

**НОВОЕ В УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССАМИ РАЗРАБОТКИ
НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ИЛИ К ВОПРОСУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ДОБЫЧИ НЕФТИ
НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

Агаев В.С.

НИПИ НЕФТЕГАЗ ГНКАР

mirvagif@mail.ru

В статье излагаются методологические и практические вопросы анализа временных рядов применительно к динамической системе разработки нефтяного месторождения. Предполагается, что развитие данной системы происходит под внешним воздействием, т.е., в нефтеносные пласты для поддержания в них давления закачивается вода. При этом большую теоретическую и практическую ценность приобретают задачи прогнозирования технологических показателей, определения передаточной функции инерционной системы и проектирования регулирующих схем с прямой и обратной связью. Все эти задачи исследуются с использованием одного и того же аппарата по анализу временных рядов, который заметно стал развиваться в последнее время. Такое развитие вполне логично в контексте усовершенствования современных информационно-измерительной и компьютерной технологий, являющихся неотъемлемой частью современных систем управления технологическими процессами. Поскольку задачи прогнозирования и управления тесно связаны друг с другом и их специфические особенности могут одновременно учитываться при разработке моделей передаточных функций, а эти последние являются неотъемлемой частью всей проектируемой системы стабилизации добычи нефти, в статье достаточно подробно исследуются различные аспекты моделирования передаточной функции рассматриваемого объекта разработки. На конкретном примере ретроспективного анализа временных рядов изменения основных показателей по добыче нефти, воды, а также по расходу закачиваемой в залежь воды, определяется структура модели и по нелинейному методу наименьших квадратов осуществляется ее подгонка к реальным данным. В силу того, что входным переменным модели передаточной функции служит расход закачиваемой воды, а выходным – суммарная добыча нефти из месторождения, и в структуру модели заведомо был включен определенный механизм учета неконтролируемых возмущений, действующих внутри динамической системы, очевидным становится решение вопроса о компенсации влияния этих возмущений на изменение выходного показателя. Последнее обстоятельство занимает центральное место в проектировании различных систем оптимальной стабилизации.

Ключевые слова: временные ряды, нефтяное месторождение, добыча нефти и воды, закачка воды, стохастическая модель, передаточная функция, авторегрессия, автокорреляция, взаимная корреляция, стандартная ошибка, дисперсия, обратная связь, оценка параметров модели, регулирование, регулятор, стабилизация, метод наименьших квадратов, итерация, сходимость метода, остаточная ошибка, критерий, прогнозирование, задержка по времени, компенсация возмущений, идентификация

Анализ процессов разработки различных нефтяных месторождений показывает, что процессы заводнения пластов протекают не везде и не всегда эффек-

тивно. Так, например, как было отмечено в [1] к числу залежей с низкой эффективностью относилась залежь свиты «перерыва» V блока месторождения «Нефть дашлары». Низкая эффективность заводнения по мнению авторов работы [2] объяснялась неравномерностью продвижения ВНК и запаздыванием процесса самого процесса заводнения. Кроме того, закачка воды в указанный объект реализовалась спустя значительное время после ввода его в разработку, что отрицательно сказалось на динамике отборов нефти и воды, а необоснованное массивное заводнение привело к резкой обводненности продукции и преждевременному выходу скважин из эксплуатации. Все это было связано, как нам кажется, в основном, с отсутствием гибких научно-обоснованных средств прогнозирования, регулирования и контроля, постоянно действующих в контурах действующих систем разработки и базирующихся на анализе фактических данных по развитию технологического процесса в динамике. Поэтому, вопросы проектирования, разработки и применения подобных средств всегда были актуальными и сегодня они еще должны отвечать повышенным требованиям настоящего времени. В данной статье нефтяное месторождение, залежь или пласт, разрабатываемые в режиме закачки воды, рассматриваются как объект управления, включенный в состав некоторой системы регулирования, где основная цель заключается в стабильном сохранении величины выходного показателя – текущего суммарного дебита по нефти. Объект характеризуется тремя показателями – входным, выходным и промежуточным, в роли которых соответственно действуют переменные величины расхода закачиваемой через нагнетательные скважин в пласт воды, дебитов извлекаемой из эксплуатационных скважин нефти и воды. В случае необходимости к числу этих характеристик может быть добавлен и показатель по добыче попутного газа. Для простоты здесь случай с газопроявлением не рассматривается. Все анализируемые показатели легко измеряются в ходе эксплуатации объекта, а текущий объем закачиваемой в пласт воды, кроме того, может также и подвергаться изменению. Следовательно, этот входной измеряемый показатель является и регулируемым.

Причина, по которой объясняется необходимость в регулировании, заключается в неизбежном присутствии в процессе управления объектом некоторых возмущений и шумов, в результате действия которых со временем появляется расхождение между заданной и фактической величинами добычи нефти. Задан-

ная программа добычи нефти во времени назначается проектирующей организацией исходя из тех или иных соображений.

Известно, что в практике проектирования систем регулирования имеются два подхода. Первый случай соответствует измерению существующих в системе возмущений. При этом возникает возможность провести необходимые компенсирующие изменения некоторых других переменных. Такой способ называется регулированием с прямой связью. Кроме того, при этом можно также использовать и величину самих отклонений выходного показателя от желаемого его значения для выработки компенсирующих изменений, т.е. организовать регулирование с обратной связью. Очевидно, что в отличие от первого способа этот вид коррекции может быть использован даже тогда, когда источник возмущения не известен достаточно точно или величина этого возмущения не измерена. В общем случае может оказаться целесообразным пользоваться регулированием, как с прямой, так и с обратной связью, т.е. применить комбинированный способ регулирования, где первый из них может быть использован для компенсации измеряемых возмущений, а второй – для компенсации неизмеряемых.

Принятый здесь подход к регулированию заключается в выборе для описания возмущений соответствующего временного ряда, или стохастической модели, и для описания инерционных характеристик системы – подходящей модели передаточной функции [3,4].

При использовании данного подхода появляется возможность вывести некоторое уравнение регулирования, которое позволяет рассчитать необходимые действия в любой момент времени по заданным настоящему и предыдущему состояниям системы. Под «оптимальным стабилизирующим действием» здесь понимается такое, которое приводит систему к минимальной среднеквадратичной ошибке на ее выходе.

На практике точная природа стохастических моделей передаточных функций, пригодных для любой конкретной ситуации и необходимых для разработки схем оптимального регулирования, обычно неизвестна. Также неизвестны соответствующие численные значения параметров этих моделей. Поэтому, как это почти всегда бывает, при построении моделей, приходится прибегать к процессу

адаптации, где с поступлением текущей информации построенные модели и схемы регулирования периодически должны настраиваться.

С целью пояснения принятых здесь обозначений и вышеизложенного подхода к построению дискретных схем регулирования обратим внимание на рис. 1, где приводится схема регулирующей обратной связи для компенсации неизмеряемых возмущений. Данная схема состоит из: 1 – линейного фильтра, 2 – контролируемого процесса (объекта управления), и 3 – стабилизирующего регулятора.



Рисунок 1. Схема обратной связи, компенсирующей влияние неизмеряемых возмущений

Предположим, что для поддержания выхода максимально близким к желаемому значению используется регулирование с обратной связью, осуществляющее коррекцию входного переменного. Пусть N_t – влияние на выход различных неидентифицированных возмущений внутри системы; в отсутствие регулирования оно может вызывать отклонение выхода от желаемого значения или номинала Y^* . Тогда, несмотря на коррекцию, вносимую в процесс, будет существовать ошибка

$$\varepsilon_t = Y_t - Y^* = v(B)X_t + N_t - Y^*, \quad (1)$$

дающая отклонение выхода от номинала Y^* . Здесь B – оператор сдвига назад, т.е. $BX_t = X_{t-1}$; $v(B)$ – передаточная функция линейного фильтра, представляющая собой бесконечный ряд членов со степенями по B .

