

УДК 622.242

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ОЦЕНКЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НЕФТЕПРОМЫСЛОВЫХ СИСТЕМ

Ишемгужин И.Е.<sup>1</sup>, Шаммазов И.А.<sup>2</sup>, Габбасов Т.И.<sup>3</sup>, Ишемгужин А.И.<sup>4</sup>  
Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа  
e-mail: <sup>1</sup>ishemguzhin@yandex.ru, <sup>2</sup>shammazov@mail.ru,  
<sup>3</sup>tim2421@yandex.ru, <sup>4</sup>iaiufa@yandex.ru

Шаякберов В.Ф.  
ООО «РН-Уфа НИПИ нефть», г. Уфа  
e-mail: ShayakberovVF@Ufanipi.ru

**Аннотация.** В статье рассмотрен численный анализ случайных функций изменения давления в трубопроводе при перекачке нефти. Рассмотрены вопросы подготовки данных, оценки корреляционной функции по значениям случайного процесса, оценки спектральной плотности, а также вопросы аппроксимации корреляционной функции и спектральной плотности аналитическими зависимостями. Для подбора параметров аналитических зависимостей применен метод статистических испытаний.

**Ключевые слова:** трубопровод, перекачка, данные, корреляционная функция, спектральная плотность, аналитические зависимости

Большинство технологических параметров в нефтяной промышленности являются случайными функциями. Их интерпретация требует применения математического аппарата теории случайных процессов и методов обработки экспериментальных данных.

Исходные данные для численного анализа должны быть подвергнуты предварительной подготовке. Данный процесс охватывает ряд операций [1]:

- а) дискретизация данных, если они заданы в непрерывной форме;
- б) приведение к нулевому среднему значению и единичной дисперсии;
- в) удаление тренда;
- г) фильтрация данных.

Оценка корреляционной функции (КФ) для стационарного и эргодического случайного процесса основана на использовании зависимости [1 - 3]:

$$K_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}(t) \dot{x}(t+\tau) dt. \quad (1)$$

Так как интервал наблюдения  $T$  ограничен, то для оценки корреляционной функции формулу (1) записывают в виде:

$$K_x(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \dot{x}(t) \dot{x}(t+\tau) dt. \quad (2)$$

На этапе предварительной подготовки данных непрерывный процесс  $x(t)$  преобразуется в дискретный  $x_n$ , поэтому необходим дискретный аналог зависимости (2). Применение численного метода интегрирования позволяет получить следующее выражение [4]:

$$K_{xm} = \frac{1}{N-m} \left( \frac{\dot{x}_0 \dot{x}_m + \dot{x}_{N-1-m} \dot{x}_{N-1}}{2} + \sum_{n=1}^{N-2-m} \dot{x}_n \dot{x}_{n+m} \right), \quad (3)$$

где  $N$  – общее число отсчетов процесса  $x_n$ ,  $n \in [0 \dots N-1]$ ;

$m \in [0 \dots M-1]$  – номер отсчета корреляционной функции.

$M$  – общее число отсчетов корреляционной функции ( $M \ll N$ ).

Если  $m \leq M$ , то оценка корреляционной функции осуществляется в соответствии с выражением (3), если  $m > M$ , то корреляционная функция принимает равную нулю.

Дальнейшим этапом является аппроксимация корреляционной функции теоретической зависимостью. Для этого наиболее часто используются модели, приведенные в табл. 1 [5].

Таблица 1

№	Корреляционная функция $\rho_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$	Спектральная плотность $s_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$
1	$e^{-\alpha \tau }$	$\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$
2	$e^{-\alpha \tau } \cdot (1 + \alpha \tau )$	$\frac{4\alpha^3}{(\alpha^2 + \omega^2)^2}$
3	$e^{-\alpha \tau } \cdot (1 - \alpha \tau )$	$\frac{4\alpha\omega^2}{(\alpha^2 + \omega^2)^2}$
4	$e^{-\alpha \tau } \cdot \cos(\beta \tau )$	$\frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2}$
5	$e^{-\alpha \tau } \cdot \left( \cos(\beta \tau ) + \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta \tau ) \right)$	$\frac{4\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}{(\alpha^2 + (\omega - \beta)^2)(\alpha^2 + (\omega + \beta)^2)}$

где  $\alpha$  – параметр, характеризующий степень затухания кривой  $\rho_x(\tau)$ ;

$\beta$  – средняя частота колебаний функции  $\rho_x(\tau)$ .

Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  подбираются с помощью метода наименьших квадратов. При этом минимизируется функционал вида:

$$\Phi(\alpha, \beta) = \sum_{m=0}^{M-1} \left( K_{xm} - \rho_{xm}(\alpha, \beta) \right)^2. \quad (4)$$

Минимизация функционала (4) может быть осуществлена различными аналитическими и численными методами [5]:

1. значения параметров аналитического выражения корреляционной функции  $\alpha$  и  $\beta$ , определяются методом Ньютона (с аналитическим взятием производных);
2. методом Ньютона (с конечно-разностными производными);
3. методом деформированного многогранника Нелдера и Мида;
4. аппроксимация корреляционных функций ортогональными функциями Лагерра.

При аппроксимации функциями заданного вида методом Ньютона было замечено, что для того, чтобы алгоритм сошелся, то есть были найдены приемлемые значения искомым параметров, необходимо задать начальные приближения, близкие к истинным.

Сходимость метода Ньютона с конечно-разностным взятием производных лучше, чем с аналитическим взятием производных [5]. Точки, из которых алгоритм сходится, сгруппированы около истинного решения. Причем, сходимость более чувствительна к значению параметра  $\beta$ , нежели к  $\alpha$ . То есть при подборе начальных приближений большее внимание нужно уделять выбору  $\beta$ .

Для аппроксимации КФ функциями заданного вида может быть также использован метод деформированного многогранника, область сходимости которого более широка. Однако, в некоторых случаях методы Ньютона дают меньшую погрешность аппроксимации чем метод деформированного многогранника [5].

В такой ситуации в работе [5] предлагается следующий способ получения наилучшего результата:

- аппроксимировать КФ, используя метод деформированного многогранника, при любых начальных приближениях;
- аппроксимировать КФ методом Ньютона, используя в качестве начальных приближений результаты предыдущей аппроксимации.

При таком подходе нет строгих требований к подбору начальных приближений, и одновременно достигается наименьшая погрешность аппроксимации.

Следует также отметить, что метод деформированного многогранника можно использовать в тех случаях, когда количество параметров функции более двух. То есть для экспоненциальных моделей этот метод неприменим.

В данной работе предлагается определять параметры корреляционной функции на основе метода статистических испытаний. Данный метод прост в реализации и позволяет быстро получить значения искомым параметров теоретической зависимости, обеспечивает хорошее приближение.

На рис. 1 представлена программа подготовки данных для анализа случайной функции. В этой программе:

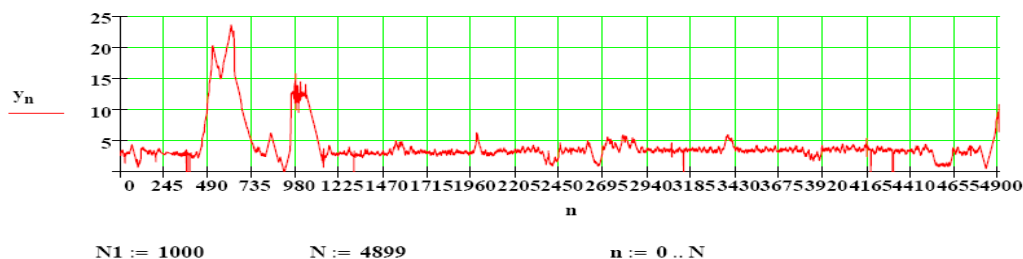
$NI$  – начало выборки;

$N$  – конец выборки;  
 $y$  – массив данных (от 0 до 4899);  
 $n$  – текущий отсчет случайной функции.

### 1. Массив значений случайного процесса

$$y^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
	0	2.75	2.75	2.59	2.95	3.05	3.16	3.33	3.21	3.35	3.24	3.1	3.37	3.53	3.31	3.2	3.09	2.99	2.86



### 2. Мат.ожидание

$$mx := \begin{cases} mx \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in N1 \dots N \\ \quad mx \leftarrow mx + \frac{y_n}{N - N1} \\ mx \leftarrow mx \end{cases}$$

$mx = 3.477$

### 3. Центрированный случайный процесс

$$y^0_n := \begin{cases} \text{for } n \in N1 \dots N \\ \quad y^0_n \leftarrow y_n - mx \\ y^0_n \end{cases}$$

$y^0_{N1} = 8.353$

### 4. Дисперсия

$$dx := \begin{cases} dx \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in N1 \dots N \\ \quad dx \leftarrow dx + \frac{(y^0_n)^2}{N - N1} \\ dx \leftarrow dx \end{cases}$$

$dx = 2.301$

### 5. Приведение к единичной дисперсии

$$x^0_n := \begin{cases} \text{for } n \in N1 \dots N \\ \quad x^0_n \leftarrow \frac{y^0_n}{\sqrt{dx}} \\ x^0_n \end{cases}$$

Рис. 1. Программа подготовки исходных данных для анализа

На рис. 2 представлена программа расчета корреляционной функции по значениям случайного процесса. В этой программе:

$M$  – массив значений корреляционной функции;

$m$  – текущее значение корреляционной функции из массива  $M$ .

