

УДК 550.832.6

РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ГАЗОВОЙ СКВАЖИНЕ

Филиппов А.И., Ахметова О.В., Зеленова М.А., Крупинов А.Г.¹

*Институт математики и естественных наук Стерлитамакской государственной педагогической академии им. Зайнаб Бишиевой, г. Стерлитамак
e-mail: teorsgra@yandex.ru, ¹krupinov@mail.ru*

Аннотация. *Приведены основные уравнения и результаты расчетов температурных полей газовой скважины в зависимости от пространственных координат и времени. Построены графики температуры для различных режимов работы скважины и практически важные расчетные термограммы датчика, движущегося с постоянной скоростью вверх по стволу.*

Ключевые слова: *газовая скважина, температурное поле, термограмма, теплообмен, режим эксплуатации скважины*

Температурное поле газовой скважины имеет сложный, быстро меняющийся во времени и пространстве, характер. Теоретические расчеты таких полей составляют важную научную проблему, решение которой может быть использовано в различных приложениях при разработке газовых месторождений. В частности, построенные зависимости температуры от пространственных координат и времени могут быть использованы для диагностики работающих скважин, выявления температурных аномалий путем их сравнения с данными, полученными в результате измерений.

Представим, что газ движется вверх по вертикальной скважине радиуса r_0 . Ось z_d цилиндрической системы координат направлена вертикально вверх вдоль оси скважины ($z_d=0$ на забое). Радиальные координатные линии r_d располагаются в плоскости, перпендикулярной оси трубы. Предполагается, что окружающая среда однородная и ортотропная, температура отдаленных от скважины участков пород изменяется по линейному закону с расстоянием от забоя z_d . Рассматривается область глубин, куда не проникают сезонные колебания температуры на поверхности; на искомое решение накладывается также условие симметрии, заключающееся в том, что производная по радиальной координате на оси z_d в центре скважины обращается в нуль.

Режим течения газа по стволу скважины в большинстве случаев турбулентный [1], поэтому газ вследствие своего движения обладает ортотропными свойствами из-за возникающей турбулентности.

Как известно, для течений с дозвуковыми скоростями, каковые, в частности, имеют место при нормальной эксплуатации газовых скважин, тепловым воздействием на поле скоростей можно пренебречь по сравнению с основной причи-

ной, вызывающей движение. При фонтанной добыче, например, это энергия пласта, вызывающая разность давлений на забое и устье скважины. В этом случае с некоторыми допущениями газодинамическую задачу можно рассматривать отдельно от температурной.

Если давление и скорость в скважине неизменны во времени, равномерно распределены по сечению трубы (при установившемся турбулентном движении профиль скорости в центральной части потока приближается к выровненному [1, 2]) и имеют градиент только в вертикальном направлении, тогда газодинамическая задача существенно упрощается. Это допущение позволяет считать давление и скорость зависящими только от координаты z_d (средние значения давления и скорости в фиксированном сечении).

Дифференциальное уравнение изотермического движения сжимаемого газа в трубе получено в работе [2] и для вертикальной скважины записывается в виде [1]:

$$-\frac{dP}{dz_d} = \lambda_c \frac{\rho v^2}{4r_0} + \rho g + \frac{d(\rho v^2)}{dz_d}, \quad (1)$$

где λ_c – коэффициент сопротивления в формуле Дарси-Вейсбаха для потери напора на трение в трубе, в общем случае зависящий от режима движения жидкости (числа Re) и характеристики поверхности стенок труб (шероховатости). Падение давления в стволе скважины происходит за счет потерь на трение, преодоление силы тяжести и на увеличение скорости.

Решение уравнения (1) совместно с различными уравнениями состояния газа позволяет строить зависимости $P(z_d)$, $\rho(z_d)$, $v(z_d)$, $\eta(z_d)$ [1]; например, для газа Ван-дер-Ваальса можно получить следующую неявную зависимость плотности от вертикальной координаты в виде

$$z_d = \int_{\rho_3}^{\rho} \frac{\frac{Q_M^2}{\pi^2 r_0^4} \cdot \frac{1}{\rho'^2} - \frac{R\theta^* M}{(M - \rho' b)^2} + \frac{2a\rho'}{M^2}}{\lambda_c \cdot \frac{Q_M^2}{4\pi^2 r_0^5} \cdot \frac{1}{\rho'} + \rho' g} d\rho',$$

где a и b – константы Ван-дер-Ваальса; ρ_3 – плотность на забое (при $z_d=0$), Q_M – массовый дебит скважины; $\theta^* = const$ – такое значения температуры, которое наиболее приближают P и ρ к реальным величинам.

При движении газа по скважине одновременно наблюдаются различные тепловые процессы и эффекты. К ним относится нестационарный теплообмен с окружающими горными породами, охлаждение вследствие эффекта Джоуля-Томсона при дросселировании газа от места его залегания до забоя скважины, диссипативные процессы превращения механической энергии в тепло за счет внутреннего трения, адиабатический эффект при расширении газа от забоя к устью. Преобразование одних видов энергии в другие может быть описано уравнением баланса энергии, которое после преобразований [3] с использованием уравнений импуль-

сов, неразрывности, обобщенного закона трения Ньютона и уравнения (1) может быть приведено к виду

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \nu \rho c \frac{\partial \theta}{\partial z_d} + \nu \rho c \eta \left(\lambda_c \frac{\rho v^2}{4r_0} + \rho g + \frac{d(\rho v^2)}{dz_d} \right) - \operatorname{div}(\lambda \nabla \theta) = \lambda_c \frac{\rho v^3}{4r_0}. \quad (2)$$

Из полученного уравнения (2) следует, что адиабатический эффект наблюдается и при стационарном течении жидкости [4], причиной которого является гравитационное поле (второе слагаемое в круглых скобках) и градиент давления за счет изменения скорости, вызванного изменением плотности. Легко видеть, что первое слагаемое в круглых скобках и слагаемое в правой части представляют классический эффект Джоуля-Томсона, что соответствует ранее развитым представлениям [5, 4] и [6, 7], согласно которым коэффициент Джоуля-Томсона $\varepsilon_{дж} = (1 - \alpha_T \theta) / \rho c$ описывает вклад трения (первое слагаемое) и адиабатический эффект – второе слагаемое. Эффекты, связанные с гидравлическими потерями, неоднократно обсуждались в научной литературе [5, 8].

