УДК 551.243 91; 622.276

ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

PROBLEMS OF GEOLOGICAL MODELING

Баталов Д. А., Стрекалов А.В., Хусаинов А.Т.,
ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный нефтегазовый университет»
г. Тюмень, Российская Федерация

D.A. Batalov, A.V. Strekalov, A.T. Khusainov,
FSBEI HPE “Tyumen State Oil and Gas University”, Tyumen,
the Russian Federation
e-mail: iq-tyumen@mail.ru

Аннотация. В настоящее время существует множество методик построения геологических моделей на основании интерпретированных данных гидродинамических геофизических исследований, однако все они основаны на численных методах интерполяции и аппроксимации. Кроме вычисления значений функций, интерполяция имеет и другие многочисленные приложения.

Основная цель интерполяции сводится к нахождению коэффициентов заданной (которой определяется метод) функции таким образом, чтобы кривая или поверхность проходила через заданные точки.

При выборе того или иного метода возникает ряд проблем, связанных с адекватностью выбора метода, с помощью которого возможно получить наиболее достоверную геологическую модель. Суть проблемы состоит в том, что тот или иной вид функции может частично повторять природную суть отражаемого (в модели) объекта или не повторять ее совсем. Однако правильность выбора функции (метода интерполяции) можно проверить только при получении дополнительных данных.

На данный момент развития методологии интерполяции, аппроксимации и экстраполяции существует также проблема

представления и хранения информации, описывающей взаимосвязь между значениями функции и ее аргументов.

В ходе исследования выявлено, что погрешность построения поверхности функции, на основе нелинейной интерполяции, связана с рядом особенностей применяемого метода, для минимизации ошибок расчета разработан и реализован в программном расчетном комплексе (ПРК) HydraSym ряд новых методов интерполяции, которые можно применить для построения геологических моделей.

Abstract. Currently, there are many geological modeling approaches based on the interpreted data of hydrodynamic studies and geophysical surveys, but all of them are based on numerical methods of interpolation and approximation. Apart from calculating function values, interpolation has other numerous applications.

The main purpose of interpolation is reduced to finding the given function (by which the method is determined) coefficients, so that the curve or the surface passes through the given points.

When choosing a particular method, a number of problems arise related to the adequacy of the choice of the method by which it is possible to get the most accurate geological model. The problem is that one or another function type may partially repeat the natural essence of the object reflected (in the model) or not to repeat it at all. However, the function selection (interpolation method) can be verified only upon receipt of additional data.

At this point of development of interpolation, extrapolation and approximation methodology, there is also a problem of representation and storage of the information describing relationship between the function values and arguments.

The study revealed that the error of function surface construction on the basis of non-linear interpolation is related to a number of features of the method applied. In order to minimize computational errors a number of new methods of

interpolation have been developed and implemented in HydraSym software calculation complex, which can be applied to geological modeling.

Ключевые слова: терполяция, геологическая модель, математическая функция, аналитическое представление, программный расчетный комплекс HydraSym.

Key words: interpolation, geological model, mathematical function, analytical representation, software calculation complex HydraSym.

Интерполяция в математике – это отыскание промежуточных значений величины по некоторым известным её значениям. Например, отыскание значений функции $f(x)$ в точках x , лежащих между точками (узлами интерполирования) $x_0 < x_1 < \dots < x_n$, по известным значениям $y_i = f(x_i)$ (где $i = 0, 1, \dots, n$). В случае, если x лежит вне интервала, заключённого между x_0 и x_n , аналогичная задача называется задачей экстраполяции. При простейшей линейной интерполяции значение $f(x)$ в точке x , удовлетворяющей неравенствам $x_0 < x < x_1$, принимают равным значению:

$$y = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} [f(x_1) - f(x_0)] + f(x_0) \quad (1)$$

линейной функции, совпадающей с $f(x)$ в точках $x = x_0$ и $x = x_1$. Задача интерполяции со строго математической точки зрения является неопределённой: если про функцию $f(x)$ ничего неизвестно, кроме её значений в точках $x_0, x_1, \dots, x_n$, то её значение в точке x , отличной от всех этих точек, остаётся **совершенно произвольным**. Задача интерполяции приобретает определённый смысл, если функция $f(x)$ и её производные подчинены некоторым неравенствам:

$$|f(x) - y| \leq \frac{M}{2} (x - x_0)(x - x_1) \quad (2)$$

Более сложные интерполяционные формулы имеет смысл применять лишь в том случае, если есть уверенность в достаточной «гладкости»

функции, т.е. в том, что она обладает достаточным числом не слишком быстро возрастающих производных.

