

УДК 681.5.015

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ
ТРУБОПРОВОДНОГО ТРАНСПОРТА**

MODELING OF DYNAMIC OBJECTS OF PIPELINE TRANSPORT

Габбасов Т. И., Ишемгузин А. И., Закирова Д. И.

ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический
университет», г. Уфа, Российская Федерация

T. I. Gabbasov, A. I. Ishemguzhin, D. I. Zakirova

FSBEI of HPE “Ufa State Petroleum Technological University”,
Ufa, the Russian Federation

E-mail: tim2421@yandex.ru, iaiufa@yandex.ru, mirramirtl@mail.ru

Аннотация. В статье исследуется построение дискретной модели объектов трубопроводного транспорта с использованием результатов пассивного или активного экспериментов. Актуальность задачи связана с тем, что в современных системах управления широко используются совместно цифровые и дискретные устройства и необходим единый подход к описанию таких систем.

Традиционно многие динамические системы и объекты описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, которые выводятся из физических законов. Для того чтобы аналоговую модель реализовать компьютерными средствами, эту модель далее подвергается процедуре дискретизации.

Другой подход связан с моделированием в форме дискретных функций. Дискретная динамическая модель объекта при этом является исходной и непосредственно на основе этой модели рассчитывается

передаточная функция. В качестве теоретической базы используется теорема Калмана, суть которой заключается в том, что выход системы в каждый момент времени определяется входным сигналом, его предысторией и предысторией самого состояния системы. Чем больше дискретных переменных учитывается в записи модели, тем выше ее точность. Результаты расчетов – значения коэффициентов и вид моделирующего разностного уравнения.

Рассмотрен пример построения дискретной модели с использованием линейных разностных уравнений и метода наименьших квадратов в качестве инструмента приближения разностного уравнения к экспериментальным данным.

Построение дискретной модели объекта может оказаться недостаточным для синтеза системы регулирования. В ряде случаев возникает необходимость получения аналоговой модели с целью дальнейшего использования хорошо разработанных методов непрерывных систем. Однако соответствия между преобразованием Лапласа и Z - преобразованием позволят вычислить непрерывную функцию, совпадающую с дискретной функцией, только в моменты квантования. Значения непрерывной функции между моментами квантования не могут быть определены однозначно. Одной дискретной функции может соответствовать множество аналоговых функций. Эффективным методом преодоления этого затруднения и получения адекватной непрерывной модели является применение преобразования Тастина. В работе рассмотрен переход к непрерывной модели с использованием модифицированного преобразования А. Тастина.

Abstract. The paper investigates the construction of a discrete model of pipeline transport, using the results passive or active experimentation.

Urgency of the problem stems from the fact that in modern management systems are widely used in conjunction digital and discrete devices and integrated approach is required to describe such systems.

Traditionally, many dynamical systems and objects are described by ordinary differential equations, which are derived from the laws of physics. In order to implement the model analog computer facilities, this model undergoes further sampling procedure.

Another approach involves the simulation in the form of discrete functions. Discrete dynamical model of the object in this case is the source and directly on the basis of this model is calculated transfer function. As a theoretical framework we use Theorem Kalman, the essence of which is that the output of the system at any given time is determined by the input signal, its background and the prehistory of the state of the system. The more discrete variables recorded in the recording pattern, the higher the accuracy. The results of calculations - the coefficient values and view of the difference equation modeling.

An example of the construction of the discrete model using linear differential equations and the method of least squares approximation as an instrument of the difference equation to the experimental data.

Construction of a discrete model of the object may not be sufficient for the synthesis of the regulatory system. In some cases there is a need for an analog model for future use well-developed methods of continuous systems. However, the correspondence between the Laplace transform and Z - transformation will allow to calculate a continuous function which coincides with a discrete function, only moments quantization. Values of a continuous function between the sample times cannot be determined unambiguously. A discrete function may correspond to a plurality of analog functions. Effective method to overcome this difficulty and obtain adequate

continuous model is the use of Tustin transformation . We consider a transition to a continuous model using a modified conversion A. Tustin .

Ключевые слова: дискретная модель, дискретная передаточная функция, объект управления, трубопровод, система управления, метод наименьших квадратов, динамическая модель, билинейное преобразование, преобразование Тастина.