Используя уравнение неразрывности в форме $\rho(z_d)v(z_d) = \rho_0 v_0 = \text{const}$ (ρ_0, v_0 – значения плотности и скорости в фиксированном сечении) и принимая $\rho = \rho(z_d) = \rho_0 Z(z_d)$, получаем основное температурное уравнение

$$c \rho_0 Z \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z_d^2} + \lambda_r \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \right) - c \rho_0 v_0 \frac{\partial \theta}{\partial z_d} - c \rho_0^2 v_0 \eta \left(\frac{\lambda_c v_0^2}{4r_0 Z} + Zg - \frac{v_0^2 dZ}{Z^2 dz_d} \right) + \frac{\lambda_c \rho_0 v_0^3}{4r_0 Z^2}.$$

Математическая постановка задачи включает уравнение теплопроводности в окружающем трубу массиве

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \lambda_{1z} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z_d^2} + \lambda_{1r} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \right), \quad r_d > r_0, \quad t > 0, \quad z_d > 0 \quad (3)$$

и уравнение конвективной теплопроводности потока газа в скважине

$$c \rho_0 Z \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z_d^2} + \lambda_r \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \right) - c \rho_0 v_0 \frac{\partial \theta}{\partial z_d} + q, \quad r_d < r_0, \quad t > 0, \quad z_d > 0. \quad (4)$$

Причем выражение для плотности источников тепла определяется переходом механической энергии в теплоту (за счет трения) и адиабатическим эффектом (в предположении $\eta = \eta(z_d)$) в восходящем потоке газа

$$q(z_d) = \frac{\lambda_c \rho_0 v_0^3}{4r_0 Z^2} - c \rho_0^2 v_0 \eta \left(\frac{\lambda_c v_0^2}{4r_0 Z} + Zg - \frac{v_0^2 dZ}{Z^2 dz_d} \right).$$

На границе трубы и окружающего массива заданы условия равенства температур

$$\theta|_{r_d=r_0} = \theta_1|_{r_d=r_0} \quad (5)$$

и тепловых потоков

$$\lambda_r \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0} = \lambda_{1r} \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0}. \quad (6)$$

Начальные условия соответствуют естественной невозмущенной температуре Земли, возрастающей с глубиной z_d по линейному закону

$$\theta|_{z=0} = \theta_{01} - \Gamma z_d, \quad \theta_1|_{r=0} = \theta_{01} - \Gamma z_d, \quad (7)$$

которая совпадает с температурой в удаленных от трубы точках окружающего массива

$$\theta_1|_{r_d \rightarrow \infty} = \theta_{01} - \Gamma z_d. \quad (8)$$

В точке $z_d = 0$ температура потока изменяется по известному закону

$$\theta|_{z_d=0} = \theta_{10}(t). \quad (9)$$

Для обеспечения единственности решения задачи необходимо добавить граничные условия по z_d , однако необходимость их записи отпадает в результате пренебрежения вторыми производными по z_d после процедуры обезразмеривания.

При введении безразмерных переменных в задаче (3) – (9) использованы соотношения

$$\begin{aligned} r &= \frac{r_d}{r_0}, \quad z = \frac{z_d}{D}, \quad \text{Fo} = \frac{t a_{1r}}{r_0^2}, \quad a_{1r} = \frac{\lambda_{1r}}{\rho_1 c_1}, \quad \text{Pe} = \frac{v_0 r_0}{a_{1r}}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \quad \Lambda = \frac{\lambda_{1r}}{\lambda_r}, \\ T_1 &= \frac{\theta_1 - \theta_{01} + \Gamma z_d}{\theta_{11}}, \quad T = \frac{\theta - \theta_{01} + \Gamma z_d}{\theta_{11}}, \quad \chi = \frac{c_1 \rho_1}{c \rho_0}, \quad v = \frac{r_0}{D}, \\ Q(z) &= \frac{r_0^2 q(z_d)}{a_{1r} c \rho_0 \theta_{11}}, \quad T_0(\text{Fo}) = \frac{\theta_{10}(t) - \theta_{01}}{\theta_{11}}. \end{aligned}$$

При этом в уравнениях (3) и (4) слагаемые, содержащие вторую производную температуры по вертикальной координате, приобретают малый множитель – квадрат величины $v = \frac{r_0}{D} \sim 10^{-4}$, где $r_0 \sim 0,1$ м – радиус скважины и $D \sim 10^3$ м – ее длина. Поэтому слагаемые, содержащие коэффициент v^2 в уравнениях опущены.

В рассмотренной задаче заменой Λ на $\varepsilon \cdot \Lambda$ формально введен параметр асимптотического разложения ε [9]:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\varepsilon \Lambda Z(z)} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\text{Pe} v}{Z(z)} \left(\frac{\partial T}{\partial z} - 1 \right) - \frac{Q(z)}{Z(z)} = 0, \quad r < 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (11)$$

$$T|_{r=1} = T_1|_{r=1}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} = \varepsilon \Lambda \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad (13)$$

$$T|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad (14)$$

$$T_1|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (15)$$

$$T|_{z=0} = T_0(\text{Fo}). \quad (16)$$

Параметризованная задача (10) – (16) является задачей сопряжения, содержащей краевые условия 4-го рода и линейное неоднородное дифференциальное уравнение параболического типа с переменным коэффициентом $Z(z)$ и источником $Q(z)$.

