

УДК 550.834

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ФИЛЬТРАЦИОННО-
ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ПРОНИЦАЕМЫХ
ПОРИСТЫХ ПЛАСТАХ**

**SPECTRAL RATIO FOR FILTRATION - WAVE FIELDS
IN HETEROGENEOUS POROUS FORMATIONS PERMEABLE**

Филиппов А.И., Ахметова О.В., Заманова Г.Ф., Ковальский А.А.
ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический
университет», филиал, г. Салават, Российская Федерация
ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет»,
г. Уфа, Российская Федерация

Filippov A.I., Akhmetova O.V., Zamanova G.F., Kovalskiy A.A.
FSBEI HPE “Ufa state petroleum technological university”,
Ufa, Russian Federation

FSBEI HPE “Bashkir state university”, Ufa, Russian Federation

Аннотация. Развѣт аналитический метод исследования фильтрационно-волновых полей в коллекторах нефти и газа, который позволяет свести волновые задачи к более простым для коэффициентов асимптотического разложения. Рассматриваемая в статье модель базируется на волновых уравнениях, выведенных из классического уравнения движения с учетом силы трения, величина которой получена из классического закона Дарси. Исполъзованный авторами подход к выводу волнового уравнения позволил выразить пьезопроводность и скорость распространения звука в среде через параметры среды. Обсуждаемая в статье пористая среда является слоисто неоднородной, поскольку состоит из трех слоев, а в каждом слое однородной и изотропной. На границах соприкосновения слоев заданы условия равенства давлений и потоков

флюида. В начальный момент времени на левой границе в интервале пласта включается источник колебаний, изменяющийся по гармоническому закону.

Проиллюстрировано нахождение простых аналитических зависимостей для расчета полей в каждом слое для нулевого коэффициента асимптотического разложения с использованием «в среднем точного» асимптотического метода, развитого ранее авторами для исследования фильтрационно-волновых полей в коллекторах нефти и газа. Полученные решения являются некоторым образом осредненными по толщине центрального слоя, что обуславливает физический смысл нулевого коэффициента разложения. Поэтому найденное выражение для нулевого коэффициента разложения в центральном слое представляет наиболее приближенную к искомой плоскую волну, или эквивалентную плоскую волну.

Построены аналитические спектральные соотношения для фильтрационно-волновых полей в неоднородных проницаемых пористых пластах. Приведены графические зависимости коэффициента поглощения и фазы от частоты и физических свойств пористой среды и насыщающего флюида. Построенные зависимости позволяют судить о характере изменения возмущений давления в слоисто неоднородной ортотропной пористой среде.

Abstract. An analytical method of investigating filtration-wave fields in the oil and gas reservoirs, which allows us to reduce the wave problems to easier ones for the coefficients of the asymptotic expansion. The model, considered in the paper, is based on the wave equations derived from the classical equations of motion, taking into account the friction force, the value of which is derived from the classical Darcy law. The approach to the wave equations used by the authors allowed them to express piezoconductivity and the velocity of sound in the medium through the parameters of the medium. The porous medium discussed in the article is inhomogeneous and consists of three layers, and each layer is

homogeneous and isotropic. The identical pressures and fluid flows are given at the boundaries of the contact layers. At the initial time in the left margin in the interval of reservoir the vibration source is switched on varying harmonically.

The finding simple analytical dependences for calculation of fields in each layer for a zero coefficient of the asymptotic expansion using the "average exact" asymptotic method developed by the authors for the study of filtration wave fields in the oil and gas reservoirs is illustrated. The resulting solutions are somehow averaged over the thickness of the central layer, which leads to the physical meaning of a zero expansion coefficient. Therefore, the expression obtained for the zero expansion coefficient in the central layer is the closest to the desired plane wave or an equivalent plane one.

The analytical relations for spectral filtration-wave fields in heterogeneous porous permeable formations have been constructed. The graphic dependence of the coefficients of absorption and phase versus frequency and physical properties of the porous medium and the saturating fluid are shown. Built dependencies allow exploring the nature of pressure changes of perturbations in the layered inhomogeneous porous medium.