Key words: discrete model, discrete transfer function, object management, pipeline management system, least squares method, the dynamic model, bilinear transform, Tustin.

В современных системах управления широко используются цифровые и дискретные устройства, для описания которых применяется аппарат Z-преобразования. В связи с этим при исследовании объектов таких систем актуальной является задача их моделирования в форме дискретных передаточных функций. Эта задача решается на основе непрерывной или дискретной модели [1].

В первом случае по экспериментальным отсчетам входного x и выходного y сигналов находится передаточная функция, $W(s)$, которая в последующем переводится в класс дискретных. Традиционно многие динамические системы и объекты описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, которые выводятся из физических законов, например сохранения массы и энергии. Для того чтобы аналоговую модель реализовать компьютерными средствами, эту модель необходимо подвергнуть процедуре дискретизации.

Во втором случае при моделировании в качестве исходной используется дискретная динамическая модель объекта и непосредст-

венно на основе этой модели рассчитывается передаточная функция $W(z)$ (рисунок 1).

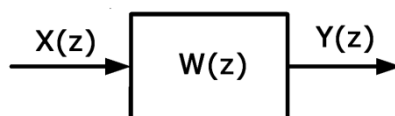


Рисунок 1. Модель объекта

Калманом была доказана теорема [2], согласно которой выходной динамический сигнал системы может быть представлен в виде:

$$y_i = a_0 \cdot x_i + a_1 \cdot x_{i-1} + \dots + a_m \cdot x_{i-m} + b_1 \cdot y_{i-1} + b_2 \cdot y_{i-2} + \dots + b_m \cdot y_{i-m}. \quad (1)$$

Суть теоремы Калмана (фильтра Калмана) заключается в том, что выход системы в i -ый момент времени определяется входным сигналом, его предысторией и предысторией самого состояния системы. Чем больше переменных учитывается в записи модели (1), тем выше ее точность.

Разностному уравнению (1) соответствует структурная модель (рисунок 2). На рисунке 2 прямоугольник со значком z^{-1} означает задержку на один такт.

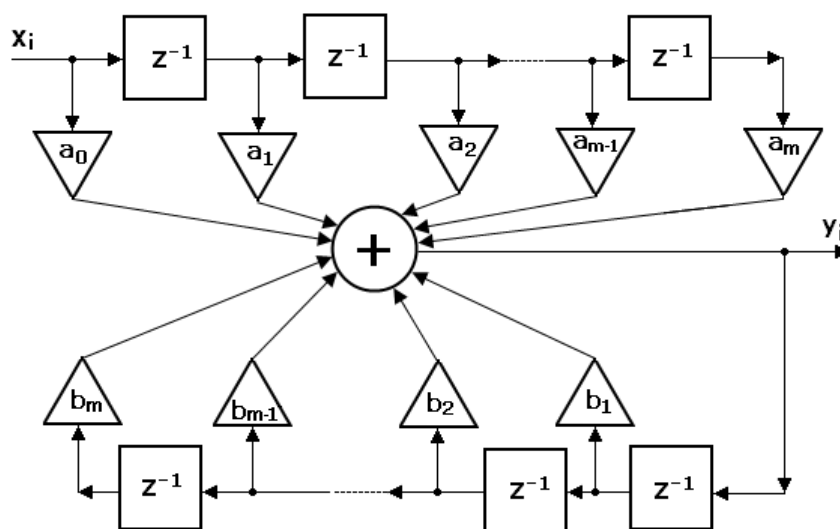


Рисунок 2. Структурная модель фильтра Калмана

При построении модели основным является определение коэффициентов $a_0, a_1, \dots, b_1, b_2, \dots$. Коэффициенты разностного уравнения могут быть определены с использованием метода наименьших квадратов (МНК)[3].

Дальнейший этап – получение цифровой передаточной функции по разностному уравнению (1).