Наличие переменного коэффициента, зависящего от вертикальной координаты, и источника тепла отличает ее от задачи для несжимаемой жидкости, рассмотренной ранее.

Решение строится в виде асимптотического ряда по параметру ε

$$T_j = T_j^{(0)} + \varepsilon T_j^{(1)} + \varepsilon^2 T_j^{(2)} + \dots, \quad (17)$$

где j – номер области, i – порядковый номер приближения.

Подставим выражение (17) в (10) – (16) и запишем задачу в виде рядов, сгруппировав слагаемые по степеням параметра разложения ε :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial r} \right) + \varepsilon \left[\frac{\partial T_1^{(1)}}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1^{(1)}}{\partial r} \right) \right] + \dots = 0, \\ & \varepsilon^{-1} \left[-\frac{\chi}{\varepsilon \Lambda Z(z)} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^{(0)}}{\partial r} \right) \right] + \\ & + \varepsilon^0 \left[\frac{\partial T^{(0)}}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\Lambda Z(z)} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \right) + \frac{\text{Pe } v}{Z(z)} \frac{\partial T^{(0)}}{\partial z} - \frac{\text{Pe } v}{Z(z)} \frac{Q(z)}{Z(z)} \right] + \\ & + \varepsilon \left[\frac{\partial T^{(1)}}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\Lambda Z(z)} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} \right) + \frac{\text{Pe } v}{Z(z)} \frac{\partial T^{(1)}}{\partial z} \right] + \dots = 0, \\ & (T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)} + \dots) \Big|_{r=1} = (T_1^{(0)} + \varepsilon T_1^{(1)} + \dots) \Big|_{r=1}, \\ & \frac{\partial (T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)} + \dots)}{\partial r} \Big|_{r=1} = \varepsilon \Lambda \frac{\partial (T_1^{(0)} + \varepsilon T_1^{(1)} + \dots)}{\partial r} \Big|_{r=1}, \\ & (T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)} + \dots) \Big|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad (T_1^{(0)} + \varepsilon T_1^{(1)} + \dots) \Big|_{\text{Fo}=0} = 0, \\ & (T_1^{(0)} + \varepsilon T_1^{(1)} + \dots) \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0, \\ & (T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)} + \dots) \Big|_{z=0} = T_0(\text{Fo}). \end{aligned}$$

Далее, как и в [9], описано решение параметризованных задач для нулевого и первого коэффициентов разложения температуры.

Отыскание нулевого и первого коэффициентов позволяет представить искомое решение в виде $T = T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)} + \Theta^{(1)}$. Вопрос о точности первого приближения решается путем оценки $\Theta^{(1)}$. Причем коэффициент $T^{(1)}$ может быть найден таким образом, что осредненное значение остаточного члена обращается в нуль $\langle \Theta^{(1)} \rangle = 0$ при любых значениях параметра ε . Такое асимптотическое приближение называется «в среднем точным».

Решение задачи в нулевом приближении в пространстве изображений Лапласа-Карсона получается в виде

$$T^{(0)n} = \int_0^z \left(1 + \frac{Q(\xi)}{\text{Pe } v} \right) \exp \left(- \int_{\xi}^z \alpha(z') dz' \right) d\xi + T_0^n(p) \exp \left(- \int_0^z \alpha(z') dz' \right), \quad r < 1, z > 0 \quad (18)$$

где $\alpha = \frac{pZ(z) + 2\chi k \sqrt{p}}{\text{Pe } v}$.

При малых временах ($Fo \rightarrow 0, p \rightarrow \infty, k \approx 1$) и в предположении, что $T_0^n(p)$ не зависит от p , решение в пространстве оригиналов находится с помощью известных формул обратного преобразования [10] в виде

$$T^{(0)} = \int_0^z \left(1 + \frac{Q(\xi)}{Pe v} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi(z-\xi)}{Pe v \sqrt{Fo - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{Pe v} dz'}} \right) \Phi \left(Fo - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{Pe v} dz' \right) d\xi +$$

$$+ T_0 \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi z}{Pe v \sqrt{Fo - \int_0^z \frac{Z(z')}{Pe v} dz'}} \right) \Phi \left(Fo - \int_0^z \frac{Z(z')}{Pe v} dz' \right), \quad Fo > 0, r < 1, z > 0.$$

Для первого приближения удовлетворить условию $T^{(1)}|_{z=0} = 0$ при любых r не представляется возможным. Последнее условие может быть выполнено только при некотором фиксированном значении радиальной координаты. Главной причиной этого является наличие погранслоя при малых z , что приводит к необходимости видоизменения начального условия в точке $z = 0$. Учет условия $T^{(1)}|_{z=0} = 0$ требует построения погранслоя ряда, поэтому на первом этапе решения без учета погранслоя оно должно быть заменено нелокальным среднеинтегральным условием. Такая замена граничного условия обладает преимуществом, заключающимся в возможности построения «в среднем точного» асимптотического решения, которое означает, что выражение для усредненного остаточного члена обращается в нуль. С учетом вышесказанного решение для первого коэффициента разложения в пространстве изображений имеет вид

$$T^{(1)n} = -\frac{\Lambda r^2 k \sqrt{p}}{2} T^{(0)n} + T_0^n(p) \frac{\Lambda k \sqrt{p}}{4} \exp \left(-\int_0^z \alpha(z') dz' \right) +$$

$$+ \frac{\Lambda \chi k^2 p}{2 Pe v} \int_0^z T^{(0)n} \exp \left(-\int_{\xi}^z \alpha(z') dz' \right) d\xi +$$

$$+ \frac{\Lambda k \sqrt{p}}{4} \int_0^z \left(1 + \frac{Q(\xi)}{Pe v} \right) \exp \left(-\int_{\xi}^z \alpha(z') dz' \right) d\xi, \quad r < 1, z > 0. \quad (19)$$

Из решений (18) и (19) следует, что нулевое приближение определяет средние значения температуры в скважине, а радиальные распределения температуры определяются первым коэффициентом разложения, поэтому практическое значение приобретают соответствующие решения в пространстве оригиналов.

