kappa} dx = 0, \qquad (31)$$

т.е. собственные функции $X_{\omega\kappa}$ образуют ортогональную систему, то же самое касается и $X\,pk$. Из этого следует, что если $F_1(x)$ и $F_2(x)$ достаточно гладкие функции, то они могут быть разложены в абсолютно и равномерно сходящиеся ряды (21) и (22). Разлагая их, подобно рядам Фурье, получим:

$$\left(a - ib_k \right) B_{1k} + \left(a + ib_k \right) B_{2k} = \rho c^2 \mu_k \frac{\int_0^l F_1(x) \cos \mu_k x dx}{\int_0^l \cos^2 \mu_k x dx}, \qquad (32)$$

$$B_{1k} + B_{2k} = -\frac{\int_0^l F_2(x) \sin \mu_k x dx}{\int_0^l \sin^2 \mu_k x dx}. \qquad (33)$$

В соответствии со вторым уравнением выражений (15)

$$ctg\, \mu_k l = h\mu_k, \qquad (34)$$

поэтому:

$$\int_0^l \sin^2\mu_k x dx = \frac{l}{2} - \frac{h}{2\left(1+h^2\mu_k^2\right)} \cdot \int_0^l \cos^2\mu_k x dx = \frac{l}{2} + \frac{h}{2\left(1+h^2\mu_k^2\right)}, \qquad (35)$$

и окончательно получаем:

$$\left(a-ib_k\right)B_{1k} + \left(a+ib_k\right)B_{2k} = 2\rho c^2 \frac{\mu_\kappa\left(1+h^2\mu_k^2\right)}{h+l\left(1+h^2\mu_k^2\right)} \int_0^l F_1(x)\cos\mu_k x dx, \qquad (36)$$

$$B_{1k}+B_{2k}=2\frac{1+h^2\mu_k^2}{h-1\left(1+h^2\mu_k^2\right)}\int_0^l F_2(x)\sin\mu_k x dx \qquad (37)$$

Определив коэффициенты B_{1k} и B_{2k} из формул (36), (37) и подставив их в выражения (18),(19), получим искомое решение задачи.

Рассмотрим задачу о распределении гидравлического удара вязкой жидкости в колонне НКТ от работы импульсных устройств на забое скважины. Для данного случая h=0, а начальные и граничные условия можно представить:

$$\omega = F_1(x) = 0, \quad p = F_2(x) = 0 \quad \text{при } t \le 0 \ \ (0 \prec x \prec l), \qquad (38)$$

при $x=0$ $p=0$ (39)

при $x=l$ $\omega = A = const.$

Для того, чтобы сделать граничные условия (39) однородными, введем новую функцию $\nu(x,t)$, определяемую как:

$$\omega\left(x,t\right) = \frac{Ax}{l} + \nu(x,t) \qquad (40)$$

Подставив выражение (40), начальные (38) и граничные (39) условия в систему уравнений (1), получим, что функция $\nu(x,t)$ должна удовлетворять системе уравнений:

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = \rho c^2\left(\frac{\partial \nu}{\partial x} + \frac{A}{l}\right), \qquad (41)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+2av\right)+2a\rho\frac{Ax}{l}, \qquad (42)$$

и начальным и граничным условиям:

$$v=-\frac{Ax}{l}, \quad p=0 \quad \text{при} \quad t\leq 0 \quad (0\prec x\prec l), \qquad (43)$$

$$p=0 \quad \text{при} \quad x=0,$$

$$v=0 \quad \text{при} \; x=l.$$

Так как система уравнений, содержащая функцию $v(x,t)$, получилась неоднородной, будем искать решение в виде:

$$p(x,t)=p_1(x,t)+p_2(x,t), \qquad (44)$$

$$\text{v}(x,t)=v_1(x,t)+v_2(x,t) \qquad (45)$$

И необходимо, чтобы функции $p_1, p_2, v_1, v_2,$ удовлетворяли следующим условиям:

$$-\frac{\partial p_1}{\partial t}=\rho c^2\frac{\partial v_1}{\partial x}, \qquad (46)$$

$$-\frac{\partial p_1}{\partial x}=\rho\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+2av_1\right), \qquad (47)$$

$$p_1=0, \quad v_1=-\frac{Ax}{l}, \; \text{при} \; t\leq 0 \quad (0\prec x\prec l), \qquad (48)$$