Кроме вычисления значений функций, интерполяция имеет и другие многочисленные приложения (например, при приближённом интегрировании, приближённом решении уравнений, в статистике при сглаживании рядов распределения с целью устранения случайных искажений).

Таким образом, задача интерполяции сводится к нахождению коэффициентов заданной (которой определяется метод) функции таким образом, чтобы кривая или поверхность проходила через заданные точки [1].

При выборе того или иного метода возникает ряд проблем, связанных с адекватностью выбора метода, с помощью которого возможно получить наиболее достоверную геологическую модель. Суть проблемы состоит в том, что тот или иной вид функции может частично повторять природную суть отражаемого (в модели) объекта или не повторять ее совсем. Однако правильность выбора функции (метода интерполяции) можно проверить только при получении дополнительных данных.

В дальнейшем под геологической моделью (будь то геометрия пласта или распределение фильтрационно-емкостных свойств) будем подразумевать функцию $P=f(x,y)$, связывающую параметр P и координаты x и y , где P – может быть абсолютной отметкой (если восстанавливается геометрия) или, например, проницаемостью (если восстанавливается распределение проницаемости по простиранию пласта в плоскости $X-Y$).

На данный момент развития методологии интерполяции, аппроксимации и экстраполяции существует также проблема представления и хранения информации, описывающей взаимосвязь между значениями функции и ее аргументов.

Существуют два основных способа представления функций:

1. Аналитическое представление;

2. Сеточное представление («табулированные» функции).

Аналитическое представление функции имеет преимущество по сравнению с сеточным представлением: компактность хранения и точность воспроизведения (отражения) значений функции в зависимости от значений аргументов. Такой способ представления функции используется повсеместно во всех теориях для описания различных моделей поведения природных объектов. Однако для отражения форм природных объектов в настоящее время, данный способ представления функции применить невозможно, ввиду отсутствия возможности описания одной (пусть даже сложной) формулой такой взаимосвязи. Все равно, что описать форму человека в виде формулы.

В связи с этим, для представления геологических моделей используется второй способ: сеточное представление функции.

Суть данного способа состоит в хранении значений функции в точках, равномерно распределенных по областям определения аргументов.

Сеточное представление функций является универсальным, однако имеет ряд недостатков.

1. Необходим большой объем информации для хранения данных, причем тем больший, чем больше требуемая точность. Наиболее часто используемой сеткой для интерполяции поверхностей кровли и подошвы пластов, является сетка $100 \times 100 - 300 \times 300$. Использование более плотной сетки является информационно емким.

2. Невозможность точного прохождения поверхности или линии через заданные (исходные для интерполяции) точки во всех случаях, кроме совпадения дискретных (сеточных) значений аргументов с исходными значениями.

3. При использовании и/или отображении функции требуется равномерная линеаризация каждого участка $x_i - x_{i+1}$, $y_j - y_{j+1}$, (приведение к плоскости, ограниченной парой треугольников), что не позволяет точно

отразить форму поверхности в зонах с резкими перепадами интерполируемого параметра (P).

Допустим, ГПП состоит из 5 пластов. Для построения геологической модели по каждому из пластов необходимо хранить и обрабатывать поверхности кровли, подошвы, распределения абсолютной проницаемости, пластового давления, открытой пористости, нефтенасыщенности, водонасыщенности, газонасыщенности и песчанистости (7 величин геолого-физических свойств и 2 величины для координат кровли и подошвы). Для распределения фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС) по объему пластов их распределение необходимо описать также по вертикали – отдельными поверхностями для каждого слоя. Допустим, количество слоев для каждого пласта составляет 10, тогда общее количество поверхностей будет:

$$N_{нов} = (n_L \cdot n_\phi + 2)n_{пл}, \quad (3)$$

где n_L – количество слоев для распределения ФЕС по объему;

n_ϕ – количество величин ФЕС;

$n_{пл}$ – количество пластов в ГПП.

Тогда объем информации, необходимый для хранения и использования геологической модели будет определяться зависимостью:

$$V_I = N_{нов} \cdot G_X \cdot G_Y \cdot 3 \cdot V_{value} = (n_L \cdot n_\phi + 2)n_{пл} \cdot G_X \cdot G_Y \cdot 3 \cdot V_{value}, \quad (4)$$

где V_I – объем информации, байт;

G_X – количество точек сетки по X ;

G_Y – количество точек сетки по Y ;

V_{value} – количество байт для хранения одного числа, (4, 8 или 10).

