

УДК 622.276.031:53

**ОСОБЕННОСТИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В
УСЛОВИЯХ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

**FEATURES OF HYDRODYNAMIC MODELING IN THE CONDITIONS
OF A NONLINEAR FILTRATION**

Дубков И. Б., Королев М. С., Минаков С. В., Ярославцев К. В., Стрекалов А. В.
ООО НЦ «Нефтепроект», г. Тюмень
ФГБОУ ВПО ТюмГНГУ, г. Тюмень
ООО АЦ «Экспертиза», Тюмень, Россия

I. B. Dubkov, M. S. Korolyov, S. V. Minakov, K. V. Yaroslavtsev, A. V. Strekalov
LLC SC "Nefteproekt", Tyumen
LLC AC "Expertise", Tyumen
FSBEI HPE «Tyumen State Oil and Gas University», Tyumen, Russia

e-mail: Proect@NCNP.Ru

Аннотация. Статья посвящена проблемам математического описания нелинейностей, возникающих при фильтрации в условиях низкоскоростной и высокоскоростной фильтрации. Необходимость учета таких законов все чаще возникает при гидродинамическом моделировании газовых и нефтегазовых месторождений. Также в трещиноватых коллекторах проявления нелинейных законов фильтрации наблюдается и в нефтяных месторождениях.

В большей части случаев рассмотренного в статье математического описания достаточно для адаптации ГДМ посредством прямого переноса закона фильтрации из лабораторных исследований ядра в модель. Рассмотренное математическое описание законов фильтрации интегрировано авторами данной статьи в ГДМ месторождений нефти и газа и используется в расчетном комплексе Hydra'Sym.

Abstract. Article is devoted to problems of mathematical description of nonlinearities arising at a filtration in the conditions of a low-speed and high-speed filtration. Need of the accounting of such laws even more often arises with hydrodynamic modeling of gas fields and oil and gas fields. Also it is observed in oil fields with.

In most of the cases discussed in the article, the mathematical description is sufficient to adapt the GDM through direct transfer of filtration law of laboratory core analysis in the model considered here, the mathematical description of the laws of

filtering is integrated by the authors in the GDM oil and gas and is used in the calculation complex Hydra'Sym.

Ключевые слова: газовое месторождение, нефтегазовое, месторождение, гидродинамическое моделирование, нелинейная фильтрация, высокоскоростная фильтрация, низкоскоростная фильтрация.

Keywords: gas field, oil and gas, field, hydrodynamic modeling, nonlinear filtering, high-speed filtering, low-speed filtering.

В данной статье рассматривается проблема математического описания процессов фильтрации в пористой среде жидкости или газа с выраженными нелинейными эффектами в области сверхнизких и высоких скоростей.

Типичной задачей при моделировании гидродинамических процессов является расчет перепада или градиента давления при фильтрации текучих сред (ТС) через пористую среду в контрольном объеме, представленном ячейкой – элементом модели с плоскими гранями [1]. Модель элемента пласта – ячейки, представлена в виде параллелепипеда (или более сложной формы, но плоскими гранями), ограничивающего форму и размеры определенной части пласта (рисунок 1).