Ключевые слова: нулевой коэффициент разложения, фильтрация, анизотропная среда, спектральные соотношения, коэффициент затухания, коэффициент фазы, волновое число, асимптотический метод.

Key words: zero expansion coefficient filtering, anisotropic medium, spectral ratios, the damping coefficient, the coefficient phase, the wave number, the asymptotic method.

Введение

Наиболее перспективными направлениями интенсификации добычи нефти из недр представляются способы, связанные с использованием акустических и электромагнитных полей, поэтому совершенствование технологии воздействия предполагает исследование волновых полей в

нефтяных пластах и скважинах [1], [2], [3]. Таким образом, развитие теории волновых полей в пласте и скважине представляет важнейшую научную проблему, имеющую большое практическое значение.

В работе [4] на примере модельной задачи показано применение аналитического метода исследования фильтрационно-волновых полей в коллекторах нефти и газа, который позволяет свести волновые задачи сопряжения к более простым для коэффициентов асимптотического разложения. Идеи используемого метода изложены в работах [3, 5]. В данной статье рассматривается способ представления упругих волновых полей в проницаемых пластах с использованием разработанного асимптотического метода.

На рисунке 1 показана геометрия течения в прямоугольной системе координат, ось z_d которой совпадает с осью скважины. Неоднородная среда представлена тремя областями с плоскими границами раздела $z_d = \pm h$, перпендикулярными вертикальной оси. Покрывающий и подстилающий пласты считаются слабопроницаемыми в горизонтальном направлении, средняя область толщины $2h$ ($-h < z_d < h$) является хорошо проницаемой и в горизонтальном и в вертикальном направлениях. Течение полагается плоским (в осях z_d, x_d). Окружающие породы являются сильно анизотропными, и несмотря на то, что в реальных условиях горизонтальная проницаемость преобладает над вертикальной, вертикальная составляющая градиента давления часто много больше горизонтальной, что позволяет пренебречь второй производной по координате x_d в уравнении для окружающей среды. Далее положим, что свойства подстилающих и покрывающих пластов идентичны. В соответствии с этим постановку задачи можно упростить, воспользовавшись условием симметрии $\partial P_d / \partial z_d (z_d = 0) = 0$.

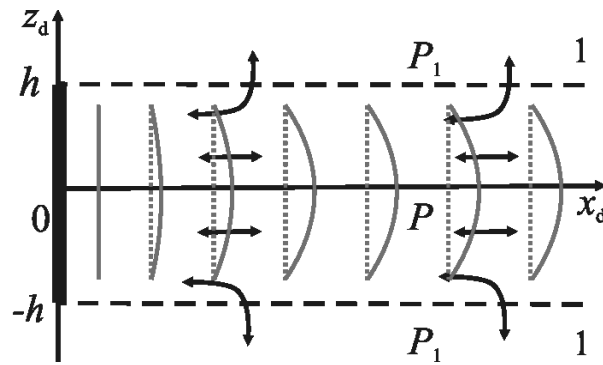


Рисунок 1. Геометрия задачи

Математическая постановка задачи для комплексного давления в таких предположениях включает волновое уравнение [4, 6], учитывающее преобладание вертикального движения, в верхнем пласте

$$\frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \hat{P}_{d1}}{\partial \tau^2} + \frac{1}{\chi_1} \frac{\partial \hat{P}_{d1}}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \hat{P}_{d1}}{\partial z_d^2} = 0, \tau > 0, z_d > h, \quad (1)$$

волновое уравнение в центральном пласте

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{P}_d}{\partial \tau^2} + \frac{1}{\chi} \frac{\partial \hat{P}_d}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \hat{P}_d}{\partial z_d^2} - \frac{\partial^2 \hat{P}_d}{\partial x_d^2} = 0, \tau > 0, 0 < z_d < h, x_d > 0, \quad (2)$$

