

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
ЯВЛЕНИЯ ГРУППИРОВАНИЯ ЧАСТИЦ В ВОЛНОВОМ ПОЛЕ
ДЛЯ КОЛЬМАТАЦИИ ПОРИСТЫХ СРЕД**

Игнатъев А.В.

*аспирант НЦ «Нелинейной волновой механики и технологии» РАН
Artem-Ignatiev@bk.ru*

Кузнецов Р.Ю.

*заведующий отделом разработки проектов бурения
ООО «ТюменНИИгипрогаз», kuznetsov@tngg.info*

Украинский Л.Е.

*заместитель директора по научной работе
НЦ «Нелинейной волновой механики и технологии» РАН
ukrainsky@nwmtec.ac.ru*

В статье рассмотрен один из эффектов теории нелинейной волновой механики, созданной коллективом научного центра «Нелинейной волновой механики и технологии» Российской Академии Наук под руководством академика Ганиева Р.Ф., а именно эффект группирования механических частиц, движущихся в потоке для случая кольматации проницаемых пластов генераторами струйно-волнового типа.

Рассмотренные теоретические представления о волновых механизмах движений и явлениях группирования твердых частиц в волновом поле объясняют факт быстрого формирования прочного и непроницаемого кольматационного экрана в проницаемых породах. Все это сводит к минимуму отрицательное влияние нестационарных гидродинамических процессов на технологию заканчивания скважин, существенно повышает герметичность заколонного пространства, долговременность разобщения разнонапорных пластов и позволяет расширить область эффективного применения конструкции забоя с открытым фильтром, которая в свою очередь является идеальной как по степени так и по характеру вскрытия.

Ключевые слова: кольматация, формула Навье-Стокса, волновое поле, группирование твердых частиц.

Поскольку современные технологии заканчивания скважин не обеспечивают надежной и долговременной изоляции проницаемых пород продуктивных отложений, необходима разработка методов воздействия на приствольную зону пород-коллекторов для формирования гидроизолирующего экрана с высокими показателями герметичности и механической прочности. Это сведет к минимуму отрицательное влияние нестационарных гидродинамических процессов на технологию заканчивания скважин, существенно повысит герметичность заколонного прост-

ранства, долговременность разобщения разнонапорных пластов и позволит расширить область эффективного применения конструкции забоя с открытым фильтром, которая в свою очередь является идеальной как по степени так и по характеру вскрытия. В статье представлены теоретические аспекты использования явления группирования частиц в волновом поле для кольматации пористых сред.

Одним из важнейших эффектов, положенных в основу волновой технологии, является нелинейное взаимодействие волн. Этот эффект заключается в том, что максимальная амплитуда таких волн может достигаться не вблизи источника, а на некотором расстоянии от него. Если любая линейная волна всегда затухает с увеличением расстояния от источника, то взаимодействующие нелинейно волны могут достигать максимума по пути своего следования. Научный коллектив НЦ НВМТ РАН, под руководством академика Р.Ф. Ганиева разработал теоретические основы волновых технологий, позволяющих управлять различного рода движениями твердых частиц и газовых пузырьков в фильтрационном потоке.

Рассмотрим группирование механических частиц, движущихся по инерции для случая кольматации излучателями струйно-волнового типа. Эта теория аналогична кинематической теории группирования электронов.

Пусть i -я механическая частица, вылетающая в момент времени t_i , имеет массу m_i и начальную скорость $v_i = \{(v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_1; (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_2; (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_3\}$, где v_0 и $v_1 \sin \omega t_i$ – постоянная и переменная составляющие начальной скорости; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – углы между вектором начальной скорости v_0 и осями неподвижной декартовой системы координат $Oxyz$ одинаковые для всех частиц. Тогда уравнение движения частиц, составленное без учета сил сопротивления среды и взаимного гравитационного притяжения, будут

$$m_i x_i = 0; m_i y_i = 0; m_i z_i = -m_i g, (i=1,2, \dots), \quad (1)$$

где m_i, x_i, y_i, z_i – массы и координаты частиц в системе $Oxyz$.