Z-преобразование уравнения (1) даёт:

$$Y(z) = a_0 \cdot X(z) + a_1 \cdot z^{-1} \cdot X(z) + \dots + a_m \cdot z^{-m} \cdot X(z) + b_1 \cdot z^{-1} \cdot Y(z) + b_2 \cdot z^{-2} \cdot Y(z) + \dots + b_m \cdot z^{-m} \cdot Y(z).$$

откуда получается дискретная передаточная функция:

$$W(z) = \frac{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_m \cdot z^{-m}}{1 - b_1 \cdot z^{-1} - \dots - b_m \cdot z^{-m}} \quad (2)$$

Рассмотрим пример определения коэффициентов разностного уравнения (1) по результатам эксперимента. Проведено 19 измерений на выходе объекта при воздействии на его вход единичного скачка (таблица 1).

Таблица 1.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$y_{эi}$	0	0,3	1,1	2,4	3,6	4,45	5,1	5,7	6,2	6,5	6,73	6,9	7	7	7	7	7	7	7

При неизвестном порядке цифровой передаточной функции необходимо начинать с подбора простой модели, например, с модели второго порядка. Разностное уравнение Калмана 2-го порядка будет выглядеть следующим образом:

$$y_i = a_0 \cdot x_i + a_1 \cdot x_{i-1} + a_2 \cdot x_{i-2} + b_1 \cdot y_{i-1} + b_2 \cdot y_{i-2}. \quad (3)$$

Из таблицы 1 следует: $a_0 = 0, a_1 = 0,3, x_i = 1$ при $i \geq 0$.

Разностное уравнение (3) можно представить в виде системы:

$$y_0 = 0, \text{ при } i = 0;$$

$$y_1 = a_1, \text{ при } i = 1;$$

$$y_i = a_1 + a_2 + b_1 \cdot y_{i-1} + b_2 \cdot y_{i-2}, \text{ при } i \geq 2.$$

Программа расчета сводится к минимизации функционала[4]

$$F = \min \sum_{i=0}^{18} (y_{эi} - y_i)^2,$$

путем подбора параметров: a_2, b_1, b_2 .

На рисунке 3 представлен фрагмент программы формирования исходных данных и расчета коэффициентов разностного уравнения:

$$v := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 0 & 0.3 & 1.1 & 2.4 & 3.6 & 4.45 & 5.1 & 5.7 & 6.2 & 6.5 & 6.73 & 6.9 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a12 \\ b1 \\ b2 \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} 17 & \sum_{l=2}^{18} v_{1,l-1} & \sum_{l=2}^{18} v_{1,l-2} \\ \sum_{l=2}^{18} v_{1,l-1} & \sum_{l=2}^{18} (v_{1,l-1})^2 & \sum_{l=2}^{18} v_{1,l-1} \cdot v_{1,l-2} \\ \sum_{l=2}^{18} v_{1,l-2} & \sum_{l=2}^{18} v_{1,l-1} \cdot v_{1,l-2} & \sum_{l=2}^{18} (v_{1,l-2})^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sum_{l=2}^{18} v_{1,l} \\ \sum_{l=2}^{18} v_{1,l} \cdot v_{1,l-1} \\ \sum_{l=2}^{18} v_{1,l} \cdot v_{1,l-2} \end{pmatrix}$$

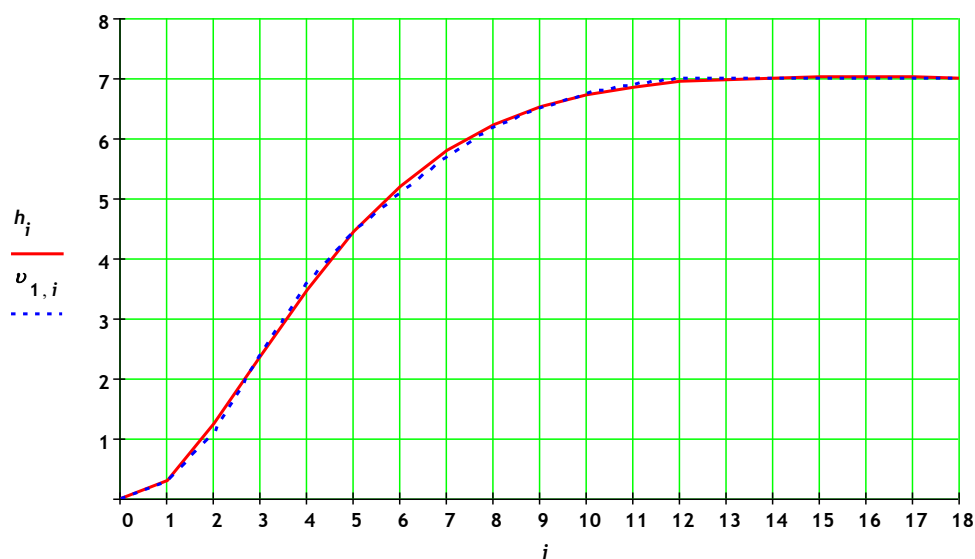
$$a0 := 0 \quad a1 := 0.3 \quad a2 := a12 - a1 \quad a2 = 0.522 \quad b1 = 1.374 \quad b2 = -0.492$$