Расчет значений корреляционной функции осуществляется с помощью встроенной функции суммирования в MathCAD.

### 6. Расчет корреляционной функции по значениям случайного процесса

M := 400      m := 0..M

$$kf_m := \text{for } m \in 0.. \frac{M}{10}$$

$$kf1 \leftarrow \sum_{n=N1}^{N-m \cdot 10} \frac{x0_n \cdot x0_{n+m \cdot 10}}{N - N1 - m \cdot 10}$$

$$kf_m \leftarrow kf1$$

	0
0	1
1	0.772
2	0.636
3	0.513
4	0.381
5	0.266
6	0.17
7	0.103
8	0.055
9	0.017
10	-3.286 · 10 <sup>-3</sup>

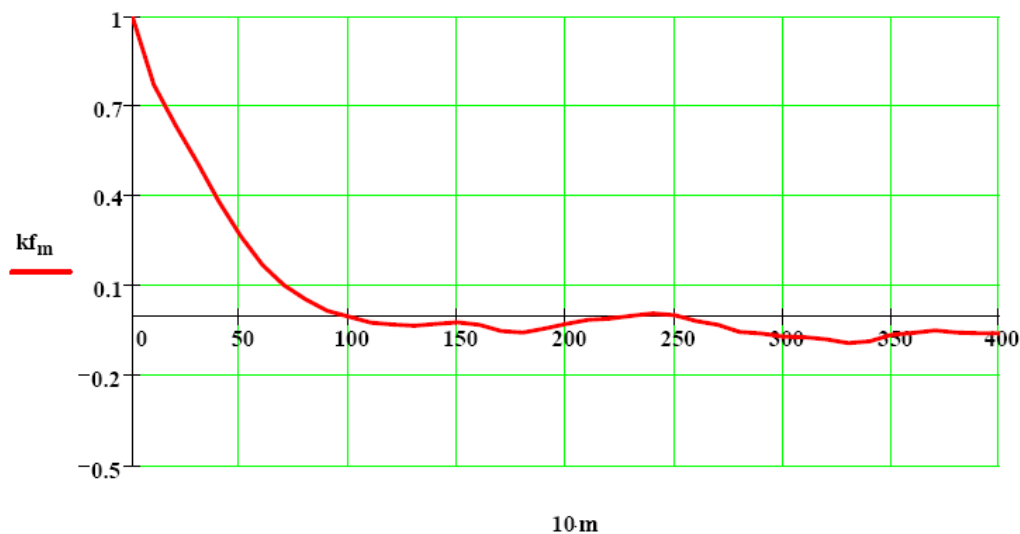


Рис. 2. Программа расчета корреляционной функции

Спектральная плотность вычисляется по значениям корреляционной функции по формуле

$$S_{xk} = d \left[ K_{x0} + K_{xM-1} \cos(k\pi) + 2 \sum_{m=1}^{M-2} K_{xm} \cos\left(km \frac{\pi}{M-1}\right) \right], \tag{5}$$

где  $d$  – интервал дискретизации случайного процесса  $x(t)$ .

В выражениях (3) и (5) в качестве метода численного интегрирования применен метод трапеций. Соответствующая программа представлена на рис. 3.

## 7. Расчет спектральной плотности по корреляционной функции

$d := 0.5$        $k := 0 .. M$

```

spk := for k ∈ 0 ..  $\frac{M}{10}$ 
    | s0 ←  $kf_0 + kf_{\frac{M}{10}-1} \cdot \cos(k \cdot \pi)$ 
    | s ← 0
    | for m ∈ 1 ..  $\frac{M}{10}$ 
    |   | s ←  $2 \left( kf_m \cdot \cos \left( k \cdot m \cdot \frac{\pi}{M} \cdot 10 \right) \right) + s$ 
    |   | continue
    | spk ←  $d \cdot (s + s0) \cdot 10$ 