Цель заключается в таком выборе уравнения регулирования, чтобы ошибки были бы наименьшими в среднеквадратичном смысле. Уравнение регулирования описывает коррекцию $x_t = X_t - X_{t-1}$, предпринятую в момент t как функцию текущего отклонения ε_t , предыдущих отклонений $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ и предыдущих коррекций x_{t-1}, x_{t-2}, \dots . Регулятор, показанный на рис. 1, должен функционировать в соответствии с уравнением регулирования, которое базируется на модели передаточной функции.

Оказывается, что процедура проектирования оптимальной схемы регулирования эквивалентна прогнозированию отклонений от номинала, происходящих в отсутствие регулирования, и последующему вычислению коррекции, необходимой для ликвидации этих отклонений. Однако, эти процессы должны происходить одновременно, т.е. управление должно обладать дуальным свойством.

Для прогноза отклонений от номинала, происходящих в отсутствие регулирования, необходимо построить модель возмущения

$$N_t = \psi(B)a_t = \phi^{-1}(B)\theta(B)a_t, \quad (2)$$

где a_t – белый шум, т.е. последовательность независимых реализаций случайных величин, распределенных нормально с нулевым средним и конечной дисперсией σ_a^2 , $\psi(B)$ – бесконечный ряд, состоящий из степеней по B . Вычисление коррекции x_t входного переменного в момент t , необходимой для ликвидации предсказанного изменения выхода, требует построение динамической модели с передаточной функцией

$$v(B) = \delta^{-1}(B)\omega(B), \quad (3)$$

связывающий вход и выход. Здесь $\delta(B), \omega(B)$ – полиномы конечных степеней по B .

Результирующая коррекция x_t будет, в общем, состоять из линейной комбинации предыдущих коррекций, текущей и прошлых ошибок регулирования. Уравнение регулирования будет иметь вид:

$$x_t = \xi_1 x_{t-1} + \xi_2 x_{t-2} + \dots + \chi_0 \varepsilon_t + \chi_1 \varepsilon_{t-1} + \chi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots, \quad (4)$$

где $\xi_1, \xi_2, \dots, \chi_0, \chi_1, \chi_2, \dots$ – постоянные, оцениваемые в результате предварительной идентификации и последующей подгонки модели передаточной функции.

Предположим, что общая модель передаточной функции в выражении (1) может быть параметризована в виде

$$Y_t = \delta^{-1}(B)\omega(B)X_{t-b} + N_t, \quad (5)$$

где b – параметр запаздывания.

Процедура идентификации (5) состоит из:

1. получения грубых оценок \hat{v}_j весов v_j импульсного отклика в (3);
2. использования этих оценок \hat{v}_j для получения представления о порядках r и s операторов $\delta(B) = 1 - \delta_1(B) - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$ и $\omega(B) = \omega_0 - \omega_1(B) - \dots - \omega_s B^s$;

3. использования оценок \hat{v}_j, r, s для определения начальных оценок векторов параметров $\bar{\delta}$ и $\bar{\omega}$ в (5).

При известных значениях \hat{v}_j величины b, r и s можно оценить, пользуясь следующими обстоятельствами. Для модели (3) веса v_j импульсного отклика состоят из:

- а) b нулевых значений v_0, v_1, \dots, v_{b-1} ;
- б) последующих $s-r+1$ значений $v_b, v_{b+1}, \dots, v_{b+s-r}$ с произвольным поведением (таких значений нет, если $s < r$);
- в) значений v_j при $j \geq b+s-r+1$, поведение которых определяется разностным уравнением r -го порядка с r начальными значениями $v_{b+s}, v_{b+s+1}, \dots, v_{b+s-r+1}$. Начальные значения v_j для $j < b$ равны нулю.

В силу того, что исходные ряды по добыче нефти, воды и закачке воды, представленные на рис. 2, являются нестационарными, они были предварительно сглажены. Подозрение на нестационарность исходного процесса установлено тем, что авто- и взаимокорреляционные функции рядов (X_t, Y_t) не затухают достаточно быстро, тогда как после взятия от них разностей со степенью d эти функции затухают быстро.

Итак, построим предварительную модель передаточной функции объекта разработки, характеристики которой показаны на рис. 2.

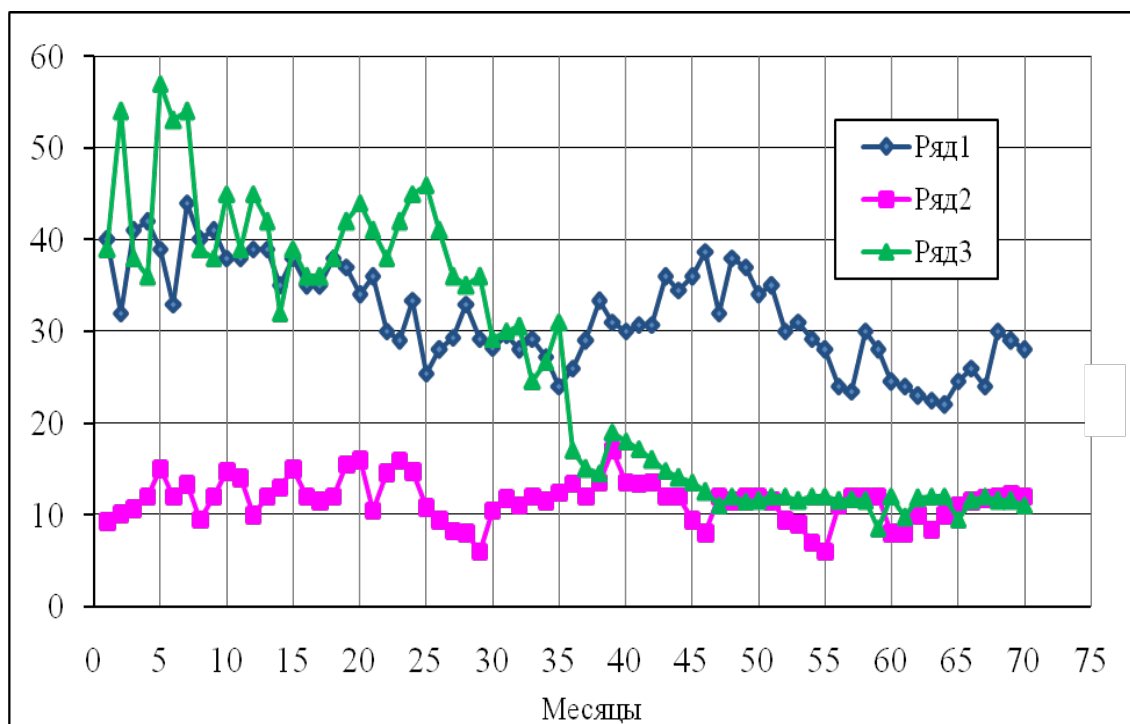


Рисунок 2. Динамика изменения добычи нефти, воды и объема закачиваемой в пласт воды по месяцам (V блок месторождения «Нефт дашлары» Y (Ряд1), Z (Ряд2), X (Ряд3), заданные, соответственно, в тыс. т., тыс. т., и тыс. куб. м.)