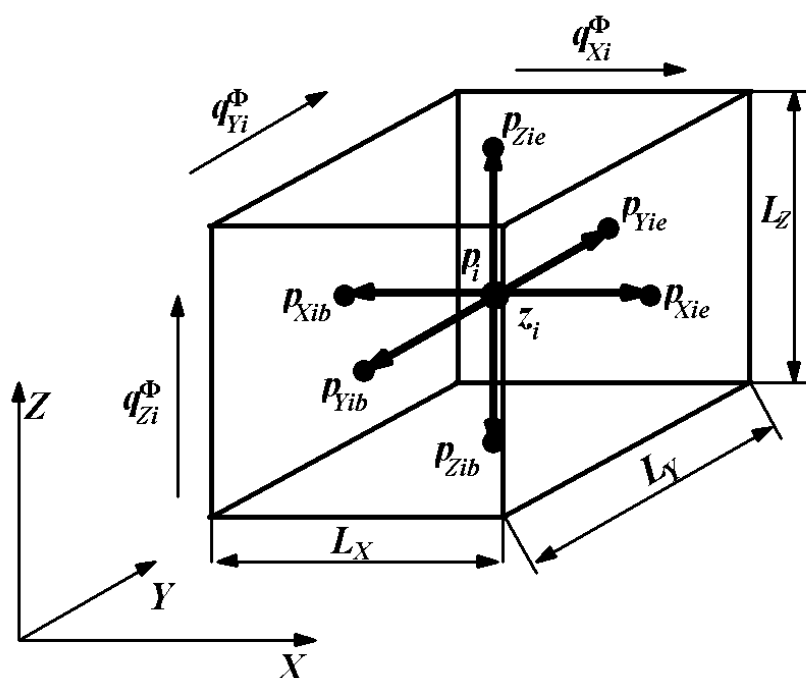


Рисунок 1. Схема элемента гидродинамической модели (ГДМ)

Для удобства дальнейшего описания и вследствие явного подобия закона Дарси закону Ома в случае соблюдения линейного закона фильтрации будем

понимать под гидравлическим сопротивлением ячейки i пласта между определенной парой граней отношение

$$R^{(S)} = \frac{\Delta p_g}{q_g}, \left[\frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^3} \right] \quad (1)$$

где S – ось, вдоль которой рассматривается течение в элементе;

$\Delta p_S = p_c - p_{gran}$ — перепад давления между центром ячейки и одной из граней;

q_g – объемный расход флюида через грань g .

Таким образом, замыкающее отношение, соответствующее линейному закону течения Дарси, вдоль оси S в ячейке будет

$$\Delta p_g = f_g(q_g) = \mu \frac{L_S}{2k^{(S)} F_g} q_g = R_i^{(S)} q_g, \quad (2)$$

где S – ось – направление от центра ячейки к ее грани $gran$, $0=X, 1=Y, 2=Z$;

L_S – длина ячейки вдоль оси S , м;

F_{gran} – площадь грани (средняя площадь фильтрации), м²;

Сопротивление согласно (1) и (2)

$$R^{(S)} = \mu \frac{L_S}{2k^{(S)} F_g}, \quad (3)$$

где $k^{(S)}$ – абсолютная проницаемость породы ячейки вдоль оси S , м².

Направления фильтрации ТС будем условно полагать только вдоль осей X , Y и Z .

Наличие множества компонентов текучих сред при фильтрации учитывается согласно относительным проницаемостям. В этом случае сопротивление фильтрации компонента Φ вдоль оси S ячейки будет (рисунок 1)

$$R^{(S)} = \mu_j \frac{L_S}{2\gamma_j(\sigma_j) \prod_{i=1, i \neq j}^N \lambda_{ji}(\sigma_i) k^{(S)} F_g}, \quad (4)$$

где $\gamma_j(\sigma_j)$ – функция относительной фазовой проницаемости (ОФП) компонента j от его объемной насыщенности – σ_j , д.е.;

μ_j – динамическая вязкость компонента j , Па · с;
 $\lambda_{ji}(\sigma_i)$ – функция относительного изменения ОФП компонента j от насыщенности компонента i , д.е.;
 N – количество рассматриваемых компонентов, шт.

По-сути функция $f_g(q_g)$ отражает закон фильтрации, иначе говоря, закон вязкостного внутрипорового трения, который также может быть получен через функцию градиента давления от скорости фильтрации

$$\frac{dp}{dl} = \sigma_0(\omega) = \frac{\nu \cdot \rho}{k_\phi} \omega, \quad (5)$$

$$f_g(q_g) = \sigma_0 \left(\frac{q_g}{F_g} \right) dl, \quad (6)$$

где $\omega = \frac{q_g}{F_g}$ – скорость фильтрации через грань $gran$, м/с;

q_g – объемный расход среды, м³/с;

ν – кинематическая вязкость, м²/с;

k_ϕ – фазовая проницаемость, м²;

ρ – плотность флюида, кг/м³;

$\sigma_0(\omega)$ – функция линейного закона внутрипорового трения;

σ – объемная насыщенность, д.е.;

m – текущая пористость, д.е.