Причем множитель 3 означает хранение трех координат, что необходимо для геологических моделей, пласты которых имеют разные границы области определения X – Y . Если границы одинаковы, тогда сомножитель 3 можно исключить. Если $G_X = G_Y = 500$, то

$$V_I = (10 \cdot 7 + 2) \cdot 5 \cdot 500 \cdot 500 \cdot 3 \cdot 8 = 2160000000 \text{ Байт} = 2059,9 \text{ МБайт}.$$

Из приведенного расчета следует, что использование сетки 500×500 практически невозможно, так как работа ЭВМ с таким объемом информации будет недопустимо медленной. Поэтому наиболее часто используемой сеткой является 100×100 , а объем информации для нашего примера составляет

$$V_I = (10 \cdot 7 + 2) \cdot 5 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 8 = 86400000 = 82.39 \text{ МБайт.}$$

Такой объем информации вполне приемлем для обработки и хранения на ЭВМ широкого спектра. Однако расстояние между соседними значениями аргументов X и Y может достигать 50–250 м, что ведет к значительным погрешностям отражения поверхностей для пластов с большими перепадами интерполируемых параметров.

Рассмотрим часто применяемые методы интерполяции.

В ходе исследования выявлено, что погрешность построения поверхности функции на основе нелинейной интерполяции исходных данных связана с двумя основными факторами:

полученная поверхность проходит вблизи (не пересекает) исходных точек, а в ряде случаев, удалена от них на значительное расстояние.

в сетке поверхности присутствуют необоснованные скачки значений функции, т.е. интерполируемого параметра – P .

Для оценки качества того или иного метода введем следующие параметры: среднее относительное отклонение ($\lambda_{cp}^{отн}$), коэффициент неровности (k), относительный коэффициент неровности ($k_{отн}$).

В таблице 1 показаны результаты сравнительного анализа методов интерполяции. Согласно полученным данным и визуальному анализу напрашиваются следующие виды погрешностей (рисунок 1).

Ошибка удаленности точек. Выявлено, что во всех методах, за исключением методов построения с помощью триангуляции Делоне, полученная поверхность не пересекает исходных точек.

Для того, чтобы определить причины возникновения такой погрешности, рассмотрим подробнее процесс построения интерполяционной поверхности.

Таблица 1. Сравнительные показатели методов интерполяции

Название метода	Среднее относительное отклонение, $\bar{\lambda}_{\text{пд}}$, %	Коэффициент неровности к плоскости, k , д.е.	Относительный коэффициент неровности $k_{\text{ид}}$, д.е.	Площадь полученной поверхности, F_I , м ²
RadialBasis (Surfer)	1,469	1,079	0,824	1079880
Inverse-Distance (Surfer)	0,0737	1,107	0,844	1107064
Krigging (Surfer)	5,357	1,111	0,848	1111388
Гептоид(HS)	0,5380	1,124	0,8574	1124068
Пентоид (HS)	0,4153	1,173	0,8947	1172923
С-ППС-w/o-cos (HS)	2,957	1,214	0,925	1212528
Линейная интерполяция (неравномерная сетка) (HS)	0	1,247	0,951	1246830
С-ППСА (HS)	1,182	1,293	0,986	1293002
Линейная интерполяция (равномерная сетка) (Surfer)	0,2267	1,297	0,989	1297470
Minimum Curvature (Surfer)	0,1725	1,321	1,01	1328920
С-ППС-w-cos (HS)	1,467	1,332	1,016	1332209
П-ППСА (HS)	0,1157	1,342	0,945	1238516
Modified Shepard (Surfer)	0,01842	1,539	1,17	1539337
NearestNeighbor (Surfer)	0	1.613	1,23	1612756
П-ППС-w-cos (HS)	0,1046	1,659	1,169	1532060
П-ППС-w/o-cos (HS)	0,3040	1,725	1,215	1592843
Akima (HS)	0,004828	3,346	2,552	3345580

Для наглядности изложения будем использовать систему двух координат, а методом построения – сплайн.

Рисунок 1. Построение поверхности по сетке координат оси X :
 а – исходная интерполирующая кривая; б – переход к сеточному представлению; в – повторная интерполяция с уплотненной сеткой

Согласно цели интерполяции, как видно из рисунка 1-а, происходит соединение исходных точек некой плавной линией (например, сплайном). Полученная кривая точно проходит через исходные точки. Для сеточного представления (хранения) область определения аргумента на оси X разбивается на равные интервалы (рисунок 1-б), а точки пересечения интерполирующей функции $f(x)$ с вертикальными лучами соединяются отрезками прямых линий. Таким образом, получается результирующая

(конечная) сеточная функция – $f_c(x)$. Естественно, и как видно из рисунка 1–б, она сильно отличается от результата интерполяции (рисунок 1–а), и не проходит через исходные точки, так как выбранное значение G_x не удовлетворяет условию точности, однако, как отмечалось выше, такое условие трудно выполнить из-за большого объема информации.