Предварительная идентификация передаточной функции

В [4] описана методика идентификации функции отклика на единичный импульс как без предварительного выравнивания спектра входа, так и с предварительным выравниванием. Там также отмечено, что полученные с помощью первого из этих методов результирующие уравнения трудноразрешимы, требуются знания местоположение точки k , за которой v_j практически равны нулю и в общем случае этим методом не возможно получить эффективные оценки. Однако, если бы входом системы явился бы белый шум, процесс идентификации мог быть значительно упрощен. Этим приемом, как правило, пользуются, если имеется возможность управления входом и в качестве входа используется белый шум. Когда же первоначальный вход подчиняется другому стохастическому процессу, можно упростить идентификацию при помощи выравнивания спектра.

Пусть входной процесс x_t является стационарным (после взятия соответствующего числа разностей) и представимым какой-либо моделью из общего класса моделей авторегрессии – скользящего среднего.

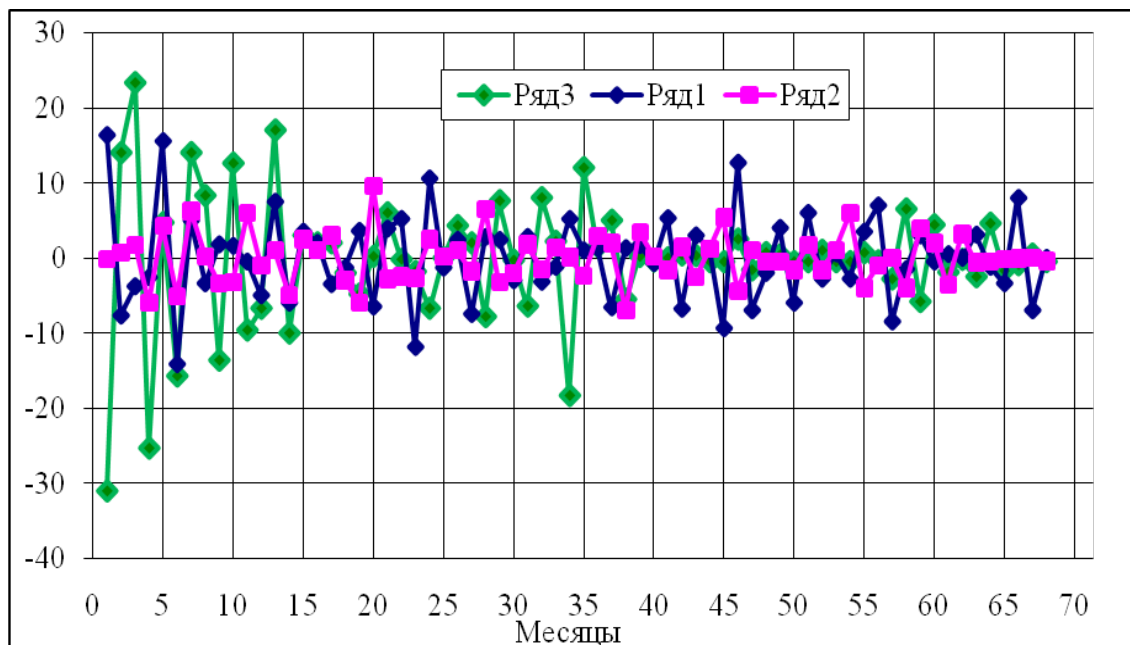


Рисунок 3. Сглаженные по исходным показателям ряды $d = 2$:

$$\nabla^d Y_t \text{ (Ряд 1); } \nabla^d Z_t \text{ (Ряд 2); } \nabla^d X_t \text{ (Ряд 3);}$$

$$\mu_{\nabla_y} = 0,099; \quad \mu_{\nabla_z} = -0,015; \quad \mu_{\nabla_x} = -0,228$$

Тогда при заданном наборе данных мы можем применить обычные методы идентификации и оценивания для получения модели процесса x_t

$$\phi_x(B)\theta_x^{-1}(B)x_t = \alpha_t, \quad (6)$$

который с достаточной точностью преобразует коррелированный входной ряд x_t в некоррелированный ряд – белый шум α_t . При этом мы можем получить оценку s_α^2 для σ_α^2 из суммы квадратов $\hat{\alpha}$.

Если теперь применить то же преобразование к y_t , то получим

$$\phi_y(B)\theta_y^{-1}(B)y_t = \beta_t. \quad (7)$$

При выравнивании спектра входа исходная модель $y_t = v(B)x_t + n_t$ представляется в виде:

$$\beta_t = v(B)\alpha_t + \varepsilon_t, \quad (8)$$

где ε_t – преобразованные значения шума, определенные как

$$\varepsilon_t = \phi_x(B) \theta_x^{-1}(B) n_t. \quad (9)$$

Умножая обе стороны на α_{t-k} и переходя к математическим ожиданиям [4], для взаимной ковариации между α и β получаем

$$\gamma_{\alpha\beta}(k) = v_k \sigma_\alpha^2. \quad (10)$$

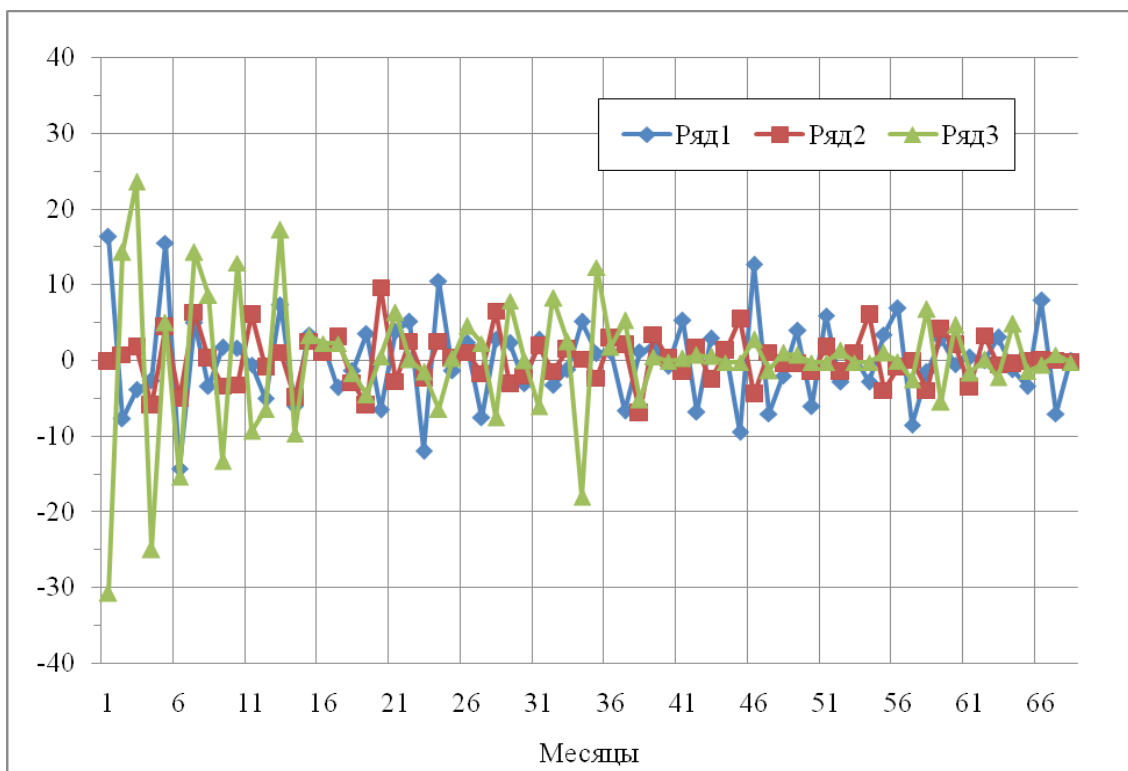


Рисунок 4. Разница между сглаженными рядами ($d = 2$) и их средними значениями:

$$y_t = \nabla^d Y_t - \mu_\nabla d_y \text{ (Ряд 1)}, \quad z_t = \nabla^d Z_t - \mu_\nabla d_z \text{ (Ряд 2)}, \quad x_t = \nabla^d X_t - \mu_\nabla d_x \text{ (Ряд 3)}$$

$$s_y = 5,805; \quad s_z = 3,262; \quad s_x = 8,408.$$

С учетом (10), используя взаимные выборочные корреляции, для оценок v_k можем иметь

$$\hat{v}_k = \frac{r_{\alpha\beta}(k) s_\beta}{s_\alpha}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (11)$$

где s_α и s_β – соответственно стандартные ошибки по α и β .