$$h_0 := 0 \quad h_1 := 0.3 \quad i := 2..18 \quad h_i := 0.822 + 1.374 \cdot h_{i-1} - 0.492 \cdot h_{i-2}$$

Рисунок 3. Расчет коэффициентов разностного уравнения

Матрица $[v]$ представляет собой набор экспериментальных данных, по которым осуществляется расчет передаточной функции. Программа рассчитывает коэффициенты разностного уравнения по классической форме МНК [3].

Результаты расчетов – значения коэффициентов и вид моделирующего разностного уравнения. По рассчитанным коэффициентам и, соответственно, разностному уравнению, а также по экспериментальным данным, построены графики переходной функции экспериментальной и рассчитанной (рисунок 4). На этом же рисунке представлен итоговый функционал отклонений между экспериментальными и теоретическими данными, выраженный в относительном виде. На рисунке 5 приведена переходная характеристика, построенная по передаточной функции с помощью обратного Z – преобразования.



$$\Delta := \sum_{l=0}^{18} \left(\left| \frac{v_{1,l} - h_l}{7} \right| \right)^2 \quad \Delta = 1.256 \times 10^{-3}$$

Рисунок 4. Графики переходной функции

$$W(z) := \frac{0.3 \cdot z + 0.522}{z^2 - 1.374 \cdot z + 0.492} \quad H(z) := \frac{0.3 \cdot z + 0.522}{z^2 - 1.374 \cdot z + 0.492} \cdot \frac{z}{z - 1}$$

$$h_i := 7 - 7 \cdot \exp(-.35464 \cdot i) \cdot \cos(.2032 \cdot i) - 13.286 \cdot \exp(-.35464 \cdot i) \cdot \sin(.2032 \cdot i)$$

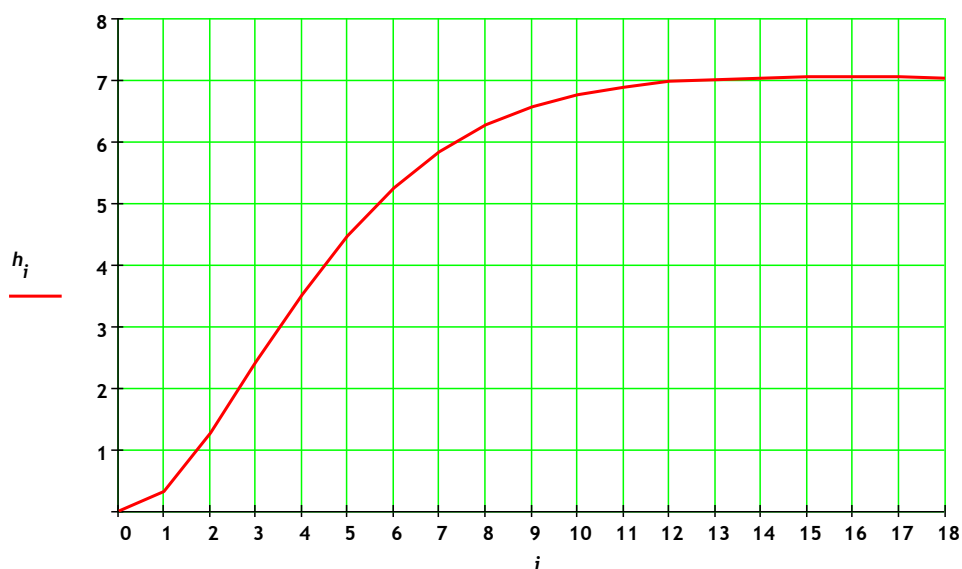


Рисунок 5. График переходной функции, полученный с помощью обратного Z – преобразования

Графики на рисунках 4, 5 показывают высокий уровень совпадения экспериментальной и рассчитанной характеристик.