Начальные условия примут вид

$$\begin{aligned} x_i &= 0; y_i = 0; z_i = 0, \\ x_i &= (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_1, \\ y_i &= (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_2, \\ z_i &= (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Интегралы уравнений (1) при начальных условиях (2) будут

$$\begin{aligned}x_i &= (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_1 (t - t_i), \\y_i &= (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_2 (t - t_i), \\z_i &= -0,5 g (t - t_i) + (v_0 + v_1 \sin \omega t_i) \cdot \cos \alpha_3 (t - t_i).\end{aligned}\quad (3)$$

Из (3) найдем время t за которое i -я частица достигнет плоскости $x = X$:

$$t = t_i + \frac{X}{v_0 \cos \alpha_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{v_1 \sin \omega t_i}{v_0}}.\quad (4)$$

Полагая $\varepsilon = \frac{v_1}{v_0} \ll 1$ в формуле (4), получим в линейном относительно малой величины $\varepsilon \sin \omega t_i$ приближении следующее соотношение:

$$t = t_i + \frac{X}{v_0 \cos \alpha_1} - \frac{X}{v_0 \cos \alpha_2} \varepsilon \sin \omega t_i.\quad (5)$$

Аналогично из второго соотношения (3) имеем

$$t = t_i + \frac{X}{v_0 \cos \alpha_2} - \frac{X}{v_0 \cos \alpha_2} \varepsilon \sin \omega t_i.$$

Из последнего соотношения (3) получаем

$$t = t_i + \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3} - \frac{Z \varepsilon \sin \omega t_i}{v_0 \cos \alpha_3}, \text{ при } t - t_i < \frac{v_{iz}}{g}, \quad \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha_3}{2 Z g} > 1,$$

$$t = t_i + \frac{2v_0 \cos \alpha_3}{g} - \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3} + \left(\frac{2v_0 \cos \alpha_3}{g} - \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3} \right) \varepsilon \sin \omega t_i,$$

$$\text{при } t - t_i < \frac{v_{iz}}{g}, \quad \left| \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha_3}{2 Z g} \right| > 1,$$

$$t = t_i + \frac{v_0 \cos \alpha_3}{g} + \sqrt{-\frac{2Z}{g}} \cdot \left(1 - \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha_3}{4 Z g} \right) + \left(\frac{v_0 \cos \alpha_3}{g} - \sqrt{-\frac{2Z}{g}} \cdot \frac{v_0 \cos^2 \alpha_3}{2 Z g} \right) \varepsilon \sin \omega t_i,$$

$$\text{при } \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha_3}{2 Z g} < -1.$$

Теперь найдем массу частиц $M(X, t)$, которые за единицу времени пролетают плоскость $x = X$. Будем искать эту массу в виде ряда Фурье:

$$M(X, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(X) e^{in\omega t},$$

$$\text{где } a_n(X) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M(X, t) e^{-in\omega t} \cdot \omega dt.$$

Частицы, вылетевшие в промежутке времени $(t_i, t_i + dt_i)$, пролетят плоскость $x = X$ за промежуток времени $(t, t + dt)$, где t – известная функция t_i , определяемая равенством (9).

Считаем, что за единицу времени вылетает постоянная масса частиц m_0 . Тогда, в силу закона сохранения массы, имеем

$$m_0 dt_i = M(X, t) dt. \quad (6)$$

Далее, учитывая (5), (6) и, используя выражение $I_n(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(z \sin t - nt)} dt$ [1],

получаем формулу для коэффициента a_n :

$$a_n = m_0 e^{\frac{inX\omega}{v_0 \cos \alpha_1}} \cdot I_n\left(n \frac{X \omega \varepsilon}{v_0 \cos \alpha_1}\right).$$

Отсюда

$$M(X, t) = m_0 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n\left(n \frac{X \omega \varepsilon}{v_0 \cos \alpha_1}\right) \cos n\omega \left(t - \frac{X}{v_0 \cos \alpha_1}\right) \right], \quad (7)$$