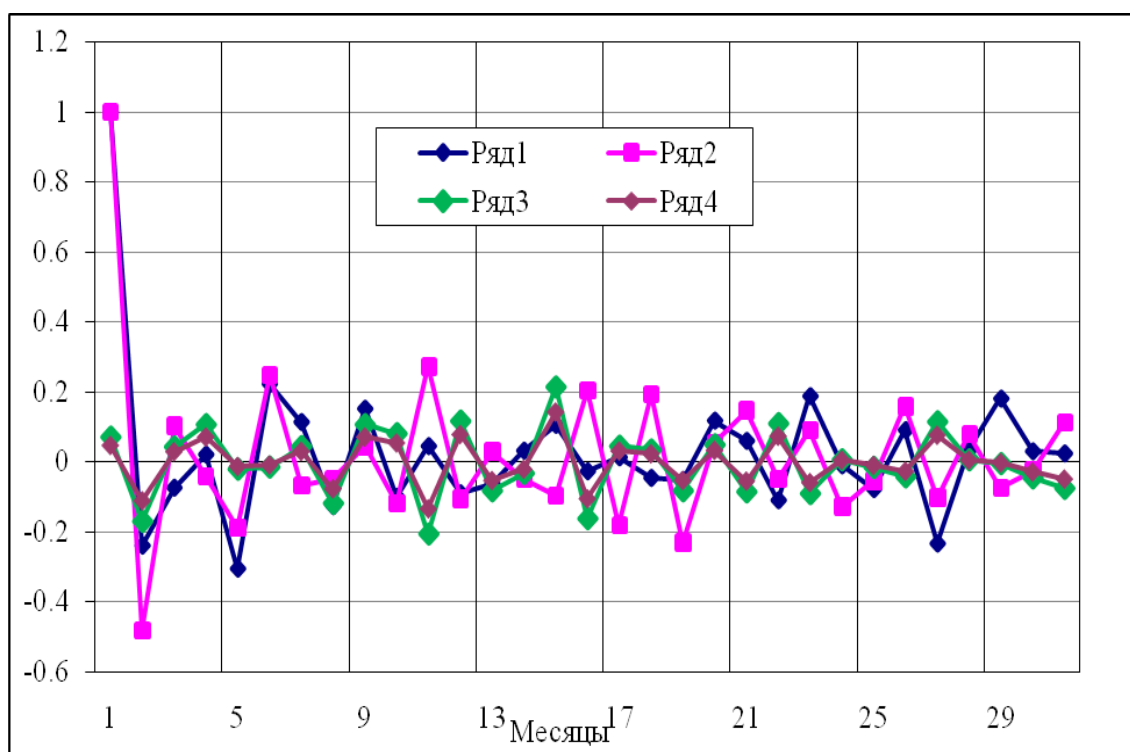


Рисунок 5. Результаты по предварительному выравниванию спектра входа в зависимости от параметра запаздывания $k=1,2, \dots, 30$:
 $r_{aa}(k)$ (Ряд1); $r_{\beta\beta}(k)$ (Ряд 2); $r_{\alpha\beta}(k)$ (Ряд 3); $v(k)$ (Ряд 4)

Таким образом, после выравнивания спектра входа, как видно из (11), взаимная корреляционная функция между выровненным входом и соответственно преобразованным выходом прямо пропорциональна функции отклика на единичный импульс. Полученные при этом предварительные оценки, несмотря на их статистическую неэффективность, могут помочь выбору подходящих операторов $\delta(B)$ и $\omega(B)$ в модели передаточной функции. Данные графиков рис. 5 и табл. 1 были рассчитаны по модели входа с предварительным выравниванием спектра, где в качестве входных данных использовались данные, с параметром сглаживания $d=2$ и полученные в соответствии с зависимостью $x_t = \nabla^d X_t - \mu_{\nabla^d x}$. Оценки средних значений по сглаженным таким образом рядам соответственно равны: $\mu_{\nabla^d x} = -0,228$, $\mu_{\nabla^d y} = 0,099$, $\mu_{\nabla^d z} = -0,015$. К входу x_t была применена обычная процедура идентификации. Она показала, что вход хорошо описывается процессом авторегрессии третьего порядка:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)x_t = \alpha_t, \quad (12)$$

с коэффициентами $\hat{\phi}_1 = -0,691$, $\hat{\phi}_2 = -0,568$, $\hat{\phi}_3 = -0,197$, и $s_\alpha^2 = 42,523$. Выборочные значения r_k автокорреляции x_t при $k=1,2,3$ оказались соответственно равными $-0,436$, $-0,195$, $-0,199$, а $\hat{\phi}_k (k=1,2,3)$ находились из решения системы уравнения Юла-Уокера [3]:

$$\begin{cases} r_1 = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 r_1 + \hat{\phi}_3 r_2 \\ r_2 = \hat{\phi}_1 r_1 + \hat{\phi}_2 + \hat{\phi}_3 r_1 \\ r_3 = \hat{\phi}_1 r_2 + \hat{\phi}_2 r_1 + \hat{\phi}_3 \end{cases} \quad (13)$$

Затем к входному и выходному рядам были применены преобразования:

$$\begin{cases} \alpha_t = (1 + 0,691 B + 0,568 B^2 + 0,197 B^3) x_t \\ \beta_t = (1 + 0,691 B + 0,568 B^2 + 0,197 B^3) y_t \end{cases} \quad (14)$$

После получения рядов α_t и β_t вычислялись соответствующие стандартные ошибки $s_\alpha = 6,521$ и $s_\beta = 4,264$. Часть выборочной взаимной корреляционной функции для процессов и приведена в табл. 1.

Таблица 1

Выборочная взаимная корреляционная функция после предварительного выравнивания спектра и приближенная функция отклика на единичный импульс

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$r_{\alpha\beta}(k)$.071	-.171	.043	.107	-.021	-.015	.044	-.119	.107	.081	-.207
$\hat{\sigma}(r)$.122	.123	.124	.125	.126	.127	.128	.129	.130	.131	.132
$\hat{v}(k)$.046	-.112	.028	.070	-.014	-.010	.029	-.078	.070	.053	-.135

k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$r_{\alpha\beta}(k)$.117	-.083	-.033	.215	-.163	-.045	.034	-.083	.049	-.086	.110
$\hat{\sigma}(r)$.132	.134	.135	.136	.137	.139	.140	.141	.143	.144	.146
$\hat{v}(k)$.077	-.054	-.022	.141	-.106	.030	.022	-.054	.032	-.056	.072

Функции отклика на единичный импульс определялись согласно формуле (11), а приближенные стандартные ошибки выборочной взаимной корреляции $r_{\alpha\beta}(k)$ оценивались по формуле Бартлета [3, 4]. Как видно из табл. 1 стандартные ошибки $\hat{\sigma}(r)$ мало отличаются от приближенных значений $1/\sqrt{n} = 0,125$,

что соответствует гипотезе об отсутствии корреляции между рядами. Значение мало по сравнению со стандартной ошибкой; это указывает, что $b = 1$. Однако, судя по табл. 1 на такое положение претендует также и десятая и четырнадцатая точка, т.е., другими вероятными оценками времени запаздывания могут быть: $b = 10$ и $b = 14$. Рассмотрим пока первый случай. Последующий ход значений \hat{v} можно объяснить, идентифицировав модель порядка (r, s, b) , например, как $(2, 2, 1)$.