Описанные отношения (1–6) соответствуют линейному закону фильтрации.

Вследствие того, что при моделировании реологических проявлений, фильтрации в трещинах и высокопроницаемых каналах возникают существенные или сверхнизкие скорости течения флюидов с доминированием капиллярных сил, необходимо учитывать нарушение линейного закона.

Так как на данный момент вопрос нарушения закона фильтрации Дарси не исчерпан, здесь предлагается несколько вариантов математического описания моделей – законов фильтрации для учета результатов лабораторных исследований керна при их интегрировании в общую ГДМ месторождения.

1. Общий случай – нелинейные произвольные законы фильтрации.
 Нелинейный закон фильтрации (**I приоритет**) по функции корректировки градиента давления от числа Рейнольдса – $\sigma_1(\omega)$

$$\frac{dp}{dl} = \sigma_1(\omega) = \frac{\nu \cdot \rho}{k_\phi} Rd(Re)\omega, \quad (7)$$

где $Rd(Re)$ – функция, зависящая от числа Рейнольдса для пористых сред и показывающая увеличение или уменьшение сопротивления при изменении Re . Функция $Rd(Re)$ равна 1 д.е., если линейный закон фильтрации соблюдается.

Данная функция может задаваться в исходных – настроечных данных формулой или табулирована с последующей интерполяцией.

Здесь $Re = \frac{\omega_{уст} \sqrt{k_\phi}}{\nu}$ – число Рейнольдса, д.е.; $\omega_{уст} = \frac{q_g}{F_g \cdot \sigma \cdot m}$ – истинная

скорость фильтрации, м/с.

2. Общий случай – нелинейные произвольные законы фильтрации. Нелинейный закон фильтрации (**II приоритет**) учитывается в функции корректировки градиента давления в зависимости от истинной скорости $\sigma_{II}(\omega)$. Данная функция задается в исходных данных формулой или табулирована с последующей интерполяцией

$$\frac{dp}{dl} = \sigma_{II}(\omega) = \frac{\nu \cdot \rho}{k_\phi} \delta(\omega_{уст}) \omega, \quad (8)$$

где $\delta(\omega_{уст})$ – зависящая от истинной скорости фильтрации и показывает увеличение или уменьшение сопротивления при изменении $\omega_{уст}$. Функция равна единице, если закон соответствует закону Дарси.

3. Частный случай – нелинейный составной закон фильтрации (III приоритет) – $\sigma_{III}(\omega)$.

Для расчета зависимости градиента давления от скорости фильтрации или наоборот требуется разделить закон фильтрации $\sigma_{III}(\omega)$ на две области определения:

– первая соответствует линейному закону фильтрации

$$\omega = \frac{k_\phi}{\nu \cdot \rho} \frac{dp}{dl} = \alpha \frac{dp}{dl}, \text{ т.е. } \alpha = \frac{k_\phi}{\nu \cdot \rho} \quad (9)$$

– вторая соответствует нелинейному закону фильтрации

$$\omega = B \left(\frac{dp}{dl} \cdot \lambda \right)^\phi + A \text{ при } \frac{dp}{dl} > 0 \quad (10)$$

$$\omega = - \left[B \left(\left| \frac{dp}{dl} \right| \cdot \lambda \right)^\phi + A \right] \text{ при } \frac{dp}{dl} < 0 \quad (11)$$

где λ – коэффициент равный 1 Па/м; A и B – коэффициенты, отыскиваемые в процессе настройки $\sigma_{III}(\omega)$;

φ – показатель нелинейности, д.е., который задается в исходных данных.