$$p_1=0 \; \text{при} \; x=0 \qquad (49)$$

$$v_1=0 \; \text{при} \; x=l$$

$$-\frac{\partial p_2}{\partial t}=\rho c^2\left(\frac{\partial \upsilon_2}{\partial x}+\frac{A}{l}\right), \tag{50}$$

$$-\frac{\partial p_2}{\partial x}=\rho\left(\frac{\partial \upsilon_2}{\partial t}+2a\upsilon_2\right)+2a\rho\frac{Ax}{l}, \tag{51}$$

$$p_2=0, \upsilon_2=0, \text{ при } t\le 0 \ (0\prec x\prec l), \tag{52}$$

$$\text{при } x=0, \upsilon_2=0 \text{ при } x=l \tag{53}$$

Введенные функции $\upsilon, \upsilon_1, \upsilon_2, p_1, p_2$, удовлетворяют всем условиям задачи.

Найдем решение p_1, υ_1 однородной системы (46) и (47). Из сравнения условий (2) и (48) видно, что в рассматриваемом случае:

$$F_1(x)=-\frac{Ax}{l}, F_2(x)=0 \tag{54}$$

Далее, так как h=0, то из уравнения (15) следует, что:

$$\mu_\kappa=\frac{2\kappa-1}{2}\frac{\pi}{l}, \quad b_\kappa=\sqrt{\left(\frac{2k-1}{2}\frac{\pi c}{l}\right)^2-a^2} \tag{55}$$

Подставляя выражения (54) в формулы (36) и (37), после некоторых преобразований, получим:

$$\mathrm{B}_{1\kappa}=-\mathrm{B}_{2\kappa}=i\frac{A\rho c^2}{lb_\kappa}\left[(-1)^\kappa+\frac{1}{l\mu_\kappa}\right], \tag{56}$$

откуда в соответствии с равенствами (18), (19) и (20) окончательно имеем:

$$p_1(x,t)=\frac{2A}{l}\rho c^2 e^{-at}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\left[(-1)^{\kappa}+\frac{1}{l\mu_\kappa}\right]\frac{\sin b_\kappa\cdot t}{b_\kappa}\sin\mu_\kappa x, \tag{57}$$

$$\upsilon_1(x,t)=\frac{2A}{l}e^{-at}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\left[(-1)^{\kappa}+\frac{1}{l\mu\kappa}\right]\left(\frac{\cos b_\kappa t}{\mu_\kappa}-a\frac{\sin b_\kappa t}{\mu_\kappa b_\kappa}\right)\cos\mu_\kappa x. \tag{58}$$

Решение однородной системы уравнений (50) и (51) найдем в виде рядов по собственным функциям однородной задачи, т.е.

$$p_2(x,t)=\sum_{\kappa=1}^{\infty}\ \theta_{p\kappa}(t)\sin\mu_\kappa x, \tag{59}$$

$$\upsilon_2(x,t)=\sum_{\kappa=1}^{\infty}\ \theta_{\upsilon\kappa}(t)\cos\mu_\kappa x, \tag{60}$$

где $\theta_{\rho\kappa}(t),\ \theta_{\upsilon\kappa}(t)$ - неизвестные функции времени.

Подставим выражения (59) и (60) в уравнения (50) и (51) и получим:

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty}\left(\rho c^2\mu_\kappa\theta_{\upsilon\kappa}-\theta'_{\rho\kappa}\right)\sin\mu_\kappa x=\rho c^2\frac{A}{l}, \tag{61}$$

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty}\left(\rho\theta'_{\upsilon\kappa}+2a\rho\theta_{\upsilon\kappa}+\mu_\kappa\theta_{\rho\kappa}\right)\cos\mu_\kappa x=-2a\rho\frac{A}{l}x. \tag{62}$$

Умножив первое из этих уравнений на sin $\mu_\kappa x$, а второе на cos $\mu_\kappa x$, и проинтегрировав по x от 0 до l , в силу ортогональности собственных функций, получим:

$$\theta'_{p\kappa} = \rho c^2 \mu_\kappa \theta_{\upsilon\kappa} - 2\rho c^2 \frac{A}{l^2 \mu_\kappa}, \tag{63}$$

$$\theta'_{\upsilon\kappa} = -\frac{\mu_\kappa}{\rho}\theta_{\rho\kappa} - 2a\theta_{\upsilon\kappa} + 4a\frac{A}{l\mu_\kappa}\left[(-1)^\kappa + \frac{1}{l\mu_\kappa}\right]. \tag{64}$$