условие симметрии в центре пласта

$$\frac{\partial \hat{P}_d}{\partial z_d}(z_d = 0) = 0. \quad (3)$$

В начальный момент времени возмущения давления отсутствуют

$$\hat{P}_{d1}(\tau = 0) = P_{01}, \hat{P}_d(\tau = 0) = P_{01}. \quad (4)$$

На границе раздела сред заданы равенства давлений и потоков

$$\hat{P}_{d1}(z_d = h) = \hat{P}_d(z_d = h), k_1 \frac{\partial \hat{P}_{d1}}{\partial z_d}(z_d = h) = k \frac{\partial \hat{P}_d}{\partial z_d}(z_d = h). \quad (5)$$

Давление на левой границе изменяется согласно зависимости

$$\hat{P}_d(x_d = 0) = P_{d0} \exp(i\omega_d \tau). \quad (6)$$

В уравнениях (1) и (2) введены обозначения:

$\chi_i = k_i / [\mu(m_0 \beta_i + (1 - m_0) \beta_s)]$ – коэффициент пьезопроводности,

$c_i^1 = \frac{\mu}{k_i \rho_0} \chi_i$ – скорость распространения фильтрационно-волновых

возмущений, где $i=1$ – номер среды.

С использованием следующих соотношений:

$$\tilde{P}_j = \frac{\hat{P}_{jd} - P_{01}}{P_{10}}, \quad x = \frac{x_d}{h}, \quad z = \frac{z_d}{h}, \quad t = \frac{\tau\chi_1}{h^2}, \quad Af = \frac{\chi_1^2}{h^2 c_1^2}, \quad X = \frac{\chi_1}{\chi},$$

$$K = \frac{k_1}{k}, \quad C = \frac{c_1^2}{c^2}, \quad \omega = \frac{h^2 \omega_d}{\chi_1},$$

задача (1) – (6) представляется в безразмерном виде. Установившееся решение безразмерной задачи отыскивается в виде

$$\hat{P}_1 = P_1 \exp(i\omega t), \quad \hat{P} = P \exp(i\omega t). \quad (7)$$

Рассмотрена более общая безразмерная задача для амплитуд давления, полученная из исходной введением произвольного асимптотического параметра ε перед первой и второй производными от функции возмущения давления в центральном пласте по z , как в уравнениях, так и в граничных условиях задачи. Такое введение формального параметра в задаче имеет физический смысл, заключающийся в том, что устремление его к нулю $\varepsilon \rightarrow 0$ приводит к выравниванию волнового фронта по толщине пласта

$$(i\omega - Af \omega^2) P_1 - \frac{\partial^2 P_1}{\partial z^2} = 0, \quad z > 1, \quad (8)$$

$$(i\omega X - Af C \omega^2) P - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < z < 1, \quad x > 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}(z=0) = 0, \quad (10)$$

$$P(z=1) = P_1(z=1), \quad \varepsilon K \frac{\partial P_1}{\partial z}(z=1) = \frac{\partial P}{\partial z}(z=1), \quad (11)$$

$$P(x=0) = P_0. \quad (12)$$

Решение задачи (8) – (12) может быть описано асимптотической формулой по параметру ε

$$P_1 = P_1^{(0)} + \varepsilon P_1^{(1)} + \dots + \varepsilon^n P_1^{(n)} + \theta_1^{(n)}, \quad P = P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \dots + \varepsilon^n P^{(n)} + \theta^{(n)}. \quad (13)$$

Выражения для нулевого приближения имеют вид

$$P^{(0)} = P_0 \exp\left(-\sqrt{i\omega X - Af C \omega^2 + K \varphi_1} x\right), \quad (14)$$

$$P_1^{(0)} = P_0 \exp\left(-\sqrt{i\omega X - Af C \omega^2 + K \varphi_1} x\right) \exp(-\varphi_1(z-1)), \quad (15)$$

где $\varphi_1 = \sqrt{i\omega - Af \omega^2}$.

Соотношение (14) описывает эквивалентную плоскую волну в центральном слое, а (15) – наиболее приближенные к искомым волновые поверхности в настиляющем пласте.