Переход от линейного к нелинейному закону фильтрации определяется числом Рейнольдса по Щелкачеву:

$$\text{Re} = \omega \frac{10\sqrt{k_\phi}}{m^{2.3} \nu} . \quad (12)$$

Критическая скорость и соответствующей ей критический градиент давления:

$$\omega_{кр} = \frac{m^{2.3} \nu}{10\sqrt{k_\phi}} \text{Re}_{кр}, \quad \left(\frac{dp}{dl} \right)_{кр} = gp_{кр} = \omega_{кр} \frac{1}{\alpha}, \quad (13)$$

где $\text{Re}_{кр}$ – критическое число Рейнольдса (задается в исходных данных), д.е.

Коэффициенты A и B находятся решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \alpha gp_{кр} = B (gp_{кр} \cdot \lambda)^\phi + A \\ \alpha = \phi \cdot B \cdot gp_{кр}^{\phi-1} \end{cases} \Rightarrow \quad (14)$$

$$B = \frac{\alpha}{\phi \cdot gp_{кр}^{\phi-1}}, \quad A = \alpha \cdot gp_{кр} - \frac{\alpha}{\phi \cdot gp_{кр}^{\phi-1}} gp_{кр}^\phi \quad (15)$$

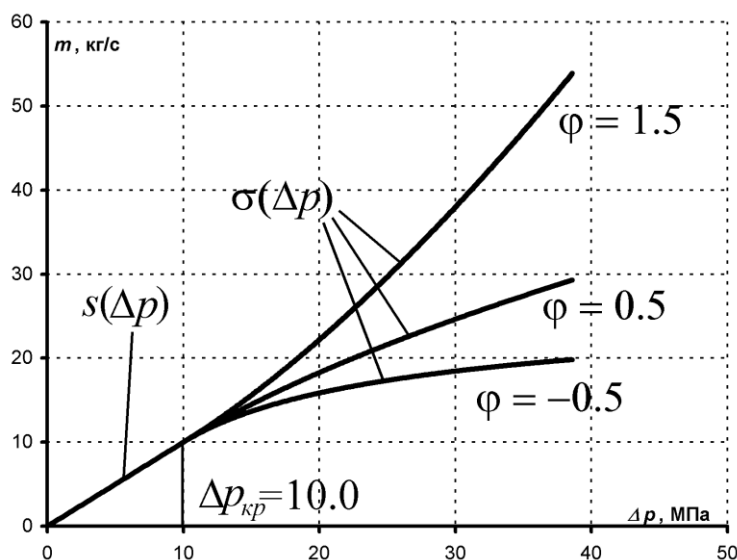


Рисунок 2. Составной закон фильтрации для различных коэффициентов φ при $\alpha=1$

На рисунке 2 показаны примеры составного закона фильтрации.

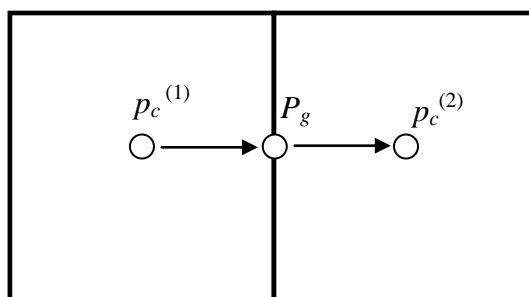
Градиент давления при известной скорости фильтрации для данного (составного) закона фильтрации можно определить решением уравнения

$$\frac{\omega - A}{B} = \left(\frac{dp}{dl} \cdot \lambda \right)^\phi \quad (16)$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dl} \cdot \lambda = \left(\frac{\omega - A}{B} \right)^{1/\phi} \quad (17)$$

Основные отличия рассматриваемой здесь методики расчета $f_g(q_g)$ заключаются в возможности гибкой настройки ГДМ для произвольных законов фильтрации, которые могут быть выявлены в результате проведения лабораторных испытаний пропускания ТС через керн в широком диапазоне расходов.