Общее решение неоднородной системы (63) и (64) имеет вид:

$$\theta_{p\kappa} = C_{l\kappa} e^{-(a-ib_\kappa)} \cdot t + C_{2\kappa} e^{-(a+ib_\kappa)} \cdot t \;\; (-1)^\kappa 4a\rho \frac{A}{l\mu_\kappa^2}, \tag{65}$$

$$\theta_{v\kappa} = -\frac{a-ib_\kappa}{\rho c^2 \mu_\kappa} C_{1\kappa} e^{-(a-ib_\kappa)} \cdot t - \frac{a+ib_\kappa}{\rho c^2 \mu_\kappa} C_{2\kappa} e^{-(a+ib_\kappa)} \cdot t + \frac{2A}{l^2 \mu_\kappa^2} \tag{66}$$

Из начальных условий (52) и выражений (59), (60) и (65), (66) после некоторых преобразований получим:

$$C_{1\kappa} = i\rho c^2 \frac{A}{l^2 \mu_\kappa b_\kappa}\left[1 + (-1)^\kappa \frac{2al}{c^2 \mu_\kappa}(a + ib_\kappa)\right], \tag{67}$$

$$C_{2\kappa} = -i\rho c^2 \frac{A}{l^2 \mu_\kappa b_\kappa}\left[1 + (-1)^\kappa \frac{2al}{c^2 \mu_\kappa}(a - ib_\kappa)\right], \tag{68}$$

и

$$p_2(x,t) = -2\rho c^2 \frac{A}{l^2} e^{-at} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \left\{\left[1 + (-1)^\kappa \frac{2a^2 l}{c^2 \mu_\kappa}\right] \frac{\sin b_\kappa t}{\mu_\kappa b_\kappa} + (-1)^\kappa \frac{2al}{c^2 \mu_\kappa^2} cos b_\kappa t\right\} \text{x}$$
$$\text{x} \sin \mu_\kappa x + 4a\rho \frac{A}{l} \sum_{\kappa=1}^{\infty} (-1)^\kappa \frac{\sin \mu_\kappa x}{\mu_\kappa^2} \tag{69}$$

$$\upsilon_2(x,t) = \frac{2A}{l^2} e^{-at} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \left\{\left[1 + (-1)^\kappa 2l\mu_\kappa\right] a \frac{\sin b_\kappa t}{\mu_\kappa^2 b_\kappa} - \frac{\cos b_\kappa t}{\mu_\kappa^2}\right\} \text{x} \tag{70}$$

$$\text{x}\;\; cos \mu_\kappa x + \frac{2A}{l^2} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{cos \mu_\kappa x}{\mu_\kappa^2}.$$

С учетом выражений (55) и известными формулами разложения в ряды Фурье:

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-1)^{\kappa}\frac{\sin\mu_{\kappa}x}{\mu_{\kappa}^{2}}=\frac{4l^{2}}{\pi^{2}}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{(-1)^{\kappa}}{(2\kappa-1)^{2}}\sin\left(\frac{2\kappa-1}{2}\frac{\pi x}{l}\right)=-\frac{lx}{2}, \tag{71}$$

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{\cos\mu_{\kappa}x}{\mu_{\kappa}^{2}}=\frac{4l^{2}}{\pi^{2}}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{1}{(2\kappa-1)^{2}}\cos\left(\frac{2\kappa-1}{2}\frac{\pi x}{l}\right)=\frac{l(l-x)}{2}, \tag{72}$$

из выражений (40), (44), (45), (55), (56), (69) и (71), (72) окончательно получаем:

$$\omega(x,t)=A+\frac{4A}{\pi}e^{-at}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{(-1)^{\kappa}}{2\kappa-1}\left(\cos b_{\kappa}t+\frac{a}{b_{\kappa}}\sin b_{\kappa}t\right)\cos\left(\frac{2\kappa-1}{2}\frac{\pi x}{l}\right), \tag{73}$$

$$p(x,t)=-2a\rho Ax+8\rho\frac{Al}{\pi^{2}}e^{-at}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{(-1)^{\kappa}}{(2\kappa-1)^{2}}\left(\frac{b_{\kappa}^{2}-a^{2}}{b_{\kappa}}\sin b_{\kappa}t-2a\cos b_{\kappa}t\right)\sin\left(\frac{2\kappa-1}{2}\frac{\pi x}{l}\right). \tag{74}$$

В итоге мы получили выражения для определения скорости движения жидкости (73) и значения амплитуды изменения давления жидкости (74) в любом произвольном сечении столба жидкости внутри колонны НКТ.