Для определения спектральных соотношений выражение (14) приведено к виду $P^{(0)} = P_0 \exp(-(\alpha + i\beta)x)$, где коэффициент поглощения α представляется выражением

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(K\gamma - Af C\omega^2)^2 + (X\omega + K\delta)^2} + K\gamma - Af C\omega^2 \right]}, \quad (16)$$

а коэффициент фазы β

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(K\gamma - Af C\omega^2)^2 + (X\omega + K\delta)^2} - K\gamma + Af C\omega^2 \right]}. \quad (17)$$

Выражения (16) и (17) содержат вспомогательные функции

$$\gamma = \sqrt{\frac{\omega}{2} (\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} - Af\omega)}, \quad \delta = \sqrt{\frac{\omega}{2} (\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} + Af\omega)}.$$

Формула для фазовой скорости волны $v = \omega / \beta$ имеет вид

$$v = \omega / \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(K\gamma - Af C\omega^2)^2 + (X\omega + K\delta)^2} - K\gamma + Af C\omega^2 \right]}. \quad (18)$$

Для однородной среды эти соотношения запишутся как

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{\omega}{2} (\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} - Af\omega)}, \quad (19)$$

$$\beta_1 = \frac{\omega}{2\alpha_1} = \sqrt{\frac{\omega}{2} (\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} + Af\omega)}, \quad (20)$$

$$v_1 = \frac{\omega}{\beta_1} = 2\alpha_1 = \sqrt{2\omega (\sqrt{Af^2\omega^2 + 1} - Af\omega)}. \quad (21)$$

На рисунке 2 представлены зависимости коэффициента поглощения от циклической частоты при ее малых (а) и больших (б) значениях, рассчитанные для неоднородной анизотропной среды по формуле (16) – кривые 1 ($k_1 = 3k$), 2 ($k_1 = 2k$), 3 ($k_1 = k$), 5 ($k_1 = 0.5k$), 6 ($k_1 = 0.3k$) и по формуле (19) – кривая 4 – для случая однородной изотропной среды. Сопоставление кривых показывает, что увеличение проницаемости вмещающей среды приводит к увеличению коэффициента затухания

кривые 1, 2, 3, а уменьшение к снижению коэффициента затухания кривые 5, 6 в сравнении с однородной средой – кривая 4, при достаточно больших ω . Различие между кривыми 3 и 4 описывает вклад анизотропии, поскольку окружающая среда считается проницаемой только в вертикальном направлении.

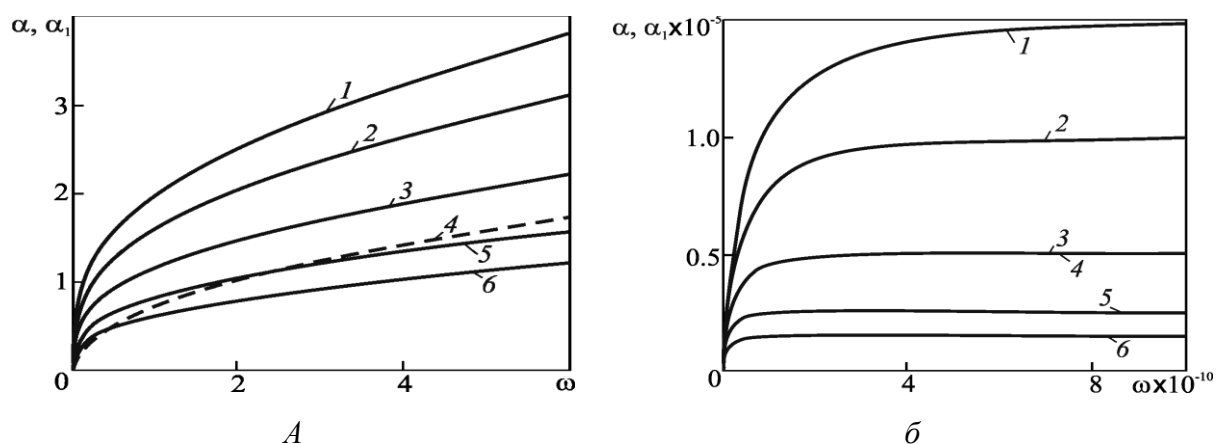


Рисунок 2. Зависимость коэффициента поглощения от циклической частоты при ее малых (*а*) и больших (*б*) значениях:
1, 2, 3, 5, 6 – неоднородная среда, 4 – однородная среда