Тогда предварительная идентификация приводит к модели передаточной функции вида:

$$(1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2) y_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2) x_{t-1}. \quad (15)$$

Сопоставляя две модели одной и той же передаточной функции заданной в форме (15) и $y_t = v(B) x_{t-b}$, и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях B , получим систему уравнений:

$$\begin{cases} v_j = 0, & j < 1 \\ v_1 = \omega_0 \\ v_2 = \delta_1 v_1 - \omega_1 \\ v_3 = \delta_1 v_2 + \delta_2 v_1 - \omega_2 \\ v_4 = \delta_1 v_3 + \delta_2 v_2 \\ v_5 = \delta_1 v_4 + \delta_2 v_3 \end{cases}. \quad (16)$$

И так, из последних двух уравнений имеем:

$$\begin{cases} -0,014 = 0,070 \delta_1 + 0,028 \delta_2 \\ -0,010 = -0,014 \delta_1 + 0,070 \delta_2 \end{cases}, \quad (17)$$

откуда получаем:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= -0,132; \quad \delta_2 = -0,169, \\ \omega_0 &= -0,112; \quad 0,028 = (-0,132)(-0,112) - \omega_1; \quad \omega_1 = -0,0132, \\ 0,07 &= (-0,132)0,028 + (-0,169)(-0,112) - \omega_2; \quad \omega_2 = -0,0547. \end{aligned}$$

Таким образом, предварительная идентификация дает следующую модель передаточной функции:

$$(1 + 0,132_1 B + 0,169_2 B^2) y_t = -(0,112 + 0,0132 B + 0,0547 B^2) x_{t-b}. \quad (18)$$

Полученные таким путем выборочные оценки можно использовать как начальные приближения для более эффективных итеративных методов оценивания.

Теперь идентифицируем систему с учетом шума, действующего на выходе:

$$y_t = v(B)x_t + n_t, \quad (19)$$

где $n_t = \nabla^d N_t$. С другой стороны $\hat{n}_t = y_t - \hat{\delta}^{-1}(B)\hat{\omega}(B)x_{t-b}$, и сглаженный шум может вычислен по формуле:

$$\hat{n}_t = y_t + \hat{\delta}_1(\hat{n}_{t-1} - y_{t-1}) + \dots + \hat{\delta}_r(\hat{n}_{t-r} - y_{t-r}) - \hat{\omega}_0 x_{t-b} + \hat{\omega}_1 x_{t-b-1} + \dots + \hat{\omega}_s x_{t-b-s}.$$

Можно также идентифицировать шум, используя корреляционные функции входа и выхода после выравнивания спектра.

Пусть спектр входа может быть выровнен таким образом: $\beta_t = v(B)\alpha_t + \varepsilon_t$, где ε_t связан с n_t соотношением (9). Используя (9), можно получить модель для n_t , и, следовательно, для N_t . Если мы запишем теперь $v(B)\alpha_t = u_t$ и, соответственно, $\beta_t = u_t + \varepsilon_t$, в предположении о независимости x_t и n_t , а следовательно, u_t и ε_t , для автокорреляционной функции $r_{\varepsilon\varepsilon}$ можем иметь следующее приближенное выражение [4]:

$$r_{\varepsilon\varepsilon}(k) = \frac{r_{\beta\beta}(k) - \sum_{j=0}^{\infty} r_{\alpha\beta}(j)r_{\alpha\beta}(j+k)}{1 - \sum_{j=0}^{\infty} r_{\alpha\beta}^2(j)}. \quad (20)$$

Таблица 2

Расчет автокорреляционной функции шума

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$r_{\beta\beta}(k)$	1,000	-0,483	0,102	-0,043	-0,189	0,248	-0,068	-0,050	0,044
$r_{\alpha\beta}(k)$	0,071	-0,171	0,043	0,107	-0,021	-0,015	0,044	-0,119	0,107
$r_{\varepsilon\varepsilon}(k)$	1,000	-0,460	0,168	-0,202	-0,060	0,200	-0,103	0,022	0,003

Судя по автокорреляционной функции, шум может быть описан процессом авторегрессии или процессом скользящего среднего первого порядка.

Рассмотрим вариант авторегрессионного процесса первого порядка – $\hat{\phi}_1 = r_{\varepsilon}(1) = -0,460$ AP(1). Тогда при модели для ε_t будет иметь вид:

$$(1 + 0,46B)\varepsilon_t = a_t.$$

Далее, нам известно, что

$$1 + 0,691B + 0,568B^2 + 0,197B^3)N_t = \varepsilon_t,$$

т.е. модель шума можно представить в виде:

$$(1 + 0,46B)(1 + 0,691B + 0,568B^2 + 0,197B^3)N_t = \varepsilon_t$$

или

$$(1 + 1,151B + 0,886B^2 + 0,458B^3 + 0,0906B^4)N_t = a_t.$$

Учитывая, что последний коэффициент очень мал, разумно представить N_t процессом авторегрессии третьего порядка следующего вида:

$$(1 + 1,151B + 0,886B^2 + 0,458B^3)N_t = a_t. \quad (21)$$

Теперь предположим, что ε_t описывается процессом типа скользящего среднего первого порядка – СС(1), т.е. $\varepsilon_t = (1 - \theta B)a_t$. Пользуясь соответствующей таблицей в [3], находим для значения $r_1 = -0,46$ приближенную выборочную оценку $\theta \approx 0,65$. Отсюда для N_t имеем:

$$(1 + 0,691B + 0,568B^2 + 0,197B^3)N_t = (1 - 0,65B)a_t. \quad (22)$$

Таким образом, получены следующие предварительные модели передаточной функции с шумом, описываемым процессом AP(1):

$$y_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2} x_{t-1} + \frac{1}{1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3} a_t \quad (23)$$

и с шумом, описываемым процессом СС(1):

$$y_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2} x_{t-1} + \frac{1 - \theta B}{1 - \phi'_1 B - \phi'_2 B^2 - \phi'_3 B^3} a_t \quad (24)$$

где параметры моделей оказались равными:

$$\hat{\omega}_0 = -0,112; \hat{\omega}_1 = -0,0132; \hat{\omega}_2 = -0,0547; \hat{\delta}_1 = -0,132; \hat{\delta}_2 = -0,169; \hat{\theta} = -0,65;$$

$$\hat{\phi}_1 = -1,151; \hat{\phi}_2 = -0,886; \hat{\phi}_3 = -0,458; \hat{\phi}'_1 = -0,691; \hat{\phi}'_2 = -0,568; \hat{\phi}'_3 = -0,197.$$

Предварительно полученные эти параметры подлежат дальнейшему уточнению с использованием метода наименьших квадратов.

Процедура нелинейного оценивания

Рассмотрим задачу одновременного эффективного оценивания параметров $(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta})$ – параметров предварительно идентифицированной модели

$$y_t = \delta^{-1}(B)\omega(B)x_{t-b} + n_t, \quad (25)$$

где $y_t = \nabla^d Y_t$, $x_t = \nabla^d X_t$, $n_t = \nabla^d N_t$ – стационарные процессы, и

$$n_t = \phi^{-1}(B)\theta(B)a_t. \quad (26)$$

Предполагается, что для анализа доступны $n = N - d$ пар значений и что ряды Y_t, X_t (y_t, x_t если $d > 0$) означают отклонения от их математических ожиданий. Эти ожидания могут оцениваться вместе с другими параметрами, но при обычно имеющемся числе наблюдений достаточно вместо них брать выборочные средние значения.