Фаза расчета перетоков между ячейками в ГДМ для любого момента времени в случае заданного закона фильтрации любым из предлагаемых способов требует решения нелинейного (в общем случае) уравнения относительно неизвестной скорости фильтрации при заданном перепаде давления между давлением в центре ячейки и среднего давления на каждой ее грани (рисунок 3).



Грань g

Рисунок 3. Схема расчета перетока между ячейками

Неизвестный расход флюида – q_g через грань – g можно рассчитать, решив уравнение вида

$$\Delta p_{gran} = p_c - p_{gran} = f_{gran}(q_{gran}) = \sigma_{0,I,II,III} \left(\frac{q_{gran}}{F_{gran}} \right) dl \quad (18)$$

при известном перепаде давления Δp_g .

Учитывая возможность выбора четырех вариантов закона фильтрации из $\sigma_0(\omega)$, $\sigma_I(\omega)$, $\sigma_{II}(\omega)$ и $\sigma_{III}(\omega)$ в дальнейшем будем полагать закон вязкостного внутривязкостного трения заданным для каждой ячейки в виде функций, связывающих градиент давления и скорости фильтрации $\sigma_i(\omega)$, где i – глобальный или локальный индекс ячейки. Если далее индекс не указан, то значит, имеется в виду общий случай.

Как видно из графика (рисунок 4) $\left(\frac{dp}{dl}\right)_0$ – критический градиент начала фильтрации, который складывается из градиента начала течения для флюида (задается в «РVT» свойствах флюида[2]) и из градиента начала фильтрации порового пространства пласта, который задается в свойствах каждого пласта.

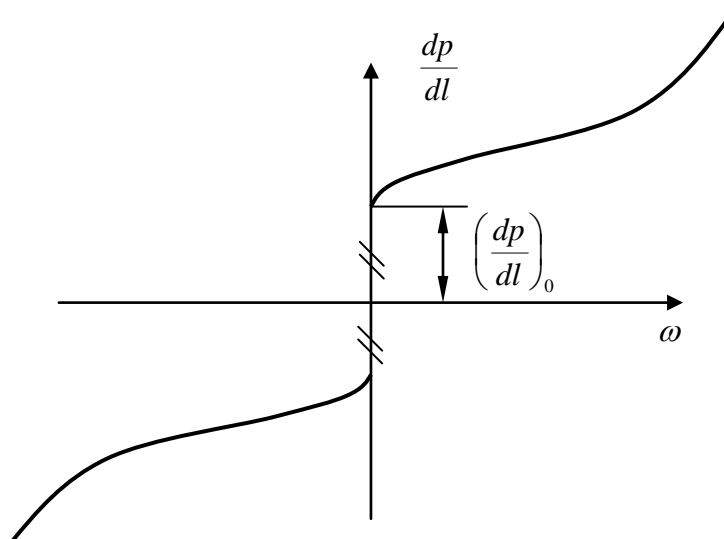


Рисунок 4. Общий вид зависимости закона фильтрации

Решение уравнения для нахождения скорости фильтрации от градиента давления, создаваемого внешними силами при не учете второго закона Ньютона, происходит следующим образом: из сложившегося градиента давления вычитается критический градиент давления, а затем функция закона фильтрации принимается проходящей через начало координат, т.е. решается уравнение относительно скорости фильтрации

$$\frac{dp}{dl} - \left(\frac{dp}{dl}\right)_0 = \sigma(\omega), \quad (19)$$

где $\sigma(\omega)$ – закон фильтрации, который может быть одним из четырех приоритетов: линейный и нелинейные – **I, II, и III.**

Известно, что большинство фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС) динамичны и изменяются в зависимости от внутривязкостного давления.

Так, например, при изменении пористости, вызванном изменением внутрипорового давления, изменяется и абсолютная проницаемость, а, следовательно, и все фазовые проницаемости (рисунок 5). В общем виде $\beta_m(\delta m)$ – это функция относительного приращения проницаемости от относительного приращения пористости.