На рисунке 3 представлены зависимости коэффициента фазы от циклической частоты, рассчитанные при тех же значениях, что и на рисунке 2 по формулам (17) для неоднородной среды и (20) для однородной. С увеличением частоты, как следует из анализа кривых, коэффициент фазы возрастает. При этом с увеличением проницаемости окружающих пород «крутизна» кривых возрастает. При больших значениях ω зависимость β от ω является линейной. Область нелинейной зависимости увеличивается с увеличением проницаемости окружающей среды.

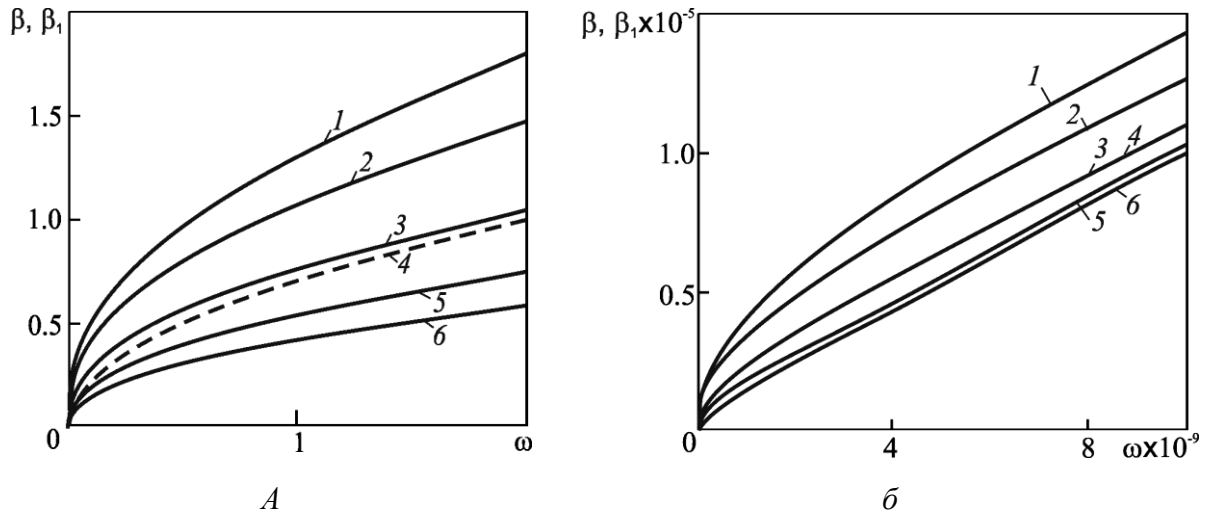


Рисунок 3. Зависимость коэффициента фазы от циклической частоты при ее малых (а) и больших (б) значениях: 1, 2, 3, 5, 6 – неоднородная среда, 4 – однородная среда

Рисунок 4 иллюстрирует зависимости фазовой скорости от циклической частоты, рассчитанные по формулам (21) – кривая 3 и (18) – кривые 1 ($k_1 = 0.3 k$), 2 ($k_1 = 0.5 k$), 4 ($k_1 = k$), 5 ($k_1 = 2 k$), 6 ($k_1 = 3 k$). Из рисунка следует, что при малых частотах с увеличением частоты фазовая скорость возрастает. При больших значениях безразмерных частот фазовая скорость от ω не зависит.