Для нахождения аналитических зависимостей запишем решение (19) в пространстве оригиналов. При малых временах ($Fo \rightarrow 0, p \rightarrow \infty, k \approx 1$) и в предположении, что $T_0^n(p)$ не зависит от p , решение в пространстве оригиналов примет вид

$$\begin{aligned}
T^{(1)} = & \Lambda \frac{1-2r^2}{4} \int_0^z \left(1 + \frac{Q(\xi)}{\text{Pe} \nu} \right) \frac{\Phi \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}{\sqrt{\pi \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}} \exp \left(- \frac{\chi^2 (z-\xi)^2}{\text{Pe}^2 \nu^2 \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)} \right) d\xi + \\
& + T_0 \frac{\Phi \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}{\sqrt{\pi \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}} \exp \left(- \frac{\chi^2 z^2}{\text{Pe}^2 \nu^2 \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)} \right) \left(\Lambda \frac{1-2r^2}{4} + \frac{\Lambda \chi^2 z^2}{2 \text{Pe}^2 \nu^2 \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)} \right) + \\
& + \frac{\Lambda \chi}{2 \text{Pe} \nu} \int_0^z \int_0^{\xi'} \left(1 + \frac{Q(\xi)}{\text{Pe} \nu} \right) \frac{\Phi \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}{\sqrt{\pi \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}} \times \\
& \times \exp \left(- \frac{\chi^2 (z-\xi)^2}{\text{Pe}^2 \nu^2 \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)} \right) \frac{\chi (z-\xi)}{\text{Pe} \nu \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)} d\xi d\xi', \quad r < 1, \quad z > 0.
\end{aligned}$$

Найденный первый коэффициент разложения $T^{(1)}$ показывает радиальное распределение температуры, однако для практических приложений наибольший интерес представляет не само первое приближение, а разность температур между стенкой скважины и любой точкой внутри нее $\tilde{T} = T - T|_{r=1}$. Для малых времен в пространстве оригиналов \tilde{T} имеет вид

$$\begin{aligned}
\tilde{T} = & \Lambda \frac{1-r^2}{2} \left[\int_0^z \left(1 + \frac{Q(\xi)}{\text{Pe} \nu} \right) \frac{\Phi \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}{\sqrt{\pi \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}} \exp \left(- \frac{\chi^2 (z-\xi)^2}{\text{Pe}^2 \nu^2 \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)} \right) d\xi + \right. \\
& \left. + T_0 \frac{\Phi \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}{\sqrt{\pi \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)}} \exp \left(- \frac{\chi^2 z^2}{\text{Pe}^2 \nu^2 \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(z')}{\text{Pe} \nu} dz' \right)} \right) \right], \quad r < 1, \quad z > 0.
\end{aligned}$$

Полученные выше формулы составляют основу для научных и практических расчетов температурных полей в газовых скважинах. Ниже представлены практические результаты, полученные с использованием этих формул. Графические зависимости размерной температуры от времени и пространственных координат построены при следующих параметрах скважины: $D = 2000$ м; $r_0 = 0,031$ м;

$\theta^* = \theta_{01} = 323 \text{ К}$, $P_3 = 12,5 \text{ МПа}$; $\Delta_{ш} = 0,13 \text{ мм}$; наполняющего газа (метан): $M_m = 16,04 \text{ г/моль}$; $\lambda_m = 0,04963 \text{ Вт/(м·К)}$; $c_m = 2994,6 \text{ Дж/(К·кг)}$; $\mu_m = 14,82 \cdot 10^{-6} \text{ Па·с}$; окружающей среды (глинистый известняк): $\Gamma = 0,02 \text{ К/м}$; $\lambda_{ги} = 2 \text{ Вт/(м·К)}$; $c_{ги} = 840 \text{ Дж/(К·кг)}$; $\rho_{ги} = 2400 \text{ кг/м}^3$. В качестве уравнения состояния газа используется уравнение Ван-дер-Ваальса, позволяющее найти выражение для адиабатического коэффициента в виде

$$\eta = \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{R\theta M^3 - R\theta M^2 b \rho}{R\theta M^3 - 2aM^2 \rho + 4abM \rho^2 - 2ab^2 \rho^3}.$$

Вследствие эффекта Джоуля-Томсона в призабойной зоне скважины происходит снижение температуры газа, которое согласно [11, 5] может достигать нескольких десятков градусов, поэтому для расчетов температурный сигнал планта принят отрицательным и равным $\theta_0 = \theta_{10}(t) - \theta_{01} = -15 \text{ К}$.

На рис. 1 представлена зависимость средней по сечению температуры газового потока метана от глубины в разные моменты времени. Рис. 1а иллюстрирует поведение кривых при скорости газа на забое 4,3 м/с. Вследствие эффекта Джоуля – Томсона в зоне перфорации наблюдается отрицательный скачок температуры, далее термограмма пересекается геотерму и переходит в область квазистабильности с повышенной температурой. Таким образом, наблюдается максимум вблизи забоя скважины, что согласуется с развитой ранее теорией, в которой плотность принималась постоянной величиной, а теплообмен учитывался по закону Ньютона [11, 5]. Рис. 1б иллюстрирует изменение тех же зависимостей при существенном увеличении дебита скважины (скорость на забое 10,8 м/с). Кривые становятся более пологими, и зона влияния температурного сигнала при тех же временах смещается вверх по стволу.