Если доступны начальные значения x_0, y_0, a_0 , предшествующие началу ряда, то по имеющимся данным, для любого набора параметров $(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta})$ и начальных значений x_0, y_0, a_0 , мы можем вычислить $a_t = a_t(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta} | x_0, y_0, a_0)$ – последовательные значения a_t для $t = 1, 2, \dots, n$. В предположении о нормальном распределении для a_t хорошее приближение к оценкам максимального правдоподобия по уточняемым параметрам можно получить, минимизировав условную сумму квадратов:

$$S_0(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta}) = \sum_{t=1}^n a_t^2(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta} | x_0, y_0, a_0). \quad (27)$$

В теории существует методика оптимального оценивания этих параметров [3, 4]. Если даны соответствующие начальные значения, генерировать ряд a_t для любого конкретного набора значений параметров можно при помощи нижеследующей 3-х этапной процедуры.

Вычисление ряда a_t

Прежде всего, выход y_t' модели передаточной функции можно получить из уравнения:

$$y_t' = \delta^{-1}(B)\omega(B)x_{t-b} \quad (28)$$

т.е. из

$$\delta(B)y'_t = \omega(B)x_{t-b} \quad (29)$$

или из

$$y'_t - \delta_1 y'_{t-1} - \dots - \delta_r y'_{t-r} = \omega_0 x_{t-b} - \omega_1 x_{t-b-1} - \dots - \omega_s x_{t-b-s}. \quad (30)$$

Когда ряд y'_t вычислен, то пользуясь (25), можно найти значения шума по формуле:

$$n_t = y_t - y'_t. \quad (31)$$

Наконец, a_t можно найти из (26):

$$a_t = \theta^{-1}(B)\phi(B)n_t \quad (32)$$

или

$$a_t = \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} + n_t - \phi_1 n_{t-1} - \dots - \phi_p n_{t-p} \quad (33)$$

Уравнения (30), (31), и (32) с учетом (23) реализуются в виде:

$$Y'_t = \delta_1 Y'_{t-1} + \delta_2 Y'_{t-2} + \omega_0 x_{t-b} - \omega_1 x_{t-b-1} - \omega_2 x_{t-b-2}, \quad (34)$$

$$N_t = y_t - Y'_t, \quad (35)$$

$$a_t = N_t - \phi_1 N_{t-1} - \phi_2 N_{t-2} - \phi_3 N_{t-3}. \quad (36)$$

Как видно из уравнения (34), расчеты по нему можно произвести лишь для моментов начиная с $t=4$ вперед, а по уравнению (36) начиная с $t=7$ вперед. При этом происходит небольшая неизбежная потеря исходной информации.

Таблица 3

Расчет нескольких первых значений

t	X_t	Y_t	Z_t	x_t	y_t	z_t	Y'_t	N_t	a_t
1	39,0	40,0	9,30	-	-	-	-	-	-
2	54,0	32,3	10,1	-	-	-	-	-	-
3	38,0	41,0	10,7	-	-	-	-	-	-
4	36,0	42,0	12,0	-25,072	-2,699	-5,985	-2,447	-0,251	-
5	57,0	39,2	15,0	4,928	15,501	4,315	3,442	12,060	-
6	53,0	33,8	12,0	-15,472	-14,299	-5,085	-0,924	-13,375	-
7	54,0	44,0	13,3	14,228	4,901	6,315	1,338	3,563	8,388
8	39,0	40,0	9,5	8,528	-3,499	0,215	-1,818	-1,680	0,545
9	38,0	41,0	12,0	-13,372	1,701	-3,385	-0,753	2,455	7,358

t	X_t	Y_t	Z_t	x_t	y_t	z_t	Y'_t	N_t	a_t
10	45,0	38,6	14,7	12,828	1,501	-3,285	2,017	-0,516	-3,484
11	39,0	38,0	14,0	-9,372	-0,599	6,015	-1,752	1,154	0,341
12	45,0	39,0	10,0	-6,472	-5,099	-0,095	1,109	-6,208	-8,203
13	42,0	39,5	12,0	17,228	7,401	1,015	0,751	6,651	13,010
14	32,0	35,0	13,0	-9,772	-6,099	-4,985	-2,302	-3,797	-6,480
15	39,0	38,0	15,0	3,228	3,401	2,515	1,499	1,903	3,224
16	36,0	35,0	12,0	2,228	1,901	1,015	-0,299	2,201	0,329
17	36,0	35,5	11,5	2,228	-3,599	3,015	-0,421	-3,178	-5,658
18	38,0	38,0	12,0	-1,772	-1,399	-2,985	-0,114	-1,285	-0,448
19	42,0	37,0	15,5	-4,572	3,501	-5,985	0,314	3,187	6,474
20	44,0	34,7	16,0	0,428	-6,599	9,615	0,466	-7,065	-8,140
21	41,2	36,0	10,5	6,228	3,801	-2,785	-0,223	4,024	9,920

Начальные значения

Так как Y'_t в (34) вычисляется, начиная с $t=u+1$ и далее вперед, здесь u больше r и $s+b$. Это означает, что n_t будет известно начиная с n_{u+1} и далее вперед. Отсюда, если неизвестные a_t приравнять их безусловному математическому ожиданию, т.е. нулю, можно вычислить a начиная с a_{u+p+1} . Тогда условная сумма квадратов равна:

$$S_0(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta}) = \sum_{t=u+p+1}^n a_t^2(b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta} | x_0, y_0, a_0). \quad (37)$$

Итак, для нашего примера при использовании авторегрессионного варианта (23) моделирования и варианта со скользящим средним (24) получены два уравнения передаточной функции с шумом.

В дальнейшем мы будем освещать вопросы уточнения параметров модели (23), хотя процедура уточнения модели (24) остается такой же. Разумеется, что в случае использования (24) объем вычислительных работ увеличится в связи с увеличением числа оцениваемых параметров.

Уравнение (34) при $b=1$ принимает вид:

$$Y'_t = \delta_1 Y'_{t-1} + \delta_2 Y'_{t-2} + \omega_0 x_{t-1} - \omega_1 x_{t-2} - \omega_2 x_{t-3}. \quad (38)$$

Тогда можно использовать (38) для генерирования Y'_t с $t=4$ вперед, и (36) для генерирования a_t с $t=7$ вперед. Вызванная при этом небольшая потеря информации несущественна.

Ранее мы предполагали $b=1, 10, 14$. Чтобы оценить этот параметр, можно вычислить значения $\bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta}$, минимизирующие условную сумму квадратов при различных значениях b и найти истинный минимум по отношению к $b, \bar{\delta}, \bar{\omega}, \bar{\phi}, \bar{\theta}$.