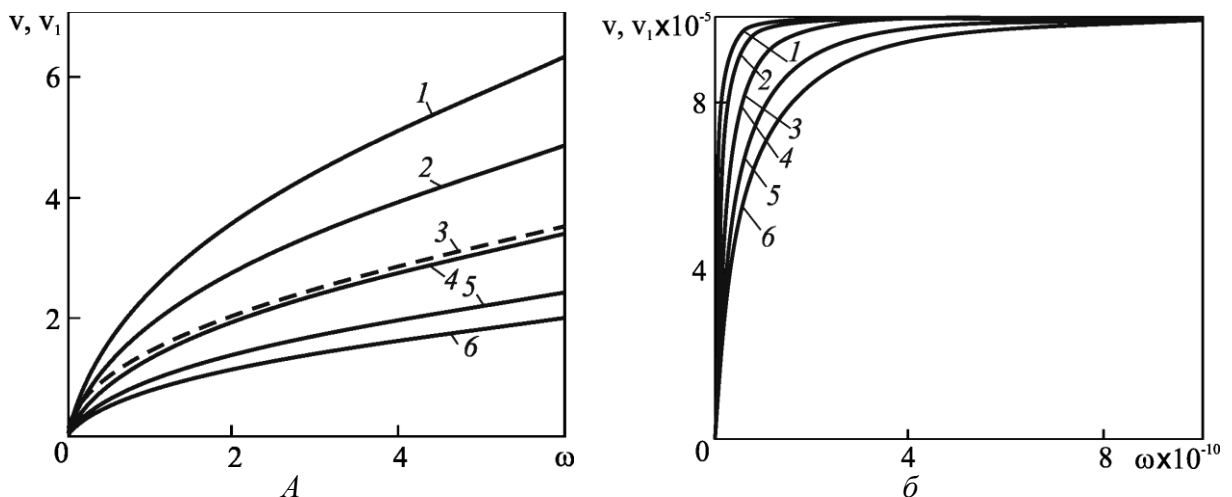


Рисунок 4. Зависимость фазовой скорости от циклической частоты при ее малых (а) и больших (б) значениях: 3 – однородная среда, 1, 2, 4, 5, 6 – неоднородная среда

Выводы

Итак, найденный нулевой коэффициент асимптотического разложения определяет наиболее приближенный к искомому плоский волновой фронт и спектральные соотношения для эквивалентной плоской фильтрационной волны.

Обозначения

A_f, C, K, X , – безразмерные вспомогательные коэффициенты;

c – скорость распространения фильтрационно-волновых возмущений, м/с;

k – проницаемость, m^2 ;

P_d – размерное давление, Па;

\hat{P} – размерное комплексное давление, Па;

P – амплитуда безразмерного давления;

t – безразмерное время;

m – пористость;

v, v_1 – фазовая скорость волны для неоднородной и однородной среды;

x_d, z_d – размерные и безразмерные линейные координаты соответственно, м;

x, z – безразмерные линейные координаты;

α – коэффициент поглощения в пласте для неоднородной среды;

α_1 – коэффициент поглощения в пласте для однородной среды;

β – коэффициент фазы для неоднородной среды;

β_1 – коэффициент фазы для однородной среды;

β_l, β_s – коэффициент сжимаемости жидкости и среды скелета соответственно, Pa^{-1} ;

δ, γ – вспомогательные функции частоты;

ε – параметр асимптотического разложения;

χ – коэффициент пьезопроводности, m^2/c ;

μ – вязкость, Па с;

ρ_0 – плотность жидкости в точке линеаризации, кг/м³;

τ – размерное время, с;

ω_d – циклическая частота, с⁻¹;

ω – безразмерная циклическая частота.

Индексы нижние: 0 – начальные значения параметров, 1, пробел – номер среды, z, x – направление, d (dimension) –размерный.

Индексы верхние (в скобках) – порядковый номер коэффициента асимптотического разложения.

Обозначения математических символов – общепринятые.