Врезка на рис. 1б иллюстрирует отличие результатов развитой здесь теории от классической. Согласно развитым ранее представлениям стабилизированный градиент (при достаточно больших z) температуры в потоке даже с учетом адиабатического эффекта не зависит от вертикальной координаты. Учет сжимаемости газа приводит к тому, что это положение нарушается. Зависимость градиента от вертикальной координаты для стабилизированного теплообмена прослеживается сравнением геотермического распределения (*штриховая линия 4*) с расчетными кривыми (наиболее заметно на кривой 1).

Вблизи устья скважины наблюдается существенное отклонение от стабилизации, так как кривые с увеличением z приближаются к геотерме. Это явление объясняется вкладом адиабатического эффекта за счет расширения флюида. От забоя к устью расширение газа имеет место при любом режиме эксплуатации скважины и согласно формуле (1) происходит вследствие потерь давления на преодоление силы тяжести, на увеличение скорости и гидравлических потерь. Однако, этот эффект проявляется на термограмме лишь при больших дебитах, когда потери давления существенно возрастают, и ранее в научной литературе не обсуждался.

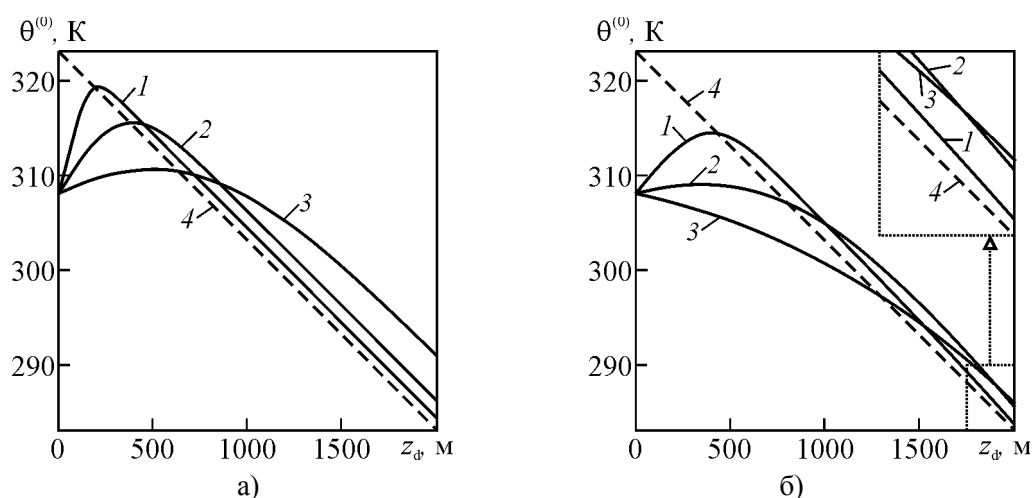


Рис. 1. Зависимость температуры в нулевом приближении от вертикальной координаты при массовых дебитах 100 т/сутки (а) и 250 т/сутки (б):

1 – $t = 2$ мин; 2 – 10 мин; 3 – 60 мин;

4 – естественная невозмущенная температура Земли

(или распределение температуры в скважине до момента пуска).

Наглядное представление об изменении термограмм в течение часа после пуска скважины иллюстрирует анимационный материал:

Рис. 1а – http://www.ogbus.ru/authors/FilippovAI/FilippovAI_1_ris1a.avi

Рис. 1б – http://www.ogbus.ru/authors/FilippovAI/FilippovAI_1_ris1b.avi

На рис. 2 проиллюстрировано изменение средней по сечению температуры на разных глубинах с течением времени. Здесь также наблюдаются максимумы температуры в определенные моменты времени вследствие влияния температурного сигнала, причем для массового дебита 250 т/сутки (объемный дебит, приведенный к нормальным условиям, $3,5 \cdot 10^5$ м³/сутки) максимум на термограммах сохраняется как для малых, так и для больших глубин, в то время как для массового дебита 100 т/сутки ($1,4 \cdot 10^5$ м³/сутки) на малых глубинах максимума не наблюдается.

Чтобы еще раз наглядно продемонстрировать существенное влияние режима эксплуатации скважины на параметры восходящего газового потока, на рис. 3 построена зависимость средней по сечению температуры на устье от массового дебита в разные моменты времени. Первоначальное возрастание температуры с увеличением дебита можно объяснить растущим влиянием конвективного теплопереноса, а дальнейшее убывание температуры связано, как уже отмечалось, с расширением газа вследствие значительных потерь давления при больших расходах.

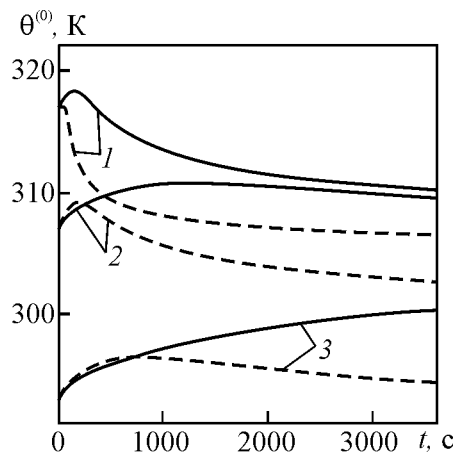


Рис. 2. Зависимость температуры в нулевом приближении от времени при массовых дебитах 100 т/сутки (сплошные кривые) и 250 т/сутки (штриховые кривые):
1 – $z_d = 300$ м; 2 – 800 м; 3 – 1500 м