В рассмотренном примере в качестве входного сигнала использовался единичный входной сигнал, поэтому матрица $[v]$ содержит только две строки исходных данных, номер измерения (0...18) и значения выходного сигнала. В случае произвольного входного сигнала матрицу $[v]$ необходимо дополнить отсчетами входного сигнала, которые соответствуют номеру измерения и выходным отсчетам. Алгоритм решения останется неизменным.

Построение дискретной модели объекта может оказаться недостаточным для синтеза системы регулирования. В ряде случаев возникает необходимость получения аналоговой модели с целью дальнейшего использования хорошо разработанных методов непрерывных систем. Соответствия между преобразованием Лапласа и Z - преобразованием позволят вычислить непрерывную функцию, совпадающую с дискретной функцией, только в моменты квантования. Значения непрерывной функции между моментами квантования не могут быть определены однозначно. Одной дискретной функции может соответствовать множество аналоговых функций. То есть, по дискретной модели невозможно определить, какая из аналоговых функций подвергалась квантованию (рисунок 6).

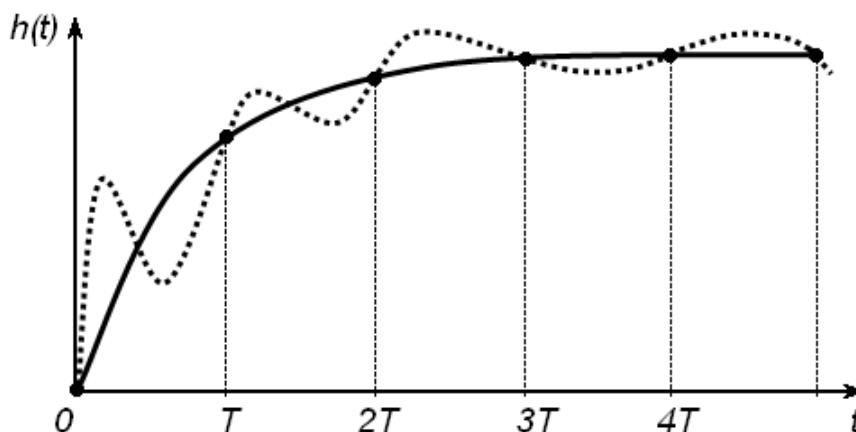


Рисунок 6. Восстановление непрерывного сигнала

Эффективным методом получения непрерывной модели является применение модифицированного преобразования Тастина.

$$s = \frac{w}{\operatorname{tg}\left(\frac{wT}{2}\right)} \frac{z-1}{z+1}. \quad (4)$$

При неизменном значении периода дискретизации T удовлетворительное соответствие динамики непрерывной системы с ее дискретной моделью можно получить подбором параметра Тастина w . На рисунке 7 представлена непрерывная переходная функция, полученная по соответствиям между преобразованием Лапласа и Z – преобразованием. Как видно из графика на начальном участке непрерывная переходная функция принимает отрицательные значения (рисунок 8), что не соответствует свойствам объекта.

Применение преобразования Тастина, получение аналоговой передаточной функции и непрерывной переходной характеристики иллюстрирует рисунок 9.

$$h(t) := 7 - 7 \cdot \exp(-.35464 \cdot t) \cdot \cos(.2032 \cdot t) - 13.286 \cdot \exp(-.35464 \cdot t) \cdot \sin(.2032 \cdot t)$$