Список используемых источников

1 Стрекалов А.В., Хусаинов А.Т. Модель нестационарного течения и результаты стендовых испытаний // Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. 2014. №1. С. 114-136. URL: http://www.ogbus.ru/authors/Strekalov/Strekalov_5.pdf

2 Измайлова Г.Р., Гулимов А.В. Элементы математической модели термобарического воздействия на призабойную зону пласта нефтегазовой скважины // Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. 2013. №6. С. 159-179. URL: http://www.ogbus.ru/authors/IzmaylovaGR/IzmaylovaGR_1.pdf

3 Ахметова О.В., Филиппов А.И., Филиппов И.М. Квазистационарные поля давления при линейной фильтрации в неоднородном анизотропном пласте в асимптотическом приближении // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2012. № 3. С. 89-100.

4 Филиппов А.И., Ахметова О.В., Заманова Г.Ф. Асимптотические представления упругих волновых полей в проницаемых пластах// Акустический журнал. 2013. Т. 59, №5. С. 548 – 558.

5 Филиппов А.И., Ахметова О.В., Родионов А.С. Температурное поле турбулентного потока в скважине // Теплофизика высоких температур, 2013. Т.51, № 2. С. 277–286.

6 Фильтрационные волны в слабо анизотропной среде/ Филиппов А.И. и др.// Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18, № 4. С. 1004 – 1005.

References

1 Strekalov A.V., Husainov A.T. Model' nestacionarnogo techeniya i rezul'taty stendovyh ispytaniy // Neftegazovoe delo: elektron. nauch. zhurn. 2014. №1. S. 114-136. URL: http://www.ogbus.ru/authors/Strekalov/Strekalov_5.pdf

2 Izmailova G.R., Gulimov A.V. Elementy matematicheskoi modeli termobaricheskogo vozdeistviya na prizaboinuyu zonu plasta neftegazovoi skvazhiny // Neftegazovoe delo: elektron. nauch. zhurn. 2013. №6. S. 159-179. URL: http://www.ogbus.ru/authors/IzmaylovaGR/IzmaylovaGR_1.pdf

3 Ahmetova O.V., Filippov A.I., Filippov I.M. Kvazistacionarnye polya davleniya pri lineinoi fil'tracii v neodnorodnom anizotropnom plaste v asimptoticheskom priblizhenii // Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mehanika zhidkosti i gaza. 2012. № 3. S. 89-100.

4 Filippov A.I., Ahmetova O.V., Zamanova G.F. Asimptoticheskie predstavleniya uprugih volnovykh polei v pronicaemykh plastah// Akusticheskii zhurnal. 2013. T. 59, №5. S. 548 □ 558.

5 Filippov A.I., Ahmetova O.V., Rodionov A.S. Temperaturnoe pole turbulentnogo potoka v skvazhine // Teplofizika vysokih temperature. 2013. T.51, № 2. S. 277-286.

6 Fil'tracionnye volny v slabo anizotropnoi srede/ Filippov A.I. i dr.// Vestnik Bashkirskogo universiteta. 2013. T. 18, № 4. S. 1004 □ 1005.

Сведения об авторах

About the authors

Ахметова О.В., канд. физ-мат. наук, доцент кафедры ОНД, ФГБОУ ВПО УГНТУ, филиал, г. Салават, Российская Федерация.

O.V. Akhmetova, Candidate of physical and mathematical sciences, associate Professor of OSD, FSBEI HPE USPTU, in Salavat, the Russian Federation.

Филиппов А.И., д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой ТФ и МОФ, ФГБОУ ВПО БашГУ, филиал, г. Стерлитамак, Российская Федерация.

A.I. Filippov, Doctor of Technical Sciences, Professor, head of TPAPTM, FSBEI HPE BSU, branch Sterlitamaksky, Russian Federation.

Заманова Г.Ф., ассистент кафедры ХТП, ФГБОУ ВПО УГНТУ, филиал, г. Салават, Российская Федерация.

G.F. Zamanova, Assistant Lecturer СТР, FSBEI HPE USPTU, in Salavat, the Russian Federation

Ковальский А.А., советник ректора ФГБОУ ВПО БашГУ, г. Уфа, Российская Федерация.

A.A. Kowalski, Advisor to the Rector FSBEI HPE BSU, Ufa, Russian Federation.