```

	0
0	21.396
1	39.668
2	28.407
3	27.829
4	20.706
5	11.412
6	10.676
7	8.313

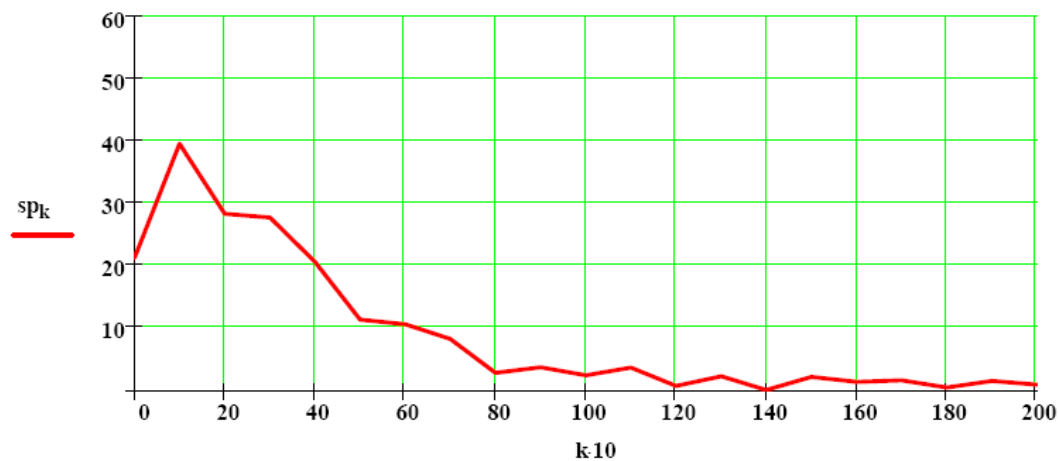


Рис. 3. Программа расчета спектральной плотности

На рис. 4 представлена программа аппроксимации корреляционной функции с использованием метода статистических испытаний. В данной программе число статистических испытаний принято 10000.

## 8. Аппроксимация корреляционной функции и спектральной плотности

$$\Sigma := 10000 \quad p := 0.. \Sigma \quad \alpha_p := \text{rnd}(3) \quad \beta_p := \text{rnd}(3) \quad r_{p,m} := e^{-\alpha_p m d} \cdot \cos(\beta_p \cdot m \cdot d)$$

$$p := \Delta N_1$$

$$\Delta N = \begin{pmatrix} 0.06473 \\ 8.332 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

$$\Delta N := \begin{cases} \min \leftarrow 499 \\ \text{for } p \in 0.. \Sigma \\ \quad \left| \begin{array}{l} \frac{M}{10} \\ \Delta p \leftarrow \sum_{l=0}^{\frac{M}{10}} [ (|kf_{l1} - r_{p,l}|)^2 ] \\ \text{if } \Delta p < \min \\ \quad \left| \begin{array}{l} \min \leftarrow \Delta p \\ N \leftarrow p \\ \text{continue} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \left( \begin{array}{l} \min \\ N \end{array} \right) \end{cases}$$

$$\alpha := \alpha_p \quad \beta := \beta_p \quad \alpha = 0.384 \quad \beta = 0.33 \quad \rho_m := e^{-\alpha \cdot m d} \cdot \cos(\beta \cdot m \cdot d)$$

$$s(k) := \frac{\alpha \cdot 10}{\alpha^2 + \left( k \cdot \frac{\pi \cdot 10}{d \cdot M} + \beta \right)^2} + \frac{\alpha \cdot 10}{\alpha^2 + \left( k \cdot \frac{\pi \cdot 10}{d \cdot M} - \beta \right)^2}$$