Здесь величина $\delta m = \frac{m - m_0}{m_0}$ – относительное приращение пористости, д.е.; δk – относительное изменение проницаемости при относительном приращении пористости, д.е.

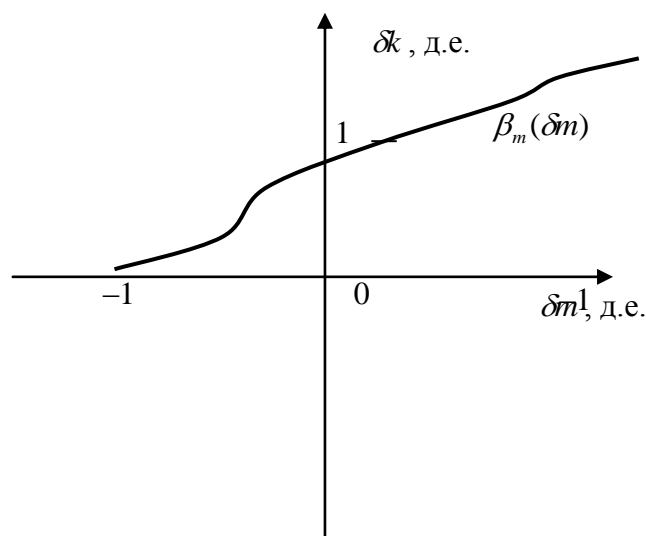


Рисунок 5. Зависимость относительного изменения (множителя) проницаемости от относительного приращения пористости

Т.е. итоговой абсолютной проницаемостью в любом из законов фильтрации будет

$$k = k_0 \delta k = k_0 \beta_m \left(\frac{m - m_0}{m_0} \right) \quad (20)$$

Также возможно предусмотреть корректировку абсолютной проницаемости от внутрипорового давления напрямую через функцию $\beta_p(\delta p)$ (рисунок 6).

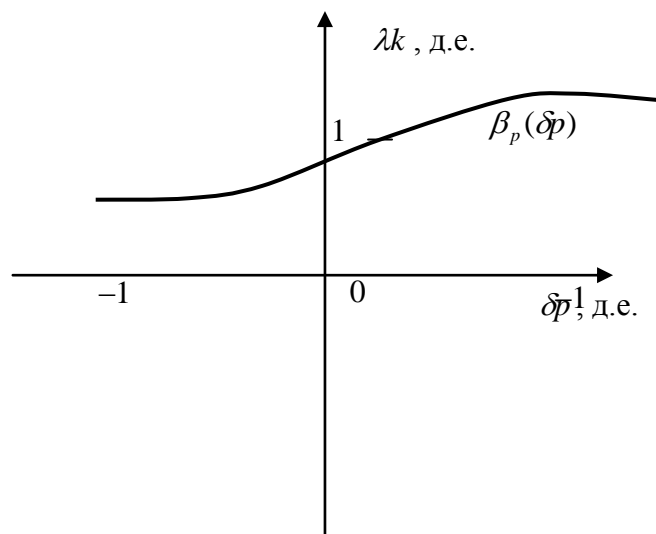


Рисунок 6. Зависимость относительного изменения (множителя) проницаемости от относительного приращения давления

Здесь подобно предыдущему примеру $\delta p = \frac{p - p_0}{p_0}$ – относительное приращение давления, д.е.; p_0 – начальное пластовое давление, которому соответствует начальная абсолютная проницаемость – k_0 ; λk – относительное изменение проницаемости при относительном приращении давления, д.е.

Данная функция необходима для учета изменения проницаемости от силы воздействия на пристеночную область – там, где ТС контактирует со стенками поровых каналов.

В этом случае итоговой абсолютной проницаемостью будет

$$k = k_0 \lambda k = k_0 \beta_p \left(\frac{p - p_0}{p_0} \right). \quad (21)$$

Полученная проницаемость в зависимости от выбранного закона фильтрации подставляется в соответствующее математическое описание (7–9).