При построении геологических моделей зачастую используется метод постепенного уплотнения сетки: в первом приближении выбирается сетка с малой плотностью G_x (с большими приращениями аргумента – Dx), затем, выбирая в качестве исходных точек предыдущую сеточную функцию – $f_c(x)$ (рисунок 1– в), увеличивают плотность сетки до G_{1x} и получают следующее приближение – $f_1(x)$, которое также переводят в сеточное представление – $f_{1c}(x)$. Данный способ, как видно из рисунка 1–в, ведет к еще большим отклонениям от исходных точек.

Единственный способ повышения точности результатов интерполяции состоит в уплотнении координатной сетки настолько, насколько это возможно для выполнения условия требуемой точности, или же следует отказаться от представления искомой интерполирующей функции в равномерной сетке. Необходимо табулировать интерполирующую функцию в неравномерной сетке так, чтобы координаты исходных точек в плоскости X – Y совпадали с координатами сетки. Данный способ связан с негативным фактором увеличения объема данных, необходимых для хранения поверхности и, соответственно, с невозможностью динамического ее отображения с помощью имеющихся компьютерных средств. Размер сетки по каждой оси будет равен количеству отличающихся координат исходных точек по этой оси. Например, если имеются в качестве исходных данных координаты точек вскрытия пластов по 1000 скважинам, то размеры неравномерной сетки будут в общем случае 1000×1000 , что недопустимо для эффективного использования такой поверхности:

$$V_I = (10 \cdot 7 + 2) \cdot 5 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 3 \cdot 8 \approx 8239 \text{ МБайт.}$$

Таким образом, при преобразовании $f(x,y)$ в $f_c(x,y)$ происходит неизбежная ошибка. Описываемая погрешность может быть также связана не только с сеточным представлением поверхностей, но и с особенностями самого метода интерполяции, т.е. поиска $f(x,y)$. Зачастую методы интерполяции подменяются методами аппроксимации, что для описания кровли или подошвы пластов неприемлемо.

Рассмотрим ряд примеров интерполяции точек (таблица 2) поверхности кровли гипотетического пласта с сеткой 50×50 . На рисунке 2 показан пример часто возникающей погрешности интерполяции связанной с эффектом чрезмерного сглаживания, т.е. фактически результаты решения соответствуют аппроксимации, а не интерполяции. Исходные точки отмечены черными точками, а интерполирующая сеточная поверхность плоскостями, ограниченными линиями.

Таблица 2. Исходные точки – координаты точек пересечения кровли пласта

Y, м	X, м	Z=AO, м
0	0	-1500
1000	0	-1500
1000	1000	-1500
0	1000	-1500
500	500	-1300
300	300	-1200
700	500	-1350
100	200	-1600
900	900	-1400
400	700	-1300
350	660	-1350
210	450	-1360
950	350	-1400
770	570	-1370

Рисунок 2. Построение поверхности методом RadialBasis

Другим негативным фактором интерполяции является чрезмерные отклонения от среднего значения функции.

Чрезмерные биения экстремумов функции связаны с большой «степенью свободы» интерполяционного метода, и соответствующей ему функции $f(x,y)$ (например, полином n -й степени).

На рисунке 3 представлена поверхность, построенная с помощью метода, разработанного японским ученым Акимой. В сетке поверхности наблюдаются многочисленные возвышенности и углубления, происхождение которых связано с применением полинома n -й степени в функции $f(x,y)$ и, соответственно, с алгоритмом, лежащим в основе метода. Так же негативным фактором является большое отклонение экстремума поверхности: $z_{max} = 2419$ м. Положительным свойством данного метода является малое отклонение интерполирующей поверхности от исходных точек, которое связано только с недостатками сеточного представления.

Рисунок 3. Интерполирующая поверхность, построенная методом Акима

В ходе анализа выявлено, что аналогичные результаты возникают во многих методах интерполяции. Проанализируем основные параметры, позволяющие сравнить качество рассматриваемых методов и алгоритмов.

Один из введенных показателей, по которому проводилось сравнение – среднее относительное отклонение ($\bar{\lambda}_{cp}$) исходных точек от полученной поверхности по значениям функции.

Для расчета $\bar{\lambda}_{cp}$ проведем через каждую из n исходных точек луч Sn (рисунок 4) параллельный оси Z . Затем находим координаты точки s_i , лежащей на интерполирующей поверхности (« B ») в точке пересечения с лучом Sn . По известным координатам этой и исходной точки находится длина отрезка ss_i , которая является искомым абсолютным отклонением – λ . Затем вычисляется среднее отклонение λ_{cp} :

$$\lambda_{cp} = \frac{\sum \lambda_n}{n}. \quad (5)$$

Недостающей для расчета величиной является значение координаты Z точки s_i . На первый взгляд можно предположить, что полученная поверхность « B » составлена прямоугольниками, учитывая при этом и прямоугольную структуру сетки, однако, каждый такой «прямоугольник»

разбит на два треугольника (рисунок 4 – б). Алгоритм, заложенный в программу [2] анализа качества интерполяции проверяет все треугольники на факт пересечения лучом S , отыскивая, таким образом, в какой именно треугольник попадает искомая точка (рисунок 4– в).