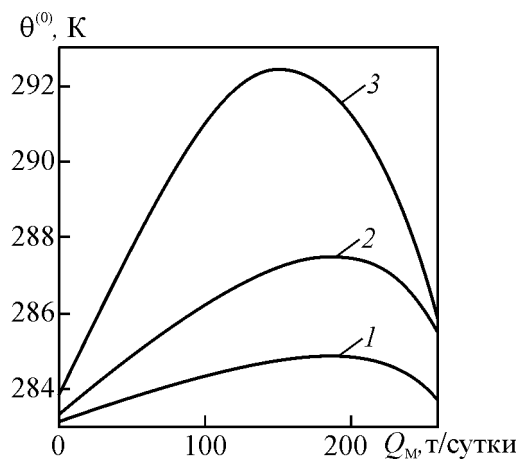


Рис. 3. Зависимость температуры на устье в нулевом приближении от массового дебита скважины: 1 – $t = 2$ мин; 2 – 10 мин; 3 – 60 мин

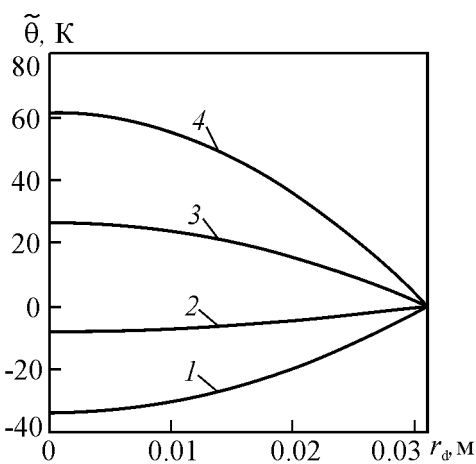


Рис. 4. Радиальный профиль температуры в скважине:
1 – $z_d = 500$ м; 2 – 700 м; 3 – 1000 м; 4 – 1500 м

Радиальный профиль температуры $\tilde{\theta} = \theta - \theta|_{r_d=r_0}$ через час после пуска скважины представлен на рис. 4. Рисунок демонстрирует переход кривых профиля из области отрицательных значений в область положительных по мере удаления от забоя, поскольку вблизи забоя влияние температурного сигнала еще велико, как видно из рисунка перепад температуры может достигать нескольких десятков градусов.

Кривые «в среднем точного» решения представлены на рис. 5. Построенные для разных глубин зависимости дают наглядное представление о радиальном распределении температуры внутри действующей газовой скважины. При смещении точки наблюдения вверх по стволу кривые сглаживаются, далее минимум температуры сменяется на максимум.

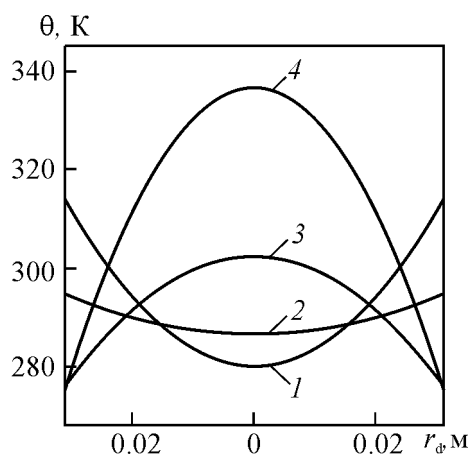


Рис. 5. Радиальное распределение температуры в скважине:

1 — $z_d = 500$ м; 2 — 700 м; 3 — 1000 м; 4 — 1500 м

Теоретические термограммы газовых скважин могут быть использованы для выявления возможных мест утечек газа, обводнения, температурных аномалий, связанных с окружающими геологическими условиями, газоносных пластов путем сравнения с термограммами, полученными в результате измерений температурного поля работающих скважин. Так как датчик температуры движется по стволу скважины с конечной скоростью, затруднено получение мгновенной термограммы в реальных условиях. Для этого необходимо использовать множество датчиков, регистрирующих температуру одновременно. В связи с этим представляет практический интерес термограмма, учитывающая движения самого датчика температуры с конечной скоростью. Такие теоретические термограммы датчика температуры, движущегося со скоростью 500 м/ч, представлены на рис. 6 и 7. В каждый момент времени температурное поле в скважине меняется, в результате получившиеся при движении датчика температуры показания отражают меняющуюся картину температурного поля в действующей скважине.

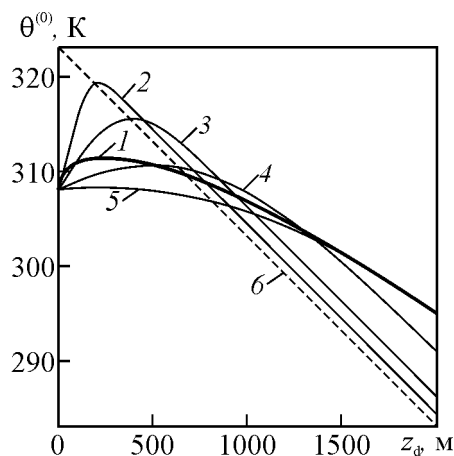


Рис. 6. Показания датчика температуры в зависимости от вертикальной координаты (утолщенная кривая 1) в сравнении с мгновенными термограммами:

2 – $t = 2$ мин; 3 – 10 мин; 4 – 60 мин; 5 – 240 мин;
6 – распределение температуры в скважине до момента пуска
(естественная невозмущенная температура Земли)