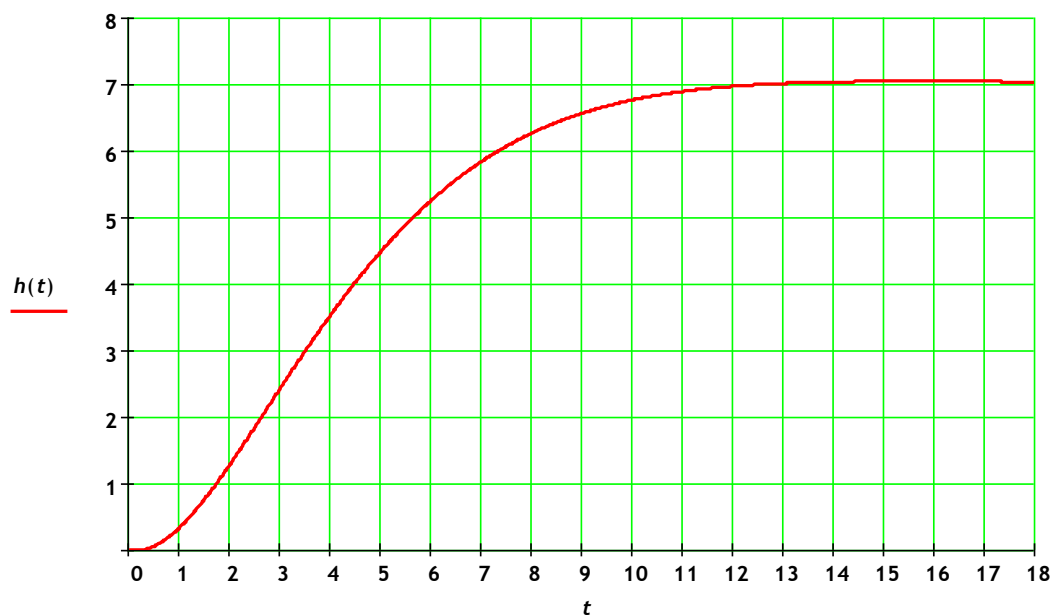


Рисунок 7. График непрерывной переходной функции, полученной по формулам соответствия между преобразованием Лапласа и Z – преобразованием

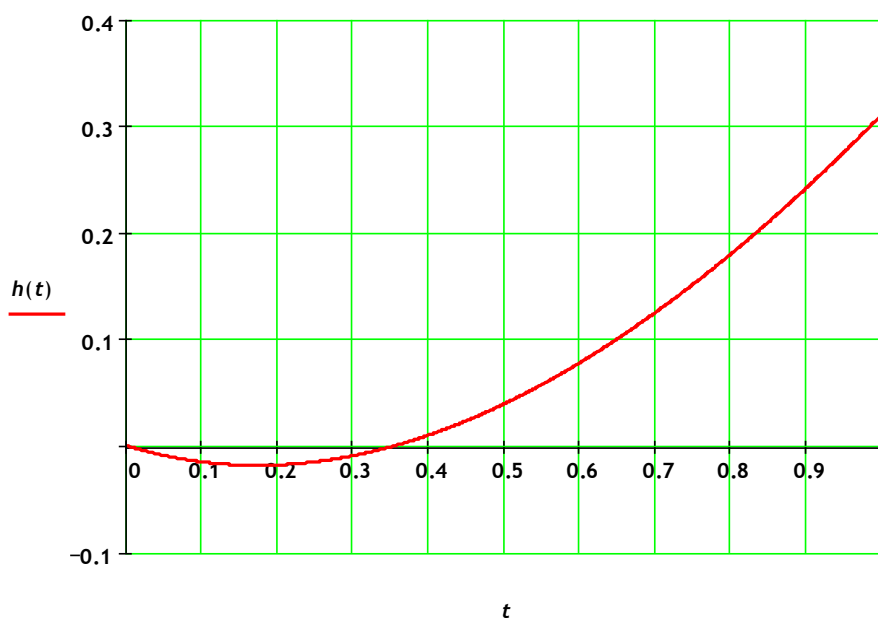


Рисунок 8. График переходной функции на начальном участке

$$w := 0.75 \quad T := 1 \quad z1 = 0.687 + 0.141i \quad z2 = 0.687 - 0.141i$$

$$s1 := \frac{w}{\tan\left(\frac{w \cdot T}{2}\right)} \cdot \frac{z1 - 1}{z1 + 1} \quad s2 := \frac{w}{\tan\left(\frac{w \cdot T}{2}\right)} \cdot \frac{z2 - 1}{z2 + 1}$$