Чтобы предотвратить возможные неточности при сравнении поверхностей с несовместимыми значениями функции (например, у одной поверхности значения Z исходных точек изменяется в пределах от 0 до 10 м, а у другой – от 0 до 1000 м) необходим относительный параметр – среднее относительное отклонение $\bar{\lambda}_{cp}$:

$$\bar{\lambda}_{cp} = \frac{\lambda_{cp}}{z_{max} - z_{min}} \cdot 100 \% , \quad (6)$$

где z_{min} – минимальное значение координаты Z исходных точек;

z_{max} – максимальное значение координаты Z исходных точек.

Данные коэффициенты позволят без визуальной оценки отразить характер и качество интерполяции тем или иным методом.

Вследствие того, что геометрия пластовой системы достаточно сложна, оценить качество того или иного метода визуально проблематично. Поэтому зачастую возникают ошибки при выборе метода интерполяции, поверхность которого визуальна может быть оценена как удовлетворительная, а фактически может не выполнять ряд ключевых условий. Такие условия обычно отражают природную суть геометрии геологических объектов или физическую суть процессов, протекающих в ГПП, что особенно касается распределения насыщенностей и давлений в пластах.

В большей части случаев неточности прогноза показателей разработки, полученного на основании использования моделей ГПП, связаны именно с неточным, а зачастую с огромными погрешностями, распределением ФЕС пластов, входящих в систему разработки и эксплуатации месторождения.

Поэтому рассматриваемый анализ качества методов интерполяции, в конечном счете, необходим для повышения точности моделей ГПП.

Рисунок 4. Алгоритм определения среднего относительного отклонения $\bar{\lambda}_{cp}$ исходных точек от полученной поверхности по значениям Z

Для оценки степени кривизны (искажения) поверхности, полученной после интерполяции, введем параметр неровности – k :

$$k = \frac{F_1}{F_0}, \quad (7)$$

где F_1 – площадь получившейся сеточной поверхности,

F_0 – площадь проекции этой поверхности на плоскость $X-Y$ (площадь горизонтальной плоскости, ограниченной минимальными и максимальными значениями координат точек сеточной поверхности по X и Y).

Коэффициент k может принимать значения больше или равно единице, так как нелинейная или линейная поверхность будет всегда иметь площадь

больше единицы, за исключением случая, когда она является плоскостью параллельной $X-Y$.

Однако коэффициент неровности не дает объективных результатов вследствие того, что неровность поверхности также определяется положением исходных точек, поэтому для оценки качества метода интерполяции следует ввести относительный коэффициент неровности, рассчитываемый относительно площади поверхности, полученной методом триангуляции Делоне (рисунок 5):

$$k_{отн} = \frac{F_1}{F_{\text{Делоне}}} \quad (8)$$

Значение данного коэффициента может быть, как меньше, так и больше единицы. Для сглаженных аппроксимирующих поверхностей данный коэффициент будет меньше единицы, а для хорошо интерполирующих нелинейных поверхностей будет больше единицы. Чем меньше $k_{отн}$ тем, более сглаженный вид имеет поверхность. Минимальное значение коэффициента достигается тогда, когда площадь поверхности соответствует площади плоскости параллельной XY :

$$k_{отн} = \frac{F_0}{F_{\text{Делоне}}} \quad (8)$$

Рисунок 5. Интерполяция методом триангуляция Делоне

Для нахождения площади поверхностей находятся и суммируются площади всех производных треугольников, например для треугольника **abc** (рисунок 4–в):

$$S_{abc} = \sqrt{P \cdot (P - ab) \cdot (P - bc) \cdot (P - cd)}, \quad (9)$$

где P – полупериметр треугольника **abc**;

ab, bc, cd – длины сторон треугольника, например:

$$ab = \sqrt{(a_X - b_X)^2 + (a_Y - b_Y)^2 + (a_Z - b_Z)^2}, \quad (10)$$

где a_X, a_Y и a_Z – координаты соответствующих точек по осям.

Поскольку исходные точки для сравнения всех методов взяты одни и те же, в таблице 1 от метода к методу мы наблюдаем взаимосвязанное изменение параметров среднего и среднего относительного отклонения.