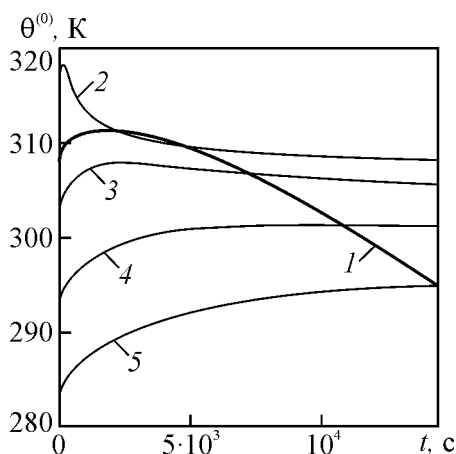


Рис. 7. Показания датчика температуры в зависимости от времени (утолщенная кривая 1) в сравнении с мгновенными термограммами:

2 – $z_d = 300$ м; 3 – 1000 м; 4 – 1500 м; 5 – 2000 м

Подводя итог вышеизложенному, следует отметить, что полученные аналитические зависимости, представляющие «в среднем точное» решение математической задачи о нестационарном температурном поле движущегося сжимаемого газа в скважине, отражают реальную картину тепло-газодинамических процессов, происходящих внутри действующей скважины. Полученные результаты согласуются с разработанной ранее упрощенной моделью теплообмена [11, 5] и составляют основу для исследования температурных полей в газовых скважинах. Особо следует отметить вновь построенные зависимости средней по сечению температуры от вертикальной координаты для больших дебитов, где выявлено существенное отклонение кривых от стабилизации из-за расширения газа, а также зависимости от радиальной координаты, которые уточняют представления о радиальном

распределении температуры в газовой скважине. Меняющееся температурное поле в действующей скважине существенно отличается от термограммы температурного датчика, движущегося с постоянной скоростью вверх вдоль ствола скважины. Полученные, таким образом, зависимости могут быть использованы для интерпретации термограмм действующих газовых скважин, измеренных в реальных условиях.

Обозначения

Латинские:

a_{1r} – коэффициент температуропроводности окружающей среды в радиальном направлении, $\text{м}^2/\text{с}$;

a , b – постоянные Ван-дер-Ваальса, $\text{м}^4 \cdot \text{Н}/\text{моль}^2$, $\text{м}^3/\text{моль}$, соответственно;

c , c_1 – удельная теплоемкость газа и окружающей среды соответственно, $\text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$;

$c_{\text{гн}}$, $c_{\text{м}}$ – удельная теплоемкость глинистого известняка и метана соответственно, $\text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$;

D – глубина скважины, м;

Fo – безразмерное время;

g – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$;

$k(x)$ – отношение функций Бесселя $K_1(x)$ и $K_0(x)$;

M – молярная масса газа, $\text{кг}/\text{моль}$;

$M_{\text{м}}$ – молярная масса метана, $\text{кг}/\text{моль}$;

p – параметр преобразования Лапласа-Карсона;

P – поле давления внутри скважины, МПа;

P_3 – давление газа на забое скважины, МПа;

Pe – аналог параметра Пекле;

q – плотность источников тепла, $\text{Вт}/\text{м}^3$;

$Q_{\text{м}}$ – массовый дебит скважины, $\text{кг}/\text{с}$;

$Q(z)$ – безразмерная функция источников;

$r_{\text{д}}$, r – соответственно размерная и безразмерная радиальная координата цилиндрической системы координат, м;

r_0 – внутренний радиус трубы, м;

R – универсальная газовая постоянная, равная $8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$;

Re – число Рейнольдса;

t – размерное время, с;

T , T_1 – безразмерное температурное поле газа и окружающей среды соответственно;

T_0 – безразмерный температурный сигнал пласта;

\tilde{T} – безразмерный радиальный профиль температуры внутри скважины;
 $v(x)$, v_0 – средняя по сечению трубы скорость и ее фиксированное значение соответственно, м/с;

z_d , z – соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата цилиндрической системы координат, м;

$Z(z_d)$ – относительная плотность газа.

Греческие:

α – вспомогательная функция;

α_T – коэффициент теплового расширения, 1/К;

Γ – геотермический градиент, К/м;

$\Delta_{ш}$ – абсолютная эквивалентная шероховатость труб, мм;

ε – параметр асимптотического разложения;

$\varepsilon_{дж}$ – коэффициент Джоуля – Томсона, К/Па;

η – адиабатический коэффициент, К/Па;

θ , θ_1 – температурное поле газа и окружающей среды соответственно, К;

θ^* – такое значение температуры газа в трубе, которое наиболее приближает давление и плотность газа к реальным значениям в газодинамической задаче, К;

θ_0 – температурный сигнал пласта, К;

θ_{01} – естественная невозмущенная температура Земли в точке $z_d=0$ (температура газа на забое перед пуском), К;

θ_{11} – константа, используемая для обезразмеривания, К;

$\theta_{10}(t)$ – заданная зависимость температуры газа от времени в точке $z_d=0$, К;

$\tilde{\theta}$ – радиальный профиль температуры внутри скважины, К;

Θ – остаточный член;

Λ – отношение теплопроводностей в радиальном направлении окружающей среды и газа;

λ , λ_1 – коэффициент теплопроводности газа и окружающей среды соответственно, Вт/(м·К);

λ_r , λ_z – коэффициент теплопроводности газа в радиальном и вертикальном направлении соответственно, Вт/(м·К);

λ_{1r} , λ_{1z} – коэффициент теплопроводности окружающей среды в радиальном и вертикальном направлении соответственно, Вт/(м·К);

$\lambda_{гн}$, λ_m – коэффициент теплопроводности глинистого известняка и метана соответственно, Вт/(м·К);

λ_c – коэффициент сопротивления в формуле Дарси-Вейсбаха для потери напора на трение в трубе;

μ_m – вязкость метана, Па·с;

v – отношение радиуса трубы к глубине скважины;

ξ – переменная интегрирования;
 $\rho(x)$, ρ_0 – плотность газа и ее фиксированное значение соответственно,
 кг/м³;

ρ_3 – плотность газа на забое (при $z_d=0$), кг/м³;

ρ_1 – плотность окружающей среды, кг/м³;

$\rho_{ги}$ – плотность глинистого известняка, кг/м³;

$\Phi(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ – единичная функция Хевисайда;

χ – отношение объемных теплоемкостей окружающей среды и газа в фиксированном сечении;

Нижние индексы:

1 – окружающая среда;

d – размерный;

j – номер области;

r – радиальное направление;

z – вертикальное направление;

ги – глинистый известняк;

з – забой скважины ($z_d=0$);

м – метан;

М – массовый;

ш – шероховатость;

Верхние индексы:

i – номер коэффициента разложения;

и – изображение Лапласа-Карсона.