$$s1 = -0.338 + 0.187i \quad s2 = -0.338 - 0.187i$$

$$W1(s) := \frac{A}{(s - s1) \cdot (s - s2)} \quad A := 7 \cdot s1 \cdot s2 \quad A = 1.044$$

$$W1(s) := \frac{1.044}{[s - (-0.338 + 0.187i)] \cdot [s - (-0.338 - 0.187i)]}$$

$$W1(s) := \frac{1.044}{|s^2 + .676 \cdot s + .149213|} \quad H1(s) := \frac{1.044}{|s^2 + .676 \cdot s + .149213| \cdot s}$$

$$h1(t) := -6.9967 \cdot \exp(-.338 \cdot t) \cdot \cos(.187 \cdot t) - 12.646 \cdot \exp(-.338 \cdot t) \cdot \sin(.187 \cdot t) + 6.9967$$

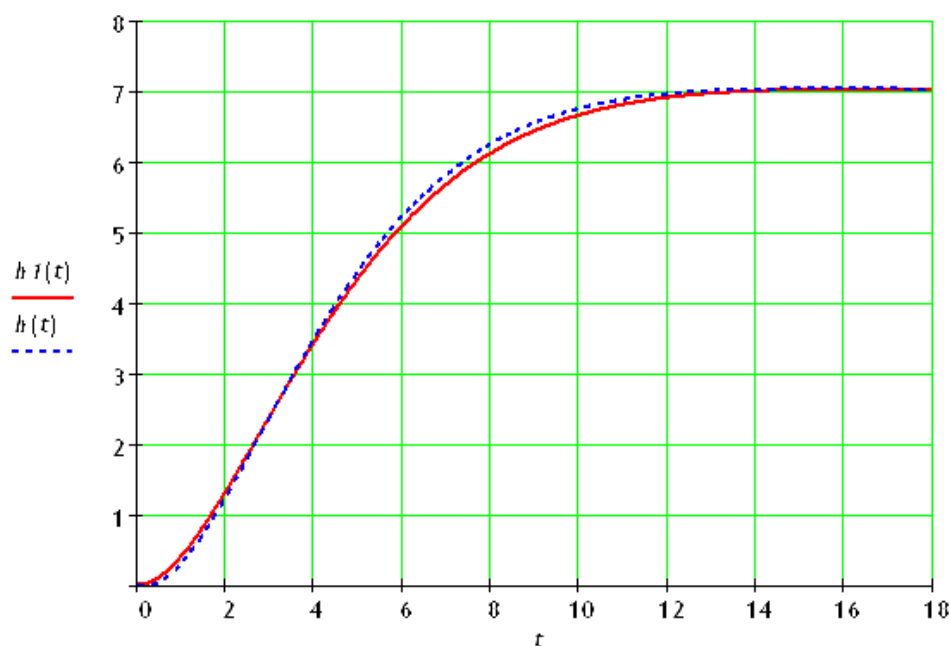


Рисунок 9. График переходной функции, полученный с помощью преобразования Тастина

Как видно из рисунка 9 полученная непрерывная переходная функция соответствует дискретной переходной функции и может быть использована для исследования систем аналоговыми методами.

Рассмотренный метод получения дискретной модели объекта может быть применен к разнообразным объектам, описываемым линейными дифференциальными уравнениями, или к объектам, которые могут быть аппроксимированы линейными дифференциальными уравнениями. К числу подобных объектов относится трубопровод, который описывается в общем случае нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных.

Для трубопровода путем упрощений можно построить модель на основе нелинейного дифференциального уравнения первого порядка[5]:

$$\frac{m}{f} \cdot \frac{dQ}{dt} + \frac{Q^2 \rho}{2fc^2} = f \Delta p,$$

где $Q = vf$ – объёмный расход жидкости в трубопроводе;

v – скорость жидкости;

$c < 1$ – коэффициент расхода,

f – площадь сечения трубопровода;

ρ – плотность жидкости,

Δp – перепад давления на трубопроводе.