где I_n – функция Бесселя первого порядка n . Таким образом можно получить формулы для массы частиц, пролетающих плоскости $y = Y$ и $z = Z$ за единицу времени

$$M(Y, t) = m_0 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n\left(n \frac{Y \omega \varepsilon}{v_0 \cos \alpha_2}\right) \cos n\omega \left(t - \frac{Y}{v_0 \cos \alpha_2}\right) \right], \quad (8)$$

$$\begin{aligned} M(Z, t) = m_0 \left(2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(I_n\left(n \frac{Z \omega \varepsilon}{v_0 \cos \alpha_3}\right) \cdot \cos n\omega \left(t - \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + (-1)^n I_n\left(n \omega \varepsilon \left(\frac{2 \cos \alpha_3 \cdot v_0}{g} + \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3}\right)\right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \cos n\omega \left(t - \frac{2v_0 \cos \alpha_3}{g} + \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3}\right) \right) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

при $Z > 0, 0 < \alpha_3 < \pi/2$.

$$M(Z, t) = 0 \quad Z > 0, \quad \pi/2 < \alpha_3 < \pi,$$

$$\begin{aligned} M(Z, t) = m_0 \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n\left(n \left(\frac{2v_0 \cos \alpha_3}{g} + \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3}\right) \omega \varepsilon\right) \times \right. \\ \left. \times \cos n\omega \left(t + \frac{2v_0 \cos \alpha_3}{g} - \frac{Z}{v_0 \cos \alpha_3}\right) \right), \end{aligned}$$

при $0 > z > -\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha_3}{2g}$.

$$M(Z, t) = m_0 \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n \left(n \omega \varepsilon \left(\frac{v_0 \cos \alpha_3}{g} - \sqrt{-\frac{2Z}{g}} \cdot \frac{v_0 \cos^2 \alpha_3}{2Zg} \right) \right) \right) \times \cos n \omega \left(\left(t - \frac{v_0 \cos \alpha_3}{g} - \sqrt{-\frac{2Z}{g}} \left(1 - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha_3}{4Zg} \right) \right) \right) \quad (10)$$

$$\text{при } Z < -\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha_3}{2g}.$$

Из выражений (7) - (10) следует, что распределение суммарной массы частиц в пространстве носит сложный характер. При этом распределение масс носит пульсирующий во времени характер, а амплитуда сгустков массы уменьшается с удалением от начала координат. Если в выражениях (7) – (10) ограничиться первым членом ряда, то можно, например, показать, что максимум функции $M(X, t)$ будет в точке

$$X_1 = \frac{A \cdot v_0 \cos \alpha_1}{\omega \varepsilon}.$$

Здесь A – наименьшее положительное значение аргумента, где функция I_1 имеет максимум, т.е. $A = 1,84$ [1]. Вдоль оси $0z$ распределение масс будет определяться выражениями (9) и (10).

Рассмотренный случай группирования движущихся механических частиц является простейшим, выясняющим лишь один из механизмов группирования. Это исследование основано на предположении о том, что на движущиеся частицы никакие силы, кроме сил веса, не действуют. Как известно, движущиеся реальные механические частицы испытывают действие сил сопротивления среды, взаимного гравитационного и электрического притяжения и т.п. Поэтому вполне естественно предположить, что указанные факторы могут в ряде случаев существенно изменить условия группирования.

Рассмотрим влияние сопротивления среды на группирование механических частиц. Предположим, что частицы представляют собой твердые шарики,двигающиеся в вязкой несжимаемой жидкости. Как известно [2], сила сопротивления среды будет зависеть от значения числа Рейнольдса $R = \frac{av_0 \rho_2}{\eta}$. Приближенно можно считать, что при $R < 100$ справедлива формула Навье-Стокса для силы сопротивления:

$$W = -6\pi\eta ua, \quad (11)$$

где η – коэффициент вязкости; u – скорость частицы; a – ее радиус. При $R > 100$ справедлива формула [2]:

$$W = -\frac{C_w \pi a^2 \rho_2 u^2}{2}, \quad (12)$$

где C_w – постоянный коэффициент сопротивления;

ρ_2 – плотность жидкости.