Алгоритм уточнения предварительных оценок

На любом этапе итераций и для любого заданного значения параметров запаздывания b , определяются предположительные значения оставшихся параметров как

$$\bar{\beta}_0 = (\delta_{1,0}, \dots, \delta_{8r,0}; \omega_{1,0}, \dots, \omega_{r,0}; \phi_{1,0}, \dots, \phi_{p,0}; \theta_{1,0}, \dots, \theta_{q,0}) \quad (39)$$

Пусть a_{i0} – значение, вычисленное исходя из модели для предположительных значений параметра $\bar{\beta}_0$. Обозначим производные a_t по параметрам, взятые с обратным знаком, как

$$\begin{aligned} d_{i,t}^{(\delta)} &= -\frac{\partial a_t}{\partial \delta_i} \Big|_{\bar{\beta}_0}; & d_{i,t}^{(\omega)} &= -\frac{\partial a_t}{\partial \omega_i} \Big|_{\bar{\beta}_0} \\ d_{i,t}^{(\phi)} &= -\frac{\partial a_t}{\partial \phi_i} \Big|_{\bar{\beta}_0}; & d_{i,t}^{(\theta)} &= -\frac{\partial a_t}{\partial \theta_i} \Big|_{\bar{\beta}_0} \end{aligned} \quad (40)$$

Тогда разлагая $[a_t]$ в ряд Тейлора в окрестности начальной точки, соответствующей предполагаемым значениям параметров $\bar{\beta}_0$, получим такое приближенное выражение:

$$\begin{aligned} a_t &= a_{i0} - \left\{ \sum_{i=1}^r (\delta_i - \delta_{i0}) d_{i,t}^{(\delta)} + \sum_{j=0}^s (\omega_j - \omega_{j0}) d_{i,t}^{(\omega)} + \sum_{g=1}^p (\phi_g - \phi_{g0}) d_{i,t}^{(\phi)} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{h=1}^q (\theta_h - \theta_{h0}) d_{i,t}^{(\theta)} \right\} \end{aligned} \quad (41)$$

Для получения корректировок $\delta_i - \delta_{i0}$, $\omega_j - \omega_{j0}$ и т.д., необходимо минимизировать (27), подгоняя при этом линейризованное уравнение (41) стандартным методом наименьших квадратов. Прибавляя эти поправки к предыдущим предположительным значениям $\bar{\beta}_0$, получим следующий набор предположительных значений и т.д. до достижения сходимости. Сходимость оказывается более быст-

рой, если используются достаточно удачные начальные приближения, которые получились на этапе предварительной идентификации. При расчете координат точки минимума использован алгоритм, предложенный Маркуардтом в работе [5], который оказывается более приспособленным к сильно вытянутым областям поиска минимума. Алгоритм состоит из следующих этапов:

1. Задаются начальные значения вектора параметров $\bar{\beta}_0$ с ν координатами а также параметры F_1 и F_2 , ограничивающие поиск, и параметр сходимости ε . На каждом шаге итерации оцениваются значения a_t и производные

$$x_{i,t} = -\frac{\partial a_t}{\partial \beta_i}.$$

2. По известным a_t и $x_{i,t}$ находятся следующие величины:

- Матрица размером $[\nu, \nu]$: $A = \{A_{ij}\}$ где $A_{ij} = \sum_{t=1}^n x_{i,t} x_{j,t}$

- вектор \mathbf{g} с координатами g_i , где $i=1, 2, \dots, \nu$:

$$g_i = \sum_{t=1}^n x_{i,t} a_t$$

- нормирующие величины:

$$D_i = \sqrt{A_{ij}}$$

3. Составляются модифицированные линеаризованные уравнения

$$A^* \bar{h}^* = \bar{g}^*,$$

которые конструируются согласно формулам:

$$A_{ij}^* = A_{ij} / (D_i D_j), \quad i \neq j$$

$$A_{ii}^* = 1 + F_1$$

$$g_i^* = g_i / D_i$$

- эти уравнения решаются относительно вектора \bar{h}^* , который затем денормируется для получения поправок параметров:

$$\bar{h}_j = \bar{h}_j^* / D_j$$

- вычисляются новые значения параметров:

$$\bar{\beta} = \bar{\beta}_0 + \bar{h}$$

- оценивается сумма квадратов остаточных ошибок $S_0(\bar{\beta})$.

4. При этом возможны случаи:

- Если $S_0(\bar{\beta}) < S_0(\bar{\beta}_0)$ исследуются поправки компонентов вектора \bar{h} . Если они все меньше ε , достигнута сходимость. В противном случае $\bar{\beta}_0$ принимает значение $\bar{\beta}$, F_1 уменьшается в F_2 раз и вычисления продолжаются по этапу 2.
- Если $S_0(\bar{\beta}) > S_0(\bar{\beta}_0)$ ограничивающий параметр F_1 увеличивается в F_2 раз и вычисления продолжаются в соответствии с этапом 3.

5. В случае успешного завершения поиска вычисляются остаточная дисперсия и ковариационная матрица оценок.

Как видно из вышеизложенного, в отличие от широкоизвестных методов наискорейшего спуска и Гаусса - Зейделя, которые определяют направления движения к минимуму, почти ортогональные друг другу, данный алгоритм приводит к лучшей обусловленности матрицы частных производных. Маркуардт рекомендует выбирать масштаб поиска таким образом, чтобы сделать целевую функцию «менее вытянутой». При этом изменение масштаба происходит за счет соответствующего изменения элементов матрицы $\{A_{ij}\}$ и вектора \mathbf{g} .

Процесс уточнения параметров модели начинался с задания предварительного найденных оценок в качестве исходного приближения:

$$\hat{\omega}_0 = -0,112; \hat{\omega}_1 = -0,0132; \hat{\omega}_2 = -0,0547; \hat{\delta}_1 = -0,132; \hat{\delta}_2 = -0,169,$$

а начальные приближения для параметров $\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\phi}_3$ были преднамеренно заданы с изменением их знаков, т.е. $\hat{\phi}_1 = 1,151; \hat{\phi}_2 = 0,886; \hat{\phi}_3 = 0,458$, что привело, как и ожидалось, к повышенному значению критерия S_0 в начале поиска. В дальнейшем, как это показано в табл. 4, эти параметры «вернулись» к истинным своим знакам. Параметры поиска были приняты $F_1 = 0,01$ и $F_2 = 2$. За 10 итераций были получены уточненные оценки всех рассмотренных параметров, приводящие к снижению значения S_0 от ~ 4084 к более низкой остаточной величине ~ 599 .

Таблица 4

Идентификация модели передаточной функции при $b = 1$

№ шага	S_0	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$	$\hat{\omega}_2$
1	4084,45	-0,132	-0,169	1,151	0,886	0,458	-0,112	0,013	-0,055
2	616,23	-0,054	-0,409	-0,949	-0,588	-0,139	-0,133	0,013	-0,018
3	601,60	-0,115	-0,500	-1,055	-0,739	-0,236	-0,143	-0,003	-0,028
4	601,51	-0,139	-0,479	-1,060	-0,749	-0,245	-0,151	0,001	-0,030
5	601,45	-0,186	-0,477	-1,059	-0,749	-0,246	0,156	0,010	-0,033
6	601,33	-0,254	-0,446	-1,060	-0,750	-0,249	-0,165	0,023	-0,042
7	600,44	-0,351	-0,425	-1,059	-0,745	-0,248	-0,167	0,045	-0,054
8	599,37	-0,416	-0,412	-1,058	-0,736	-0,246	-0,157	0,059	-0,065
9	599,04	-0,448	-0,430	-1,058	-0,732	-0,244	-0,147	0,065	-0,066
10	599,01	-0,463	-0,412	-1,059	-0,731	-0,246	-0,149	0,067	-0,069

Диагностическая проверка

После того как подогнана модель передаточной функции можно приступить к ее диагностической проверке. При этом осуществляются нижеследующие действия:

1. Остаточные автокорреляции вычисляются по остаточным ошибкам a_t , соответствующим оценкам наименьших квадратов, согласно формуле:

$$r_{\hat{a}\hat{a}}(k) = \frac{c_{\hat{a}\hat{a}}(k)}{c_{\hat{a}\hat{a}}(0)}, \quad (42)$$

где

$$c_{\hat{a}\hat{a}}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (\hat{a}_t - \bar{a})(\hat{a}_{t+k} - \bar{a}), \quad \bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{a}_t, \quad k = 0, 1, 2, \dots, K. \quad (43)$$