Выводы

Определения таких важных параметров гидроудара в колонне НКТ возможно при условии имеющихся данных по эксплуатации скважины, а именно: глубина скважины, размеры колонны НКТ, давление и расход закачиваемой жидкости, плотность закачиваемой жидкости, наличие пакера в конструкции скважины и закон изменения амплитуды давления в преобразующих импульсных устройствах.

Полученные выражения (73) и (74) были проанализированы, в результате чего выявлена закономерность определения амплитуды изменения давления гидроудара в любом поперечном сечении колонны насосно-компрессорных труб. Это позволит заранее прогнозировать наиболее опасные участки с точки зрения длительной надежности колонны труб при циклической закачке жидкостей в системе поддержания пластового давления.

Список используемых источников

1 Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.

2 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров М.: Наука, 1984. 831 с.

3 Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.

4 Сароян А.Е., Субботин М.А. Эксплуатация колонн насосно-компрессорных труб. М.: Недра, 1985. 216 с.

5 Валиуллин А.В. Совершенствование вибровоздействия на призабойную зону для повышения приемистости водонагнетательных скважин: дис. ...канд. техн. наук. Бугульма, 1983. 154 с.

6 Габдрахимов М.С., Архипенко А.Ю., Хабибуллин М.Я. О распространении гидроакустических колебаний жидкости в условиях

скважины. Рукопись депонирована во ВНИИОЭНГ 1988 г., ВИНИТИ Депонированные научные работы, №6 (200). 142 с.

7 Гадиев С.М. Использование вибрации в добыче нефти. М.: Недра, 1977. 159 с.

8 Barber A.H., George C.J., Stiles L.H., Thompson B.B. Infill Drilling to Increase Reserves – Actual Experience in Nine Fields in Texas, Oklahoma and Illinois/ - J.Pet.Tech. (Aug.1983), pp.1530 – 1538.

References

1 Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Dvizhenie zhidkostej i gazov v prirodnyh plasta. M.: Nedra, 1984. 211s. [in Russian].

2 Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlja nauchnyh rabotnikov i inzhenerov / M.: Nauka, 1984. 831s. [in Russian].

3 Timoshenko S.P., Jang D.H., Uiver U. Kolebanija v inzhenernom dele. M.: Mashinostroenie, 1985. 472s. [in Russian].

4 Sarojan A.E., Subbotin M.A. Jekspluatacija kolonn nasosno-kompressornyh trub. M.: Nedra, 1985. 216s. [in Russian].

5 Valiullin A.V. Sovershenstvovanie vibrovozdejstvija na prizabojnuju zonu dlja povyshenija priemistosti vodonagnetatel'nyh skvazhin. Dis....kand.tehn.nauk Bugul'ma, 1983. 154 s. [in Russian].

6 Gabdrahimov M.S., Arhipenko A.Ju., Habibullin M.Ja. O rasprostranenii gidroakusticheskih kolebanij zhidkosti v uslovijah skvazhiny. Rukopis' deponirovana vo VNIIOJeNG 1988 g., VINITI «Deponirovannye nauchnye raboty, №6 (200). 142s. [in Russian].

7 Gadiev S.M. Ispol'zovanie vibracii v dobyche nefti. M.: Nedra, 1977. 159s. [in Russian].

8 Barber A.H., George C.J., Stiles L.H., Thompson B.B. Infill Drilling to Increase Reserves – Actual Experience in Nine Fields in Texas, Oklahoma and Illinois/ - J.Pet.Tech. (Aug.1983), rr.1530 – 1538.

Сведения об авторах

About the authors

Хабибуллин М.Я., канд. техн. наук, доцент кафедры «Нефтепромысловые машины и оборудование», филиал ФГБОУ ВПО УГНТУ, г. Октябрьский, Российская Федерация

M.Ya. Khabibullin Candidate of Engineering Sciences, Assistant Professor of the Chair «Oil-Field Machines and Equipment», FSBEI HPE USPTU, Oktyabrsky Branch, Oktyabrsky, the Russian Federation

Арсланов И.Г., д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика технологии и машиностроения», филиал ФГБОУ ВПО УГНТУ, г. Октябрьский, Российская Федерация

I.G. Arslanov, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Chief of the Chair, “Mechanics and Technology Machine Building”, FSBEI HPE USPTU, Oktyabrsky Branch, Oktyabrsky, the Russian Federation

e-mail: oksana123123@mail.ru