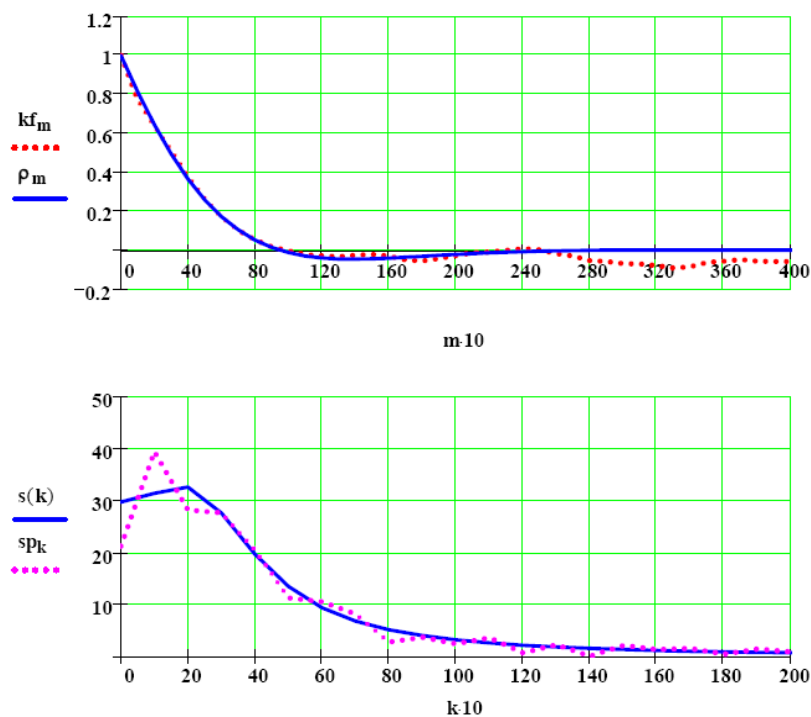


Рис. 4. Программа аппроксимации

В программе осуществляется приближение к теоретической зависимости вида

$$\rho(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cdot \cos(\beta|\tau|).$$

На графике в программе построены: зависимость корреляционной функции, рассчитанной по значениям случайного процесса, и зависимость, полученная по результатам аппроксимации.

В этой же программе представлены зависимости спектральной плотности случайного процесса полученные по аппроксимирующей кривой и по значениям случайного процесса. При необходимости использования другой теоретической зависимости в программу заносятся нужные формулы из таблицы.

Приведенный выше пример относится к изменению давления при перекачке нефти в трубопроводе.

Спектрально-корреляционный подход к оценке конкретных технологических параметров нефтепромыслового оборудования различного назначения (трубопроводы, глубинное скважинное оборудование, системы сбора и подготовки нефти и т. д.) позволяет более объективно подойти к анализу технического состояния и выбору режимов эксплуатации оборудования.

### Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 540 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
3. Купер Дж., Макшллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем. пер. с англ. М.: Мир, 1989. 376 с.
4. Ишемгузин И.Е., Ишемгузин А.И. Аппроксимация статистических случайных функций технологических параметров бурения скважин // Новые методы, технические средства и технологии получения измерительной информации. Уфа: УГАТУ. С. 102 - 103.
5. Прохоров С.А. Аппроксимативный анализ случайных процессов. Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2001. 329 с.



**THE USE OF SPECTRAL-CORRELATION ANALYSIS  
IN THE EVALUATION TECHNOLOGICAL PARAMETERS  
OF OIL-FIELD SYSTEMS**

I.E. Ishemguzhin<sup>1</sup>, I.A. Shammazov<sup>2</sup>, T.I. Gabbasov<sup>3</sup>, A.I. Ishemguzhin<sup>4</sup>

*Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia*

*e-mail: <sup>1</sup>ishemguzhin@yandex.ru, <sup>2</sup>shammazov@mail.ru,*

*<sup>3</sup>tim2421@yandex.ru, <sup>4</sup>iaiufa@yandex.ru*

V.F. Shayakberov

*“RN-UfaNIPIneft” LLC, Ufa, Russia*

*e-mail: ShayakberovVF@Ufanipi.ru*

**Abstract.** *The article presents a numerical analysis of random functions of pressure in the pipeline for pumping oil. The problems of data preparation, evaluation of the correlation function of the values of a random process, evaluation of the spectral density, as well as approximations of the correlation function and spectral density of the analytical dependences. For selection of the parameters of analytical dependences used method of statistical tests.*

**Keywords:** *pipeline, piping, data, correlation function, spectral density, analytical expressions*

### References

1. Bendat Dzh., Pirsol A. Prikladnoi analiz sluchainykh dannykh. Moscow, Mir, 1989. 540 p. (Transl. from : Julius S. Bendat, Allan G. Piersol. Random data: analysis and measurement procedures. Wiley, 1986. 566 p.)
2. Venttsel' E.S. Teoriya veroyatnostei (Probability theory). Moscow, Nauka, 1969. 576 p.
3. Kuper Dzh., Makshllem K. Veroyatnostnye metody analiza signalov i sistem . Moscow, Mir, 1989. 376 p. (Transl. from: George R. Cooper, Clare D. McGillem. Probabilistic methods of signal and system analysis).
4. Ishemguzhin I.E., Ishemguzhin A.I. Approksimatsiya statisticheskikh sluchainykh funktsii tekhnologicheskikh parametrov bureniya skvazhin (Statistical approximation of random functions of drilling process parameters) in *Novye metody, tekhnichesknie sredstva i tekhnologii polucheniya izmeritel'noi informatsii* (New methods, equipment and technology for receiving measuring information). Ufa, UGATU. PP. 102 - 103.
5. Prokhorov S.A. Approksimativnyi analiz sluchainykh protsessov. Samara: Samarskii gosudarstvennyi aerokosmicheskii universitet (Approximate analysis of stochastic processes). Samara, SamGTU, 2001. 329 p.