2. Оказывается, что статистика, вычисляемая по формуле (44) приближенно подчиняется распределению [6], и она сравнивается с табличным значением со степенью свободы $\nu_s = K = 1 - (r + s + 1)$:

$$S = m \sum_{k=0}^K r_{\hat{a}\hat{a}}^2(k) \quad (44)$$

Другой важной статистикой подобного рода является [4]:

$$Q = m \sum_{k=1}^K r_{\hat{a}\hat{a}}^2(k), \quad (45)$$

при числе степеней свободы $\nu_Q = K - p - q$. Здесь m – число включенных

в расчет значений \hat{a}_t , $r_{\alpha\hat{a}}(k)$ – взаимная корреляция между «выравненным» входом α_t и остаточными ошибками \hat{a}_t , $r_{\hat{a}\hat{a}}(k)$ – автокорреляция \hat{a}_t после подгонки модели. Обратим внимание на то, что ν_Q зависит от числа параметров в модели шума, но не зависит от числа параметров в модели передаточной функции, тогда как ν_S отражает число параметров в подгоняемой модели передаточной функции и не зависит от числа параметров в подгоняемой модели шума. Если функциональный вид модели выбран правильно, и в соответствующее уравнение подставлены истинные значения параметров, остаточные ошибки будут белым шумом и выборочные корреляции будут распределены взаимно независимо с нулевым средним значением и дисперсией $\sigma^2 = 1/m$. Сравнив, например, значение Q с таблицей уровней значимости, мы можем приблизительно проверить гипотезу об адекватности модели. При числе степеней свободы $\nu_Q = K - p - q = 30 - 3 - 0 = 27$ (случай с $q = 0$ соответствует использованию только авторегрессионной модели шума, а при модели со скользящим средним $q = 1$), и диапазоне изменения верхней границы стандартной ошибки $\sigma = \frac{1}{\sqrt{m}} \approx \pm 0,125 \div 0,145$ выборочной взаимной корреляционной функции $r_{\alpha\hat{a}}$ моделей с различными задержками времени $b = 1, b = 10, b = 14$ соответственно получаются значения статистики $Q \simeq 119, Q \simeq 93, Q \simeq 82$. Остаточные ошибки критерия (37) при этом оказались равными: $S_0 \simeq 599, S_0 \simeq 476, S_0 \simeq 586$. Сравнение каждого из них при $\nu_Q = 27$ дает некоторое основание оспаривать адекватность рассмотренных моделей. Это обстоятельство, как нам кажется, связано, в первую очередь, с малым объемом исходной выборки, принятой за информационную основу моделирования и частичной (неизбежной) потерей этой информации в процессе формирования самой модели. Но, тем не менее, если дать относительную качественную оценку, то преимущество следует давать модели с вариантом $b = 14$. В структурах автокорреляционной функции по a_t и взаимной корреляционной функции между α_t и \hat{a}_t после подгонки этой модели не встречаются заметные и регулярно меняющиеся импульсы, и это обстоятельство стимулирует получение более адекватной модели при дальнейшем увеличении объема исходной выборки. Данную модель передаточной функции следует взять за основу для последующей адаптации ее

параметров по мере поступления текущей информации из рассмотренного объекта разработки.

В табл. 5 приведены результаты подгонки этой модели к фактическим данным на основе изложенного выше алгоритма Маркуардта. Формируемая в процессе поиска система линейных уравнений решалась итеративно методом Зейделя, а начальные приближения при подгонке модели задавались произвольно.

Таблица 5

Идентификация модели передаточной функции при $b=14$

№ шага	S_0	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\phi}_3$	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$	$\hat{\omega}_2$
1	1328,16	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	-0,100	0,100	0,100
2	931,95	-0,340	0,602	-0,752	-0,447	-0,081	0,047	0,062	-0,032
3	614,69	-0,345	0,623	-0,956	-0,627	-0,148	-0,106	0,137	0,078
4	605,26	-0,125	0,787	-0,991	-0,691	-0,159	-0,105	0,123	0,068
5	588,48	-0,195	0,704	-0,996	-0,696	-0,166	-0,080	0,117	0,083
6	586,35	-0,151	0,652	-0,999	-0,693	-0,166	-0,076	0,104	0,096

Разработка моделей передаточных функций типа «вход - выход» необходима при построении любых схем регулирования. Для схем регулирования с обратной связью создание только таких моделей оказывается достаточным. Однако, при построении схем регулирования с прямой связью приходится разрабатывать подобные модели и для других контролируемых величин. Например, при проектировании систем стабилизации добычи нефти также необходимо иметь модель передаточной функции, связывающую добычу извлекаемой воды из залежи с добычей нефти. Такую модель можно построить аналогичным образом, следуя вышеуказанной расчетной схеме. Здесь вкратце опишем основу функционирования схем регулирования с прямой и обратной связями. Для работы схемы с прямой связью предполагается, что имеются нижеследующие модели передаточных функций:

$$Y_t = \delta^{-1}(B) \omega(B) B^b Z_t, \quad (46)$$

$$Y_t = L_1^{-1}(B) L_2(B) B^{f+1} X_t. \quad (47)$$

При этом уравнение регулирования, выведенное из условия минимизации среднеквадратичной ошибки на выходе, запишется таким образом:

$$X_t = - \frac{L_1(B) \omega(B)}{L_2(B) \delta(B)} Z_{t-(b-f-1)}. \quad (48)$$

Здесь b, f – параметры, характеризующие задержки по времени.

Аналогичное уравнение выводится и для схем с обратной связью:

$$X_t = -\frac{L_1(B)L_3(B)}{L_2(B)L_4(B)}\varepsilon_t. \quad (49)$$

Здесь ε_t – ошибка на выходе; $L_1(B), L_2(B)$ – операторы, входящие в передаточную функцию «вход-выход», т.е. «закачка воды-добыча нефти»; $L_3(B), L_4(B)$ – операторы, определяемые [4] на основе модели шума N_t :

$$N_t = \phi^{-1}(B)\theta(B)a_t = \psi(B)a_t. \quad (50)$$

Таким образом, как вытекает из уравнений (48) и (49), в схеме регулирования с прямой связью не полностью устраняются отклонения выхода от номинала, т.к. в ней остается незатронутой компонента N_t , вызванная ненаблюдаемыми возмущениями. Влияние этих возмущений компенсируются в схеме с обратной связью и, поэтому, она является более помехоустойчивой. Если регулятор, включенный в схему с прямой связью, срабатывает с поступлением информации по добыче воды, то регулятор в схеме с обратной связью действует в соответствие с ошибкой на выходе.

Литература

1. Мирзаджанзаде А.Х., Алиев Н.А., Юсифзаде Х.Б. и др. Фрагменты разработки морских нефтегазовых месторождений. Баку: Елм, 1997. – 408 с.
2. Мамедов Э.А., Мамедов Н.И., Ахундов Я.Г. Вопросы разработки и увеличение нефтеотдачи на месторождении Нефтяные Камни // Азербайджанское нефтяное хозяйство, 1977, № 12, С. 37 - 42.
3. Дж. Бокс, Г. Дженкинс. Анализ временных рядов. Прогноз и управление., вып. 1., пер. с англ., М.: «Мир», 1974. – 406 с.
4. Дж. Бокс, Г. Дженкинс. Анализ временных рядов. Прогноз и управление., вып. 2., пер. с англ., М.: «Мир», 1974. – 197 с.
5. Marquardt D.W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters // SIAM J. Appl. Math, 1963, Vol. 11, pp. 431-441.
6. Pierce D.A., Distribution of residual correlations in dynamic/stochastic time series models, Univ. of Wisconsin Technical Rep. 173, August 1968.