Выводы

Рассмотренное здесь математическое описание законов фильтрации интегрировано авторами данной статьи в ГДМ месторождений нефти и газа и используется в расчетном комплексе Hydra'Sym[2].

Результаты ряда лабораторных исследований авторов данной статьи и других ученых [3,4] подтверждают необходимость учета в комплексной ГДМ месторождения нелинейных законов фильтрации, учитывающих уникальные особенности пористой среды в сочетании с физическими свойствами ТС.

В большей части случаев рассмотренного в статье математического описания достаточно для адаптации ГДМ посредством прямого переноса закона фильтрации из лабораторных исследований ядра в модель через (7) и (8). Такие закономерности в целом сходны с видом функции на рисунке 4 и отражают критический градиент давления начала течения, повышенные сопротивления на низких и высоких скоростях течения, линейный закон фильтрации на некоторых средних скоростях течения.

Литература

1. Стрекалов А. В. Математические модели гидравлических систем для управления системами поддержания пластового давления. Тюмень: ОАО Тюменский дом печати, 2007. 664 с.
2. О регистрации программы для ЭВМ. Комплекс универсального моделирования технических гидравлических систем поддержания пластового давления (Hydra'Sym): свидетельство № 2002611864. М. 2002. 1с.
3. Эффект асимметрии при фильтрации в анизотропных пористых средах /Семенов А. А. и др. // Технологии нефти и газа: науч.-технол. журн. №1(48) 2007. С. 52–55.
4. Семенов А. А. О вариантах нелинейных законов фильтрации для пористых сред, проявляющих в законе Дарси ортотропные фильтрационные свойства // Тезисы докладов 6-ой всероссийской конференции молодых ученых, специалистов и студентов по проблемам газовой промышленности России. М.: Нефть и газ 2005. С. 123–131.

References

1. Strekalov A. Mathematical models of hydraulic systems for management systems to maintain reservoir pressure. Tyumen: ОАО Tyumen house printing, 2007. 664 p.
2. The certificate number 2002611864 for registration of a computer program. Complex of universal modeling technology of hydraulic reservoir pressure maintenance systems (Hydra'Sym). M., 2002. 1p.
3. Semenov AA, etc. The effect of asymmetry in the anisotropic filtering in porous media // Technology of Oil and Gas: Scientific-Technological. Journal. Number 1 (48) 2007. P. 52–55.
4. Semenov AA variants of nonlinear filtration laws for porous media that exhibit in-law Darcy orthotropic filtration properties of the // Abstracts of the 2nd All-Russian conference of young scientists, professionals and students on the Russian gas industry. Moscow Oil and Gas, 2005. P. 121–131

Сведения об авторах

Дубков И. Б., канд.техн. наук, директор, ООО НЦ «Нефтепроект»,
Тюмень, Россия

I. B. Dubkov, PhD assisistant, director, LLC SC “Nefteproekt”, Tyumen, Russia

Королев М.С., канд.техн. наук, доцент ФГБОУ ВПО ТюмГНГУ, Тюмень, Россия

M. S. Korolyov, assisistant PhD, FSBEI HPE TyumGNGU, Tyumen, Russia.

Минаков С. В., руководитель проектов, ООО НЦ «Нефтепроект», Тюмень, Россия

S. V. Minakov, project manager, LLC SC “Nefteproekt”, Tyumen, Russia

Ярославцев К. В., ведущий инженер, ООО АЦ «Экспертиза», Тюмень, Россия

K. V. Yaroslavtsev, chief engineer, LLC AC “Expertise”, Tyumen, Russia

Стрекалов А. В., д-р техн. наук, профессор, кафедры Разработка месторождений
нефти и газа», ФГБОУ ВПО ТюмГНГУ, Тюмень, Россия.

A. V. Strekalov, PhD, professor department of “Development of oil and gas”, FSBEI
HPE TyumGNGU, Tyumen, Russia.

e-mail: Proect@NCNP.Ru