Точность приближения, линейным разностным уравнением зависит от выбора, порядка этого разностного уравнения. В данном случае наилучшие результаты, могут быть получены, при использовании линейной дискретной модели до третьего порядка[6]. По экспериментальным данным, можно последовательно построить модели первого, второго и третьего порядка и остановиться на наиболее простой модели, которая показывает приемлемые результаты совпадения с экспериментальными данными.

Таким образом, можно аппроксимировать объект с распределенными параметрами, которым является трубопровод, линейным дискретным объектом с сосредоточенными параметрами. Это важный момент, позволяющий решение задач управления свести к линейным дискретным или непрерывным системам.

Выводы

Применение теоремы Калмана позволяет достаточно просто получить модель аналоговых систем и объектов в виде дискретной передаточной функции. Коэффициенты передаточной функции определяются с использованием МНК путем приближения соответствующего разностного уравнения к экспериментальным характеристикам.

При моделировании систем и объектов, например, трубопровода по различным техническим причинам не всегда может быть поставлен активный эксперимент по получению переходной характеристики. В этом случае дискретная модель может быть получена по результатам пассивного эксперимента при фиксации отсчетов входных и выходных переменных в ходе обычных условий эксплуатации.

Список используемых источников

1. Густав Олссон, Джангуидо Пиани. Цифровые системы автоматизации и управления. СПб.: Невский Диалект, 2001. 557 с.
2. Автоматизация типовых технологических процессов и установок/ Кори́тин А.М.[и др.]: учебник для вузов М.: Энергоатомиздат, 1988. 432 с.

3. Мэтьюз, Джон, Г., Финк, Куртис, Д. Численные методы. Использование MATLAB, пер. с англ. 3-е изд. М.: Издательский дом "Вильяме", 2001. 720с.

4. Гурский Д.А. Вычисления в MathCAD. М.: Новое знание, 2003. 814 с.

5. Комиссарчик В.Ф. Автоматическое регулирование технологических процессов. Тверь: Тверской гос. техн. ун-т, 2001. 248с.

6. Исакович Р. Я., Логинов В. И., Попадько В. Е. Автоматизация производственных процессов нефтяной и газовой промышленности: учебник для вузов. М.: Недра, 1983. 424 с.

References

1. Gustav Olsson, Dzhanguido Piani. Cifrovye sistemy avtomatizatsii i upravleniya. SPb.: Nevskii Dialekt, 2001. 557 s. [in russian].

2. Avtomatizatsiya tipovyh tehnologicheskikh processov i ustanovok/ Korytin A.M.[i dr.]: uchebnyk dlya vuzov M.: Energoatomizdat, 1988. 432 s. [in russian].

3. Met'yuz, Dzhon, G., Fink, Kurtis, D. Chislennye metody. Ispol'zovanie MATLAB, per. s angl. 3-e izd. M.: Izdatel'skii dom "Vil'yame", 2001. 720 s. [in russian].

4. Gurskii D.A. Vychisleniya v MathCAD. M.: Novoe znanie, 2003. 814 s. [in russian].

5. Komissarchik V.F. Avtomaticheskoe regulirovanie tehnologicheskikh processov. Tver': Tverskoi gos. tehn. un-t, 2001. 248s. [in russian].

6. Isakovich R. Ya., Loginov V. I., Popad'ko V. E. Avtomatizaciya proizvodstvennyh processov neftyanoi i gazovoi promyshlennosti: uchebnik dlya vuzov. M., Nedra, 1983. 424 s. [in russian].

Сведения об авторах

Information about authors

Габбасов Т. И., ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет», г.Уфа, Российская Федерация

T. I. Gabbasov, FSBEI of HPE “Ufa State Petroleum Technological University”, Ufa, the Russian Federation

Ишемгузин А. И., ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет», г. Уфа, Российская Федерация

A. I. Ishemguzhin FSBEI of HPE “Ufa State Petroleum Technological University”, Ufa, the Russian Federation

Закирова Д. И., ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет», г.Уфа, Российская Федерация

D. I. Zakirova FSBEI of HPE “Ufa State Petroleum Technological University”, Ufa, the Russian Federation

E-mail: tim2421@yandex.ru, iaiufa@yandex.ru, mirramirtl@mail.ru