Рассмотрим одномерное движение частиц, удовлетворяющих условиям, при которых справедлива формула (11).

Уравнение движения i -й частицы будет

$$\dot{x}_i = -\frac{9\eta}{\rho_1 a^2} x_i, \quad (13)$$

где $\frac{1}{2} \rho_1$ – плотность частицы.

Начальные условия оставляем такими же, как (2):

$$x_i = 0; \dot{x}_i = v_0 + v_1 \sin \omega t_i \text{ при } t = t_i. \quad (14)$$

Интеграл уравнения (13) при условии (14) будет

$$x_i = \frac{v_0 + v_1 \sin \omega t_i}{9\eta} \cdot \rho_1 a^2 \left[1 - e^{-\frac{9\eta}{\rho_1 a^2}(t-t_i)} \right].$$

Отсюда, аналогично (5), получаем

$$t = t_i - \frac{\rho_1 a}{9\eta} \ln \left(1 - \frac{X \cdot 9\eta}{\rho_1 a^2 v_0} + \frac{X \cdot 9\eta}{v_0 \rho_1 a^2} \cdot \frac{v_1}{v_0} \sin \omega t_i \right).$$

Учитывая, что $\frac{v_1}{v_0} = \varepsilon \ll 1$ и пренебрегая степенями $\frac{9\eta \varepsilon X \sin \omega t_i}{v_0 \rho_1 a^2 - 9\eta X}$ выше

первой, имеем

$$t = t_i - \frac{a^2 \rho_1}{9\eta} \left[\ln \left(1 - \frac{9\eta X}{\rho_1 a^2 v_0} \right) + \frac{\varepsilon \cdot 9\eta X \sin \omega t_i}{v_0 \rho_1 a^2 - 9\eta X} \right].$$

Если считать, что за каждую единицу времени вылетает постоянное число частиц радиуса a , суммарная масса которых равна $m_0(a)$, то, аналогично (9) имеем

$$M(X, t, a) = m_0(a) \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n \left(\frac{nX \omega \varepsilon}{v_0 - \frac{9\eta X}{\rho_1 a^2}} \right) \cdot \cos n\omega \left(t - \frac{\rho_1 a^2}{9\eta} \cdot \ln \left(1 - \frac{9\eta X}{\rho_1 a^2 v_0} \right) \right) \right], \quad (15)$$

где $M(X, t, a)$ – масса частиц радиуса a , пролетающих плоскость $x = X$ за единицу времени.

Также, как и раньше оставим в (15) один член ряда. Тогда для координат первой, т.е. более интенсивной, группы частиц радиуса a имеем

$$X = \frac{1,84 v_0}{\omega \varepsilon + \frac{1,84 \cdot 9 \eta}{\rho_1 a^2}}. \quad (16)$$

Если для рассматриваемых частиц вместо соотношения (11) будет справедливо соотношение (12), то уравнение движения частиц будет

$$x_i = -k^2 (x_i)^2, \quad (17)$$

$$\text{где } k^2 = \frac{3C_w \rho_2}{8\rho_1 a}.$$

Интегрируя (17) при начальных условиях (14) и рассуждая также, как при выводе выражений (9) и (15), получаем

$$M(X, t, a) = m_0 \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n \left(\frac{n(e^{k^2 X} - 1)}{k^2 v_0} \cdot \omega \varepsilon \right) \cdot \cos n\omega \left(t - \frac{e^{k^2 X} - 1}{k^2 v_0} \right) \right]$$

Отсюда для координат первого сгустка частиц радиуса a имеем

$$X_1 = \frac{1}{k^2} \ln \left(\frac{1,84 k^2 v_0}{\omega \varepsilon} + 1 \right). \quad (18)$$