Таким образом, можно классифицировать все представленные методы построения поверхностей по способу обработки данных на четыре типа:

1. Вариации метода триангуляции (линейная интерполяция).
2. Тенденциозное стремление к плоским горизонтальным поверхностям.
3. Нелинейная интерполяция.
4. Нелинейная аппроксимация.

К первому типу относятся методы: триангуляции Делоне в равномерной и неравномерной сетке (рисунок 5 и рисунок 7–а), Ко второму типу – NearestNeighbor (рисунок 6). К третьему типу относятся: ППС-w-cos (рисунок 7–б), MinimalCurvature и InverseDistance (рисунок 9), П-ППСА (рисунок 10–б), MidifiedShepard (рисунок 11–а), С-ППСА (рисунок 11–б), метод Акима (рисунок 3). К четвертому типу относятся: RadialBasis (рисунок 2), Krigging (рисунок 10–а), П-ППС-w/o-cos и С-ППС-w/o-cos (рисунок 12), П-ППС-w-cos и С-ППС-w-cos (рисунок 13), Пентоид и Гептоид (рисунок 14).

Методы четвертого типа лучше применять для распределения ФЕС вследствие того, что исходные точки не являются точными, поэтому

допускается сглаживающая аппроксимация. Методы третьего и первого типа можно применять для формирования геометрии пластов. Третий тип методов для построения геологических моделей применять нежелательно.

Рисунок 6. Построение трехмерной поверхности методом NearestNeighbor

Методы первого типа хотя и не показывают гладких поверхностей, но и не дают непрогнозируемого поведения интерполирующей функции в пространстве между исходными точками. Несмотря на непрезентабельный вид поверхностей, полученных триангуляцией, они являются наиболее адекватными для формирования геометрии пластов, так как в них отсутствуют перегибы в зонах между исходными точками. Разумеется, триангуляционные методы и метод NearestNeighbor показывают в приведенном сравнении (таблица 1) неплохие результаты, но полученная с их помощью форма поверхности далека от природной вследствие малого числа образующих плоскостей с выраженными угловыми соединениями.

Из приведенных методов наиболее эффективными, с точки зрения точности интерполяции и приемлемости для формирования геометрии пластов, являются (по мере убывания):

Линейная интерполяция (неравномерная сетка) (HS)
NearestNeighbor (Surfer)
Akima (HS)
Modified Shepard (Surfer)
Inverse-Distance (Surfer)
П-ППС-w-cos (HS)
П-ППСА (HS)

Основное свойство самого точного метода заключается в том, что сетка полученной поверхности является неравномерной, и подобрана таким образом, что проходит через исходные точки, с образованием в них сеточных узлов (рисунок 8–б). В отличие от первого метода, все остальные имеют равномерные сеточные поверхности и поэтому их отклонения от исходных точек (за исключением метода NearestNeighbor) отличны от нуля.

Наиболее эффективными для интерполяции/аппроксимации ФЕС являются:

RadialBasis (Surfer)
Inverse-Distance (Surfer)
Krigging (Surfer)
Гептоид(HS)
Пентоид (HS)
С-ППС-w/o-cos (HS)
Линейная интерполяция (неравномерная сетка) (HS)

Как видно из списков, линейная интерполяция с неравномерной сеткой подходит как для формирования геометрии, так и для распределения ФЕС.

Рисунок 7. Интерполирующая поверхность: *а* – методом триангуляции с приведением к равномерной сетке; *б* – ППС-w-cos (авторский алгоритм, неравномерная сетка)

В большинстве проектных и научно-исследовательских институтов Западной Сибири для построения геологических моделей наиболее часто используется метод Krigging'a. Однако, как показывает вышеприведенный анализ, данный метод нельзя применять для построения геометрии пластов и, в большинстве случаев, для распределения ФЕС, так как данный метод сильно сглаживает интерполирующую поверхность с подтягиванием «конусов» к исходным точкам (рисунок 10–*а*). Последнее также касается, но в меньшей степени, метода InverseDistance (рисунок 9–*а*).

а)

б)

Рисунок 8. Проекция сетки интерполирующей поверхности на плоскость $X-Y$: *а* – всех рассматриваемых методов с равномерной сеточной поверхностью; *б* – всех рассматриваемых методов с неравномерной сеточной поверхностью

С точки зрения применимости интерполяционных методов, лучшими из них будут те, у которых:

1. Среднее относительное отклонение максимально приближено к нулю;
2. Коэффициент неровности максимально мал.

Т.е. существует проблема выбора метода под ту или иную задачу построения геологической модели. Универсальным является метод триангуляции Делоне, однако форма его поверхностей является грубой. Что касается остальных методов, то выбор того или иного метода зависит

от конечного вида поверхности и степени отражения в ней некоторой природной сути или сути физического процесса (например, распределения пластового давления).