Литература

1. Ахметова О.В., Крупинов А.Г. Расчеты поля давления стационарного потока газа в скважине // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. Том 7. № 11.1. С. 133 -137.
2. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.-Л.: ГИТТЛ, 1951. 224 с.
3. Филиппов Л.П. Явления переноса. М.: Изд-во МГУ, 1986. 120 с.
4. Филиппов А.И., Филиппов С.А. Термодинамика фильтрационных нефтегазовых потоков. Стерлитамак: Стерлитамак. гос. пед. ин-т; Стерлитамак. филиал Академии наук Республики Башкортостан, 2002. 200 с.
5. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965. 238 с.
6. Филиппов А.И., Ахметова О.В. Температурное поле в пласте и скважине. Уфа: АН РБ, Гилем, 2011. 336 с.
7. Филиппов А.И., Филиппов К.А. Интерпретация скважинных термограмм. Уфа: Гилем, 2004. 160 с.
8. Алиев Р.А., Белоусов В.Д., Немудров А.Г., Юфин В.А., Яковлев Е.И. Трубопроводный транспорт нефти и газа. 2-е изд. М.: Недра, 1988. 368 с.
9. Филиппов А.И., Михайлов П.Н., Ахметова О.В., Горюнова М.А. Анализ температурного поля цилиндрического потока на основе «в среднем точного» решения // Прикладная механика и техническая физика, 2010. Том 51. № 3. С. 84 - 93.
10. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. М.: Высшая школа, 1965. 466 с.
11. Проселков Ю.М. Теплопередача в скважинах. М.: Недра, 1975. 224 с.

COMPUTATIONS OF TEMPERATURE FIELD IN GAS WELL

A.I. Filippov, O.V. Ahmetova, M.A. Zelenova, A.G. Krupinov¹

Institute of mathematics and natural sciences of Biisheva Sterlitamak State

Pedagogical Academy, Sterlitamak, Russia

e-mail: teorsgpa@yandex.ru, ¹krupinov@mail.ru

Abstract. *The basic equations and results of computations of temperature fields in gas well depending on spatial coordinates and time are presented. The temperature graphs for different operating modes of the well and practically important computational thermograph of moving up the hole with constant velocity sensor are constructed.*

Keywords: *gas well, temperature field, thermograph, heat exchange, operating mode of well*

References

1. Akhmetova O.V., Krupinov A.G. Raschety polya davleniya statsionarnogo potoka gaza v skvazhine (The pressure field calculations of steady-state gas flow in a well), *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2011, Vol. 7, Issue 11.1, pp. 133 -137.
2. Charnyi I.A. Neustanovivsheesya dvizhenie real'noi zhidkosti v trubakh (Unsteady motion of a real fluid in pipes). Moscow - Leningrad, GITTL, 1951. 224 p.
3. Filippov L.P. Yavleniya perenosa (Transport phenomena). Moscow, MGU, 1986. 120 p.
4. Filippov A.I., Filippov S.A. Termodinamika fil'tratsionnykh neftegazovykh potokov (Thermodynamics of oil and gas filtration flows). Sterlitamak, SGPU. Branch of the Academy of Sciences of the Republic of Bashkortostan, 2002. 200 p.
5. Chekalyuk E.B. Termodinamika neftyanogo plasta (Thermodynamics of an oil reservoir). Moscow, Nedra, 1965. 238 p.
6. Filippov A.I., Akhmetova O.V. Temperaturnoe pole v plaste i skvazhine (The temperature field in the oil reservoir and the well). Ufa, AN RB, Gilem, 2011. 336 p.
7. Filippov A.I., Filippov K.A. Interpretatsiya skvazhinnykh termogramm (Interpretation of borehole thermograms). Ufa, Gilem, 2004. 160 p.
8. Aliev R.A., Belousov V.D., Nemudrov A.G., Yufin V.A., Yakovlev E.I. Truboprovodnyi transport nefti i gaza (Pipeline transportation of crude oil and natural gas). 2 ed. Moscow, Nedra, 1988. 368 p.
9. Filippov A.I., Mikhailov P.N., Akhmetova O.V., Goryunova M.A. Analysis of the temperature field of cylindrical flow based on an on-the-average exact solution, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 51, Number 3, pp. 369-376, DOI: 10.1007/s10808-010-0050-x (Transl. from: Filippov A.I., Mikhailov P.N., Akhmetova O.V., Goryunova M.A. Analiz temperaturnogo polya tsilindricheskogo potoka

na osnove «v srednem tochnogo» resheniya, *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*. 2010. Volume 51. Issue 3. PP. 84 - 93).

10. Ditkin V.A., Prudnikov A.P. Spravochnik po operatsionnomu ischisleniyu (Handbook of operational calculus). Moscow, Vysshaya shkola, 1965. 466 p.

11. Proselkov Yu.M. Teploperedacha v skvazhinakh (Heat transfer in wells). Moscow, Nedra, 1975. 224 p.