Из выражений (16) и (18) следует, что при наличии сопротивления частицы разных радиусов будут группироваться в разных точках пространства. Если в потоке будут частицы не строго одинакового радиуса (это практически всегда выполняется), то расстояние от точки вылета до места группирования частиц разных радиусов будут сильно отличаться. На рис. 1 построены кривые $X_1(a)$ для разных скоростей v_0 по формуле (16). Верхняя кривая соответствует $v_0 = 3$ м/с а нижняя – $v_0 = 1$ м/с. Если, например, при $v_0 = 1$ м/с радиусы частиц будут лежать в пределах $0,45 \text{ мм} \ll a \ll 0,55 \text{ мм}$, то соответствующие этим радиусам группы будут на расстояниях $750 \text{ мм} \ll a \ll 940 \text{ мм}$. В случае $v_0 = 3$ м/с получаем еще более широкую область группирования при таких размерах частиц. Следовательно, в таком случае сгустки будут как бы расплываться. Следует отметить, что согласно (16),

производная $\frac{dX_1}{da}$ обращается в ноль при $a = 0$. Это значит, что кривые, изображенные на рис. 1, имеют горизонтальные касательные в точке $a = 0$. А из этого следует, что если радиусы частиц будут очень малы (порядка десятков микрон),

то группирование состоится. Если частицы радиусом 0,1 - 1 мм не строго калиброваны по размерам, то в области, где справедлива формула (11), будет наблюдаться явление расплывания сгустков. Оно будет тем интенсивнее, чем больше скорость v_0 . При очень малых радиусах частиц группы будут возникать, но очень близко от точки вылета.

На рис. 2 изображены кривые $X_1(a)$, построенные по формуле (18) для $v_0 = 1,12$ м/с (нижняя кривая) и $v_0 = 3,72$ м/с (верхняя кривая). Как видно, кривые имеют ветви почти параллельные горизонтальной оси. Это говорит о том, что в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса группирование будет более отчетливо выражено, чем при $R < 100$. Однако при больших скоростях и достаточно малых радиусах (левая часть верхней кривой рис. 2) сгустки будут расплываться.

Величиной, характеризующей расплывание сгустков, будет производная $\frac{dX_1}{da}$. Если Δ – разность между наибольшим и наименьшим значениями радиусов частиц в рассматриваемом потоке, то произведение $\Delta \cdot \frac{dX_1}{da}$ будет определять с точностью до Δ зоны группирования. Чем больше $\frac{dX_1}{da}$, тем больше расплывание. На рис. 3 прямая 1 разделяет область применимости формул (16) и (18). Кривая 2 соответствует конкретному значению $\frac{dX_1}{da} = 100$. В области, лежащей под этой кривой, расплывание значительно: $\frac{dX_1}{da} > 100$.

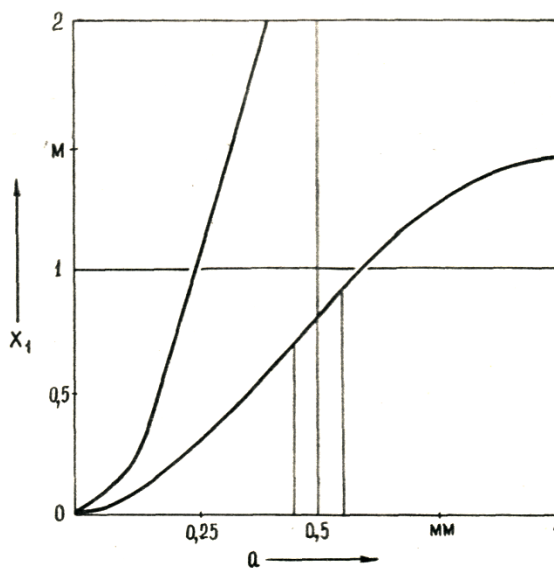


Рисунок 1. График $X_1=f(a)$ согласно (16)