В заключение анализа выделим основные проблемы использования методов интерполяции. Неточность построенной на основе нелинейной интерполяции поверхности связана с двумя основными факторами: полученная поверхность проходит вблизи (не пересекает) исходных точек, а в ряде случаев, удалена от них на значительное расстояние; в сетке поверхности присутствуют необоснованные скачки значений интерполируемого параметра.

Анализ рассмотренных методов установил, что лучшие результаты показывают наиболее универсальные – триангуляционные методы линейной интерполяции с неравномерной сеточной поверхностью.

После завершения построения геологической модели на основании полученной геометрии и распределения ФЕС пластов, можно описать исходные данные модели ГПП в виде свойств ячеек (элементов пласта) – абсолютных проницаемостей, насыщенностей, давлений и открытых пористостей. Для определения среднего значения параметров в ячейке, значения, полученные из геологической модели, некоторым образом усредняются между точками на гранях каждой ячейки. Например, для пластового давления ячейки i :

$$\begin{aligned} p_{i \in l \in c} = & f_{P_{c,l}}(x_i, y_i) + f_{P_{c,l}}\left(x_i + \frac{1}{2}L_X, y_i + \frac{1}{2}L_X\right) + \\ & + f_{P_{c,l}}\left(x_i + \frac{1}{2}L_X, y_i - \frac{1}{2}L_X\right) + f_{P_{c,l}}\left(x_i - \frac{1}{2}L_X, y_i + \frac{1}{2}L_X\right) + \\ & + f_{P_{c,l}}\left(x_i - \frac{1}{2}L_X, y_i - \frac{1}{2}L_X\right), \end{aligned} \quad (11)$$

где c – индекс пласта; l – номер слоя пласта c ; P – параметр (пластовое давление); i – номер ячейки, принадлежащей пласту c и слою l ; $f_{P_{c,l}}$ – интерполирующая функция распределения давления по пласту c , в слое l , по площади залегания (в плоскости X – Y).

Рисунок 9. Интерполирующая поверхность: *a* – методом InverseDistance; *б* – методом MinimumCurvature

Рисунок 10. Интерполирующая поверхность: *a* – методом Krigging; *б* – методом П-ППСА (авторский)

Рисунок 11. Интерполирующая поверхность: *а* – методом ModifiedShepard; *б* – методом С-ППСА (авторский)

Рисунок 12. Интерполирующая поверхность: *а*–методом П-ППС-w/o-cos (авторский); *б* – методом С-ППС-w/o-cos (авторский)

Рисунок 13. Интерполирующая поверхность: *а*–методом П-ППС- $w\text{-cos}$ (авторский); *б* – методом С-ППС- $w\text{-cos}$ (авторский)

Рисунок 14. Интерполирующая поверхность: *а* – методом Пентоид (авторский); *б* – методом Гептоид (авторский)

Выводы

В ходе исследований был разработан и реализован в программном расчетном комплексе (ПРК) HydraSym ряд новых методов интерполяции, которые можно применить для построения геологических моделей. Примеры использования этих методов были приведены выше.

Список используемых источников

- 1 Kirchhoff G. Ueber die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei Untersuchung der linearen Vertheilung, galvanische Ströme geführt wird. Leipzig; Annalen der Physik und Chemie (Poggendorf), 1847, Bd. 72, N 12, S. 497–508.
- 2 Сигорский В.П. Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами. Киев: АН УССР, 1958. 402 с.
- 3 Крумм Л.А. Методы оптимизации при управлении электроэнергетическими системами. Новосибирск: Наука, 1981. 320 с.
- 4 Cross Я. Analysis of flow in networks of conduits or conductors. Urbana, Illinois // Eng. Exp. Station of Univ. of Illinois. 1936. November. 29 p.
- 5 Wilson G.G., Kneib D.V. Distribution system analysis with the electronic digital computer. // GAS (USA). 1956. Vol. 32, N8, p. 37–44.
- 6 Курман А.В., Каганер В.М. Принцип экстремальности и метод расчета на ЭЦВМ сложных вентиляционных и гидравлических сетей. // Тез. докл. V Всесоюз. совещ. пользователей ЭВМ типа «Урал». Секц. III. Математическое программирование. Тарту: Тарт. ун-т, 1966. С. 47–53.
- 7 Леонас В.Л., Моцкус И.Б. Метод последовательного поиска для оптимизации производственных систем и сетей. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1965. №1. С. 18–25.
- 8 Maxwell J.C. A treatise of electricity and magnetism // Oxford. 1873. Vol. 1. Chapt. 6.
- 9 Черри Е., Миллар У. Некоторые новые понятия и теоремы в области нелинейных систем // Автоматическое регулирование: сб. материалов конф. в Кренфилде, 1951; Под ред. М.З. Литвина-Седого. М.: Изд-во иностр. лит., 1954. С. 261–273.
- 10 Деннис Дж. Б. Математическое программирование и электрические цепи. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 216 с.
- 11 Кёниг Г., Блекуэлл В. Теория электромеханических систем. М.; Л.: Энергия, 1965. 424 с.

12 Кафаров В.В., Перов В.Л., Мешалкин В.П. Принципы математического моделирования химико-технологических систем. М.: Химия, 1974. 344 с.

13 Murge D. Essaisurles machines d'aerage. // Bull, de la Sos. deL'Ind. Minerale. 1873. Part 1, p.464–472. [in French].

References

1 Kirchhoff G. Ueberdie Auflo-sung der Gleichungen, auf welche manbei Untersuchung der linearen Verthei-lung, galvanische Stromegefuhrт wird. Leipzig; Armalen der Physik und Chemie (Poggendorf), 1847, Bd. 72, №12, S. 497–508.

2 Sigorskij V.P. Metody analiza jelektricheskikh shem s mnogopoljusnymi jelementami. Kiev: AN USSR, 1958. 402 s. [in Russian].

3 Krumm L.A. Metody optimizacii pri upravlenii jelektrojenergeticheskimi sistemami. Novosibirsk: Nauka, 1981. 320 s. [in Russian].

4 Cross Ja, Analysis of flow in networks of conduits or conductors. Urbana, Illinois // Eng. Exp. Station of Univ. of Illinois. 1936. November. 29 p.

5 Wilson G.G., Kniebs D.V. Distribution system analysis with the electronic digital computer. //GAS (USA). 1956. Vol. 32, N8, p. 37–44.

6 Kurman A.V., Kaganer V.M. Princip jekstremal'nosti i metod rascheta na JeCVM slozhnyh ventiljacionnyh i gidravlicheskih setej. // Tez. dokl. V Vsesojuz. soveshh. pol'zovatelej JeVM tipa «Ural». Sekc. III. Matematicheskoe programmirovanie. Tartu: Tart. un-t, 1966. S. 47–53. [in Russian].

7 Leonas V.L., Mockus I.B. Metod posledovatel'nogo poiska dlja optimizacii proizvodstvennyh system i setej. // Izv. AN SSSR. Jenergetika i transport. 1965. №1. S. 18–25. [in Russian].

8 Maxwell J.C. A treatise of electricity and magnetism // Oxford. 1873. Vol. 1. Chapt. 6.

9 Cherri E., Millar U. Nekotorye novye ponjatija i teoremy v oblasti nelinejnyh sistem // Avtomaticheskoe regulirovanie: sb. Materialov konf. v Krenfilde, 1951; Pod red. M.Z. Litvina-Sedogo. M.: Izd-voinostr. lit., 1954. S. 261–273. [in Russian].

10 Dennis Dzh. B. Matematicheskoe programmirovaniye i jelektricheskie cepi. M.: Izd-vo inostr. lit., 1961. 216 s. [in Russian].

11 Kjonig G., Blekujell V. Teorija jelectromehanicheskikh sistem. M.; L.: Jenergija, 1965. 424 s. [in Russian].

12 Kafarov V.V., Perov V.L., Meshalkin V.P. Principy matematicheskogo modelirovaniya himiko-tehnologicheskikh sistem. M.: Himija, 1974. 344 s. [in Russian].

13 Murge D. Essaisurles machines d'aerage. // Bull, de la Sos. de L'Ind. Minerale. 1873. part 1, p.464–472. [in French].

Сведения об авторах

About the authors

Баталов Д. А., аспирант кафедры «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», ФГБОУ ВПО ТГНГУ, г. Тюмень, Российская Федерация

D. A. Batalov, Postgraduate student of the Chair «Development and Exploitation of Oil and Gas Fields», FSBEI HPE TSOGU Tyumen, the Russian Federation

Стрекалов А.В., д-р техн. наук, проф. кафедры «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», ФГБОУ ВПО ТГНГУ, г. Тюмень, Российская Федерация

A.V. Strekalov, Doctor of Engineering Sciences, Professor of the Chair «Development and Exploitation of Oil and Gas Fields», FSBEI HPE TSOGU, Tyumen, the Russian Federation

Хусаинов А.Т., аспирант кафедры «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», ФГБОУ ВПО ТГНГУ, г. Тюмень, Российская Федерация

A.T. Khusainov, Postgraduate student of the Chair «Development and Exploitation of Oil and Gas Fields», FSBEI HPE TSOGU, Tyumen, the Russian Federation

e-mail: iq-tyumen@mail.ru