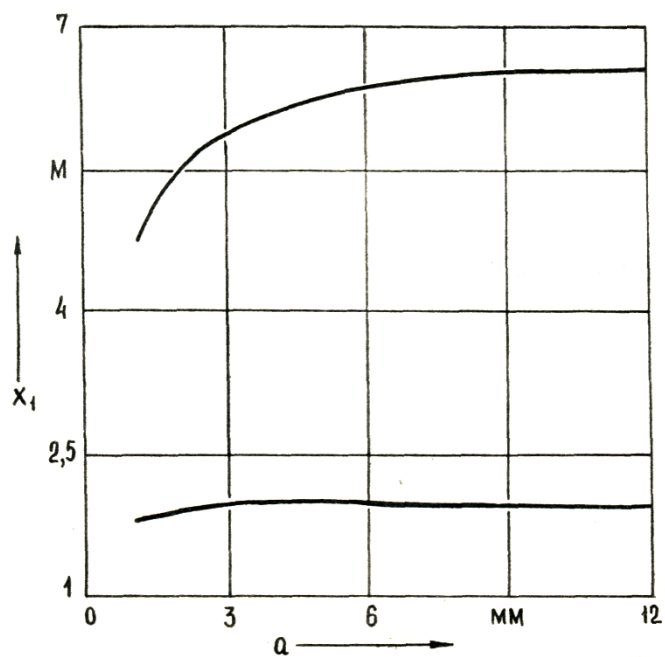


Рисунок 2. График $X_1 = f(a)$ согласно (18)

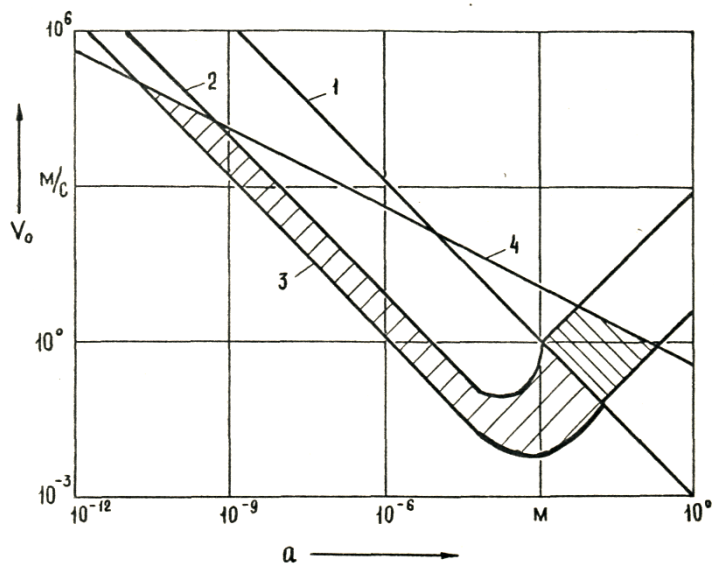


Рисунок 3. График $v_0 = f(a)$

Наблюдение явления группирования в этой области, по-видимому, будет затруднительно, так как ширина зоны группирования довольно значительна. Из формул (16) и (18) следует, что наличие сопротивления среды приближает зоны группирования к точке вылета. При некоторых значениях a и v_0 группы будут располагаться на расстоянии порядка нескольких радиусов частиц от точки вылета. На рис. 3 кривая 3 соответствует $X_l = 10a$. В области под этой кривой расстояние от точки вылета до зоны группирования будет менее $10a$. Таким образом, наиболее благоприятной областью для группирования твердых механических частиц является область между кривыми 2 и 3.

Рассмотренные теоретические представления о волновых механизмах движений и явлениях группирования твердых частиц в волновом поле объясняют факт быстрого формирования прочного и непроницаемого кольматационного экрана в проницаемых породах.

Литература

1. Эрдеи-Груз Г. Явления переноса в водных растворах. М.: Мир, 1976. - 596 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошных сред. Т.1. М.: Наука, 1970. - 492 с.
3. Мавлютов М.Р., Кузнецов Ю.С., Поляков В.Н. Управляемая кольматация призабойной зоны пластов при бурении и заканчивании скважин // Нефтяное хозяйство, 1984, №6